

两层流体中二维非线性界面波的演化方程¹⁾

程友良

(华北电力大学动力工程系, 保定 071003)

摘要 给出两水平固壁间两层不可压缩理想流体中二维非线性界面波的演化方程. 首先建立出这个演化方程, 并由此方程在一定条件下得到二维非线性界面长波满足的近似方程. 然后从理论上证明这个长波近似方程包含了以下两个描述一阶界面升高的著名的浅水孤立波方程: Korteweg-de Vries(KdV) 方程和 Kadomtsev-Petviashvili(KP) 方程. 所得特殊结果与前人的一致, 表明所建立的二维非线性界面波演化方程正确且具有一般性.

关键词 两层流体, 二维非线性界面波, 演化方程, KdV 方程, KP 方程

引 言

由于海洋科学、大气科学、船舶及海洋工程、军事工程等方面的需要, 内孤立波研究引起了广泛的注意^[1~6]. 对于一维内孤立波的简单模型——两层流体界面上的一维孤立波, 已有许多作者进行了研究, 但对于二维内孤立波, 所见研究较少^[6].

就目前所知, Miloh^[7] 导出了一个控制任意深两水平固壁间两层流体系统中二维内波传播的弱非线性发展方程. Ablowitz 和 Segur^[8] 在研究大深度流体中的长内波时得到过二维 Benjamin-Ono(BO) 方程. Grimshaw^[9] 在研究旋转渠道中的弱非线性长内波时, 对于弱旋转, 得到了 KP 方程和二维 BO 方程的修正形式. Choi 和 Camassa^[10] 从 Euler 方程出发导出了有自由面的二流体系统的一般发展方程, 但采用了假定: 上层流体厚度远小于特征波长, 下层流体的厚度没加任何限制, 对于浅水情形, 这组新方程可化归为二维内波的 Boussinesq 方程. 戴世强^[11] 从 Euler 方程出发, 采用浅水假定, 也导出过有自由面的二流体中二维 Boussinesq 方程, 研究了弱相互作用下两对斜交的一维内孤波的波形、最大波高和相移. 值得注意的是, Akylas^[12] 利用 KP 方程作为共同的联系, 综述了近年来在理解某些三维非线性表面长水波现象方面的进展——即孤波和周期波的斜相互作用, 长波在变深度渠道中的传播, 旋转对 KdV 孤波的效应等. 但从严格意义上, 这还不是完全的三维水波, 因为 KP 方程是在弱横

向变化假设下导出的.

不过, 近期 Milewski 和 Keller^[13] 导出了完全意义上的描述三维水波现象的二维表面波方程——各向同性伪微分方程. 由此方程, 在适当假设下得到了 Benny-Luke 方程^[14], KdV 方程和 KP 方程, 并且用数值方法得到了此方程的双周期解. 在二维内孤波研究中, 是否也能得到类似结果呢? 本文正是在这方面做了部分工作. 在下一节是对模型与基本方程的介绍. 第二部分, 在没有事先假定水平长度尺度或传播方向的前提下, 通过引入伪微分算子, 建立出二维非线性界面波演化满足的形式简洁的控制方程. 为了验证此演化方程的正确和一般性, 在本文的第三部分研究了浅水长波理论. 即, 从这一演化方程出发, 通过引入水平长度尺度, 得到了二维非线性界面长波满足的近似方程, 并由此近似方程, 采用浅水假定, 推导出—阶界面升高满足的 KdV 方程; 进一步假定波传播时在一个方向上占优, 推导出准二维—阶界面升高满足的 KP 方程.

1 模型与基本方程

讨论两层不可溶混流体在两水平固壁间的理想不可压缩无旋流动. 所考虑的位形如图 1 所示, 它处于静力学稳定状态, 即 $\sigma = \rho_2/\rho_1 < 1$, ρ_1 和 ρ_2 为下层和上层流体的密度, 并假定无穷远处流体是静止的.

引进上、下层流体的速度势 ϕ_2, ϕ_1 ; 设界面的方程为 $z = \xi(x, y, t)$, 则在图 1 所示的直角坐标

2001-10-18 收到第一稿, 2002-06-24 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (19672035) 和华北电力大学博士学位教师科研基金资助项目.

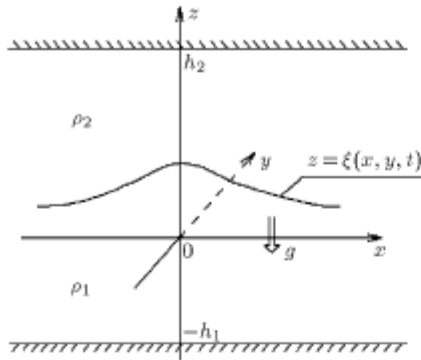


图 1 二维界面波位形

Fig.1 Figure for two-dimensional interfacial wave

系下基本方程为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \phi_1 + \phi_{1zz} &= 0, & -h_1 < z < \xi \\ \Delta \phi_2 + \phi_{2zz} &= 0, & \xi < z < h_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 h_2, h_1 分别为上、下层流体深度, $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2$ 为拉普拉斯算子. 边界条件分别为

固壁上的边界条件

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1z} &= 0, & z = -h_1 \\ \phi_{2z} &= 0, & z = h_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

界面上的衔接条件

$$\left. \begin{aligned} \xi_t + \nabla \phi_1 \cdot \nabla \xi &= \phi_{1z}, & z = \xi \\ \xi_t + \nabla \phi_2 \cdot \nabla \xi &= \phi_{2z}, & z = \xi \\ \left\{ \phi_{1t} + g\xi + \frac{1}{2}[(\nabla \phi_1)^2 + \phi_{1z}^2] \right\} - \\ \sigma \left\{ \phi_{2t} + g\xi + \frac{1}{2}[(\nabla \phi_2)^2 + \phi_{2z}^2] \right\} &= 0, & z = \xi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 $\nabla = (\partial_x, \partial_y)$ 为平面哈密顿算子, g 为重力加速度.

以下层流体深度 h_1 为特征长度, $\varepsilon(gh_1)^{1/2}$ 为特征速度 (ε 是正比于波陡的无量纲参数), $(h_1/g)^{1/2}$ 为特征时间, 对方程和边界条件无量纲化. 即引入如下变换

$$\left. \begin{aligned} (x, y, z) &= h_1(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \\ \phi_i &= (\varepsilon h_1)(gh_1)^{1/2} \tilde{\phi}_i \quad (i = 1, 2) \\ t &= (h_1/g)^{1/2} \tilde{t} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

代入方程和边界条件 (1), (2), (3). 去掉无量纲变量上的符号 “ $\sim$ ”, 无量纲方程和边界条件分别为

$$\Delta \phi_1 + \phi_{1zz} = 0, \quad -1 < z < \varepsilon \eta \quad (5)$$

$$\Delta \phi_2 + \phi_{2zz} = 0, \quad \varepsilon \eta < z < r \quad (6)$$

$$\phi_{1z} = 0, \quad z = -1 \quad (7)$$

$$\phi_{2z} = 0, \quad z = r \quad (8)$$

$$\eta_t + \varepsilon \nabla \phi_1 \cdot \nabla \eta = \phi_{1z}, \quad z = \varepsilon \eta \quad (9)$$

$$\eta_t + \varepsilon \nabla \phi_2 \cdot \nabla \eta = \phi_{2z}, \quad z = \varepsilon \eta \quad (10)$$

$$\left\{ \phi_{1t} + \eta + \frac{1}{2} \varepsilon [(\nabla \phi_1)^2 + \phi_{1z}^2] \right\} - \\ \sigma \left\{ \phi_{2t} + \eta + \frac{1}{2} \varepsilon [(\nabla \phi_2)^2 + \phi_{2z}^2] \right\} = 0, \quad z = \varepsilon \eta \quad (11)$$

其中 $r = h_2/h_1$, η 为一阶无量纲界面升高, 即 $\xi = \varepsilon h_1 \eta$.

2 非线性界面波演化方程的推导

为了简化式 (11), 把 $\phi_i(x, y, \varepsilon \eta, t)$ ($i = 1, 2$) 按 ε 的幂展开且关于 η 求解, 求出

$$\left. \begin{aligned} \eta &= -\frac{1}{1-\sigma}(\phi_{1t} - \sigma \phi_{2t}) - \\ &\frac{1}{2(1-\sigma)} \varepsilon \left\{ (\nabla \phi_1)^2 + \phi_{1z}^2 - \sigma [(\nabla \phi_2)^2 + \phi_{2z}^2] - \right. \\ &\left. \frac{2}{1-\sigma}(\phi_{1t} - \sigma \phi_{2t})(\phi_{1tz} - \sigma \phi_{2tz}) \right\} + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

类似地, 在式 (9), 式 (10) 中展开 $\phi_i(x, y, \varepsilon \eta, t)$ ($i = 1, 2$) 并且把式 (12) 代入, 得到关于 $\phi_i(x, y, 0, t)$ ($i = 1, 2$) 的方程组.

其次, 把式 (5) 满足式 (7), 式 (6) 满足式 (8) 的解分别写为

$$\phi_1(x, y, z, t) = \cosh[(z+1)(-\Delta)^{1/2}] \Phi_1(x, y, t) \quad (13)$$

$$\phi_2(x, y, z, t) = \cosh[(z-r)(-\Delta)^{1/2}] \Phi_2(x, y, t) \quad (14)$$

其中 $\Phi_i(x, y, t)$ ($i = 1, 2$) 是足够光滑的任意函数. $\cosh[(z+1)(-\Delta)^{1/2}]$ 和 $\cosh[(z-r)(-\Delta)^{1/2}]$ 为伪微分算子, 对于足够光滑的函数 u , 分别定义为幂级数

$$\cosh[(z+1)(-\Delta)^{1/2}]u = u - \frac{1}{2}(z+1)^2 \Delta u + \dots$$

和

$$\cosh[(z-r)(-\Delta)^{1/2}]u = u - \frac{1}{2}(z-r)^2 \Delta u + \dots$$

将式 (13), (14) 代入关于 $\phi_i(x, y, 0, t) (i = 1, 2)$ 的方程组, 考虑到

$$\phi_{10} = \phi_1(x, y, 0, t) = \cosh[(-\Delta)^{1/2}] \Phi_1(x, y, t) \quad (15)$$

$$\phi_{20} = \phi_2(x, y, 0, t) = \cosh[r(-\Delta)^{1/2}] \Phi_2(x, y, t) \quad (16)$$

$$\phi_{10tt} - \sigma \phi_{20tt} = -(1 - \sigma) \mathcal{L} \phi_{10} + O(\varepsilon) \quad (17)$$

$$\phi_{10tt} - \sigma \phi_{20tt} = -(1 - \sigma) \mathcal{L}_r \phi_{20} + O(\varepsilon) \quad (18)$$

推导出

$$\begin{aligned} & \phi_{10tt} - \sigma \phi_{20tt} + (1 - \sigma) \mathcal{L} \phi_{10} + \varepsilon \left\{ -(\phi_{10t} - \right. \\ & \left. \sigma \phi_{20t})(\mathcal{L} \phi_{10t} - \Delta \phi_{10}) + (1 - \sigma)[(\mathcal{L} \phi_{10t})^2]_t + \right. \\ & \left. [(\nabla \phi_{10})^2]_t - \frac{\sigma}{2}[(\nabla \phi_{20})^2]_t - \sigma \nabla \phi_{10} \cdot \nabla \phi_{20t} \right\} = \\ & O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \phi_{10tt} - \sigma \phi_{20tt} + (1 - \sigma) \mathcal{L}_r \phi_{20} + \varepsilon \left\{ -(\phi_{10t} - \right. \\ & \left. \sigma \phi_{20t})(\mathcal{L} \phi_{10t} - \Delta \phi_{20}) + (1 - \sigma)[(\mathcal{L} \phi_{10t})^2]_t - \right. \\ & \left. \sigma[(\nabla \phi_{20})^2]_t + \frac{1}{2}[(\nabla \phi_{10})^2]_t + \nabla \phi_{20} \cdot \nabla \phi_{10t} \right\} = \\ & O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\mathcal{L} = [(-\Delta)^{1/2}] \tanh[(-\Delta)^{1/2}]$$

$$\mathcal{L}_r = -[(-\Delta)^{1/2}] \tanh[r(-\Delta)^{1/2}]$$

$\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{L}_r$ 是伪微分算子, 对于足够光滑的函数 u , 分别定义为幂级数

$$\mathcal{L}u = -\Delta u - \frac{1}{3} \Delta^2 u + \dots$$

$$\mathcal{L}_r u = r \Delta u + \frac{1}{3} r^2 \Delta^2 u + \dots$$

忽略 $O(\varepsilon^2)$ 项, 式 (19), (20) 就变成关于 ϕ_{10}, ϕ_{20} 的方程组. $\sigma = 0$ 时, 式 (19) 为 Milewski 和 Keller^[13] 导出的单层流体二维表面波的控制方程. 从式 (12) 得到界面升高

$$\eta = -\frac{1}{1 - \sigma} (\phi_{10t} - \sigma \phi_{20t}) + O(\varepsilon)$$

3 浅水长波方程的推导

3.1 二维非线性界面长波近似方程的导出

以 L 表示运动的水平长度尺度, 引入无量纲参

数 $\mu = h_1/L$ 和新的变量 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{t}, \hat{\phi}_{i0}, \hat{\phi}_i$ 和 $\hat{\Phi}_i$, 使

$$\left. \begin{aligned} (x, y, t) &= \mu^{-1}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{t}), \quad \phi_{i0} = \mu^{-1} \hat{\phi}_{i0} \\ \phi_i &= \mu^{-1} \hat{\phi}_i, \quad \Phi_i = \mu^{-1} \hat{\Phi}_i \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

有了这些尺度

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mu[(-\hat{\Delta})^{1/2}] \tanh[\mu(-\hat{\Delta})^{1/2}] = \\ & -\mu^2 \hat{\Delta} - \frac{1}{3} \mu^4 \hat{\Delta}^2 + O(\mu^6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_r &= -\mu[(-\hat{\Delta})^{1/2}] \tanh[r\mu(-\hat{\Delta})^{1/2}] = \\ & r\mu^2 \hat{\Delta} + \frac{1}{3} r^3 \mu^4 \hat{\Delta}^2 + O(\mu^6) \end{aligned}$$

这里 $\hat{\Delta} = \partial_{\hat{x}}^2 + \partial_{\hat{y}}^2$. 把这些新变量代入式 (19), (20) 并去掉 “ $\hat{\cdot}$ ”, 得出关于 ϕ_{10}, ϕ_{20} 的方程组. 将

$$\begin{aligned} \phi_{10} &= \cosh[\mu(-\Delta)^{1/2}] \Phi_1 = [1 - \frac{1}{2} \mu^2 \Delta + O(\mu^4)] \Phi_1 \\ \phi_{20} &= \cosh[r\mu(-\Delta)^{1/2}] \Phi_2 = [1 - \frac{1}{2} r^2 \mu^2 \Delta + O(\mu^4)] \Phi_2 \end{aligned}$$

代入关于 ϕ_{10}, ϕ_{20} 的方程组, 并且只保留 ε 和 μ^2 的同阶项, 省略掉高阶项, 导出关于 Φ_1, Φ_2 的近似方程如下

$$\begin{aligned} & \Phi_{1tt} - \sigma \Phi_{2tt} - (1 - \sigma) \Delta \Phi_1 + \mu^2 \left[\frac{1}{2} r^2 \sigma \Delta \Phi_{2tt} - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \Delta \Phi_{1tt} + \frac{1}{6} (1 - \sigma) \Delta^2 \Phi_1 \right] + \\ & \varepsilon \left\{ (\Phi_{1t} - \sigma \Phi_{2t}) \Delta \Phi_1 + [(\nabla \Phi_1)^2]_t - \right. \\ & \left. \frac{\sigma}{2} [(\nabla \Phi_2)^2]_t - \sigma \nabla \Phi_1 \cdot \nabla \Phi_{2t} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \Phi_{1tt} - \sigma \Phi_{2tt} + (1 - \sigma) r \Delta \Phi_2 + \mu^2 \left[\frac{1}{2} r^2 \sigma \Delta \Phi_{2tt} - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \Delta \Phi_{1tt} - \frac{1}{6} (1 - \sigma) r^3 \Delta^2 \Phi_2 \right] + \\ & \varepsilon \left\{ (\Phi_{1t} - \sigma \Phi_{2t}) \Delta \Phi_2 + \frac{1}{2} [(\nabla \Phi_1)^2]_t - \right. \\ & \left. \sigma [(\nabla \Phi_2)^2]_t + \nabla \Phi_2 \cdot \nabla \Phi_{1t} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

此时, 界面升高为 $\eta = -\frac{1}{1 - \sigma} (\Phi_{1t} - \sigma \Phi_{2t}) + O(\varepsilon, \mu^2)$. 当 $\sigma = 0$ 时, 方程 (22) 就是由 Benny 和 Luke^[14] 推导出的控制单层流体二维表面波的方程. 在下面的推导中, 采用 Boussinesq 浅水假定, 即假定非线性和色散同等重要, 不失一般性, 令 $\varepsilon = \mu^2$.

3.2 KdV 方程的导出

首先寻找式 (22), (23) 的形如 $\Phi_1 = \varphi_{k1}(X, \tau)$, $\Phi_2 = \varphi_{k2}(X, \tau)$ 的解, 这里 $\tau = \varepsilon t$, $X = x - ct$, c

是线性重力波相速度. 为此, 将这些表达式代入式 (22), (23), 比较 ε 同次幂系数, 考虑到 $\varepsilon = \mu^2$, 导出线性重力波相速度

$$c = \sqrt{\frac{r(1-\sigma)}{\sigma+r}} \quad (24)$$

此结果与文献 [3] 一致. 同时, 还可得到关于 φ_{k2X} 的方程, 考虑到这时 $\eta = -\frac{r}{c}\varphi_{k2X} + O(\varepsilon)$, 导出关于 η 的方程

$$\eta_\tau + \alpha\eta_{\eta X} + \delta\eta_{X X X} = O(\varepsilon) \quad (25)$$

其中

$$\alpha = \frac{3c(r^2 - \sigma)}{2r(\sigma + r)}, \quad \delta = \frac{\sigma r(1 + \sigma r)}{6(\sigma + r)} \quad (26)$$

与文献 [3] 一致. 在式 (25) 中忽略 $O(\varepsilon)$ 项, 得到 KdV 方程

$$\eta_\tau + \alpha\eta_{\eta X} + \delta\eta_{X X X} = 0 \quad (27)$$

3.3 KP 方程的导出

采用类似前面的方法, 但允许波形仅弱依赖于 y , 即令 $\Phi_1 = \Phi_{K1}(X, Y, \tau)$, $\Phi_2 = \Phi_{K2}(X, Y, \tau)$, $Y = \varepsilon^{1/2}y$, 推导出关于 Φ_{K2X} 的方程, 对 X 进行微分, 考虑到 $\eta = -\frac{r}{c}\Phi_{K2X} + O(\varepsilon)$, 忽略 $O(\varepsilon)$ 项, 可导出 KP 方程

$$(\eta_\tau + \alpha\eta_{\eta X} + \delta\eta_{X X X})_X + \frac{1}{2}\alpha\eta_{YY} = 0 \quad (28)$$

在推导 KP 方程时, 假定了界面波对 y 比对 x 的依赖要弱. 因此, KP 方程不能描述强弯曲波阵面或具有不同传播方向波阵面的传播. 事实上, KP 方程只能作为弱二维波传播的模型 [5,6,12].

4 结 论

本文从势流理论的边值问题出发, 借助小参数展开, 通过引入伪微分算子, 建立了两水平固壁间两层不可压缩理想流体中二维非线性界面波的演化控制方程. 由此控制方程, 通过引入水平长度尺度, 得到了二维非线性界面长波满足的近似方程. 从这个近似方程, 在浅水假定下, 推导出一维界面运动遵循的 KdV 方程; 进一步假定波传播时在一个方向上

占优, 推导出准二维界面运动遵循的 KP 方程. 从而说明本文所建立的任意常深度两层流体中二维非线性界面波控制方程的正确性和广泛实用性. 关于它的应用范围以及系统研究, 比如, 此方程是否有双周期解, 我们还将继续进行.

致谢 感谢导师戴世强教授的指导.

参 考 文 献

- 1 Yih CS. Stratified Flow. New York: Academic Press, 1980
- 2 Miles JW. Solitary waves. *Ann Rev Fluid Mech*, 1980, 12: 11~43
- 3 戴世强. 两层流体界面上的孤立波. 应用数学和力学, 1982, 3(6): 721~731 (Dai Shiqiang. Solitary waves at interface of a two-layer fluid. *Appl Math & Mech*, 1982, 3(6): 721~731 (in Chinese))
- 4 Grimshaw R. Theory of solitary waves in shallow fluids. *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, 1986, 2: 1~25
- 5 Ablowitz MJ, Clarkson PA. Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering. Cambridge University Press, 1991. 1~70
- 6 程友良. 分层流体中内孤波的研究进展. 力学进展, 1998, 28(3): 383~391 (Cheng Youliang. Advances in studies of internal solitary waves in stratified fluids: a review. *Advances in Mechanics*, 1998, 28(3): 383~391 (in Chinese))
- 7 Miloh T. On the plane-wave interfacial soliton in a two-layer fluid model of finite depth. *Engineering Science, Fluid Dynamics*, 1990: 75~85
- 8 Ablowitz MJ, Segur H. Long internal waves in fluids of great depth. *Stud Appl Maths*, 1980, 62: 249~262
- 9 Grimshaw R. Evolution equation for weakly nonlinear, long internal waves in a rotating fluid. *Stud Appl Maths*, 1985, 73: 1~33
- 10 Choi W, Camassa R. Weakly nonlinear internal waves in a two-fluid system. *J Fluid Mech*, 1996, 313: 83~103
- 11 戴世强. 分层流体中推广的 Boussinesq 方程和斜相互作用的孤立波. 应用数学和力学, 1984, 5(1) (Dai Shiqiang. The generalized Boussinesq equations and obliquely interacting solitary waves in stratified fluid. *Appl Math & Mech*, 1984, 5(1) (in Chinese))
- 12 Akyas TR. Three-dimensional long water-wave phenomena. *Annu Rev Fluid Mech*, 1994, 26: 191~210
- 13 Milewski PA, Keller JB. Three-dimensional water waves. *Stud Appl Math*, 1996, 97: 139~166
- 14 Benny DJ, Luke JC. Interactions of permanent waves of finite amplitude. *J Math Phys*, 1964, 43: 309~313

EVOLUTION EQUATION FOR TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR INTERFACIAL WAVES IN A TWO-LAYER FLUID¹⁾

Cheng Youliang

(Dept. of Power Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract The simpler models of one-dimensional internal solitary waves in stratified fluid have been studied by many authors. Nevertheless, there seem to be fewer reports on the two-dimensional internal solitary waves, which frequently appear in nature. For more general cases, for example, the propagation and interaction of internal waves in stratified oceans or atmosphere, the two-dimensional model has to be considered. In the present paper, the two-dimensional weakly nonlinear waves at the interface between the two-layer incompressible inviscid fluids bounded by two horizontal rigid walls are investigated. Firstly, the governing equations in a concise form are presented with no a priori assumption about the horizontal length scales or about the direction of propagation by means of small parameter expansion and by introducing the pseudo-differential operators from the boundary value problem of potential flow theory. These equations are similar to those presented by Milewski & Keller^[13], if $\sigma = 0$. Then the approximate equations for the two-dimensional interfacial long waves are derived by introducing the horizontal length scales, and then, the Korteweg-de Vries (KdV) equation is deduced under the shallow water assumption, and the Kadomtsev-Petviashvili (KP) equation is also derived with the further assumption that a certain propagating direction is preferential. The conclusions in this paper are in good agreement with some classical results, which are considerably extended. It is illustrated that the governing evolution equation given here is correct and of a wide range of validity. We will further investigate the applicable range of the governing equation.

Key words two-layer fluid, two-dimensional nonlinear interfacial waves, evolution equation, KdV equation, KP equation

Received 18 October 2001, revised 24 June 2002.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19672035) and the Doctoral Teachers Program Fund of North China Electric Power University.