

应用于激波/边界层相互作用的 非线性湍流模式¹⁾

杨晓东 马晖扬

(中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要 选择 8 个近年来有代表性的非线性湍流模式, 研究 2 个跨声速激波/边界层相互作用问题. 采用的非线性湍流模式包括 4 个二阶模式和 4 个三阶模式. 2 个跨声速激波/边界层相互作用的流动是轴对称圆弧突起绕流和二维管道突起流动. 通过数值计算结果和实验结果的比较, 对有关的非线性湍流模式进行评估和分析. 计算结果表明, 非线性模式的模化系数与平均流动应变不变量以及涡量不变量有关, 反映了湍流的各向异性, 比线性模式优越得多.

关键词 跨声速流动, 湍流, 激波/边界层相互作用, 非线性湍流模式

引 言

激波/边界层相互作用是空气动力学中一种重要的气动干扰现象. 由于其复杂的流动机理, 对该流动现象的正确预估仍然具有相当的挑战性. 随着计算流体力学的发展, 数值计算在激波/边界层相互作用的分析和研究中起着越来越重要的作用. 研究表明, 激波/边界层相互作用数值计算的准确程度主要取决于所采用的湍流模式. 此类流动表现出复杂的平均应变, 对湍流结构很敏感, 尤其是湍流的各向异性和流动的历史效应, 正确地模拟该流动的雷诺应力-应变本构关系至关重要. 线性涡黏性模式假设雷诺应力和平均应变间存在 Boussinesq 近似关系, 表现出湍流是各向同性的, 不能很好地模拟含有逆压梯度的流动, 因此不适用于激波/边界层相互作用. 二阶矩封闭模式可以给出较为准确的雷诺应力表达式, 但是计算工作量大, 对数值方法也很苛刻. 两方程非线性湍流模式可以很好地反映流向压力梯度、分离、撞击、流线弯曲以及旋转等效应, 可以描述湍流的各向异性, 又易于实施, 在计算准确性和计算机资源的利用上达到最佳平衡.

本文在低雷诺数两方程 $k-\varepsilon$ 模式框架下, 评

估 8 个近年来有代表性的非线性湍流模式: 二阶模式 Wilcox & Rubesin^[1] (1980)(WR), Shih, Zhu & Lumley^[2] (1993)(SZL1), Shih, Zhu & Lumley^[3] (1995)(SZL2) 和 Gatski & Speziale^[4] (1993)(GS); 三阶模式 Craft, Launder & Suga^[5] (1996)(CLS), Lien & Leschziner^[6] (1996)(LL), Apsley & Leschziner^[7] (1998)(AL) 和 Shih 等^[8] (1997)(SHIH). 为了比较, 选择 Launder & Sharma $k-\varepsilon$ 线性模式^[9] (LS) 作为标准模式. 研究典型的激波/边界层相互作用的流动: 轴对称圆弧突起跨声速绕流^[10] 和二维管道突起跨声速流动^[11]. 应用有限体积法数值求解控制方程组, 计算结果给出不同模式下壁面压力的分布, 以及分离区附近平均速度、湍流剪切应力和正应力沿径向的分布, 比较了上述非线性模式之间的差异.

1 湍流模式

雷诺应力各向异性张量为 $a_{ij} = \overline{u_i u_j} / k - \frac{2}{3} \delta_{ij}$. 虽然不同非线性模式的立论依据和推导过程差别很大, 但是二阶或三阶湍流模式的雷诺应力与应变、涡量的本构关系有如下的经典形式 (对于不可压缩流动)

2001-11-21 收到第一稿, 2002-04-16 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助 (50076043).

$$\begin{aligned}
 a_{ij} = & -2C_{\mu}f_{\mu}s_{ij} + \beta_1(s_{ik}s_{kj} - \frac{1}{3}s_{kl}s_{kl}\delta_{ij}) + \beta_2(w_{ik}s_{kj} - s_{ik}w_{kj}) + \\
 & \beta_3(w_{ik}w_{kj} + \frac{1}{3}w_{kl}w_{kl}\delta_{ij}) - \gamma_1s_{kl}s_{kl}s_{ij} + \gamma_2w_{kl}w_{kl}s_{ij} - \\
 & \gamma_3(w_{ik}w_{kl}s_{lj} + s_{ik}w_{kl}w_{lj} + w_{kl}w_{kl}s_{ij} - \frac{2}{3}w_{kl}s_{lm}w_{mk}\delta_{ij}) - \\
 & \gamma_4(w_{ik}s_{kl}s_{lj} - s_{ik}s_{kl}w_{lj})
 \end{aligned} \quad (1)$$

式中, 无量纲化的平均应变张量和平均涡量张量

$$s_{ij} = \frac{k}{2\varepsilon}(U_{i,j} + U_{j,i}), \quad w_{ij} = \frac{k}{2\varepsilon}(U_{i,j} - U_{j,i}) \quad (2)$$

对于可压缩流动, s_{ij} 由 s_{ij}^* 替换, $s_{ij}^* = s_{ij} - \frac{1}{3}s_{kk}\delta_{ij}$.

2 数值方法^[12]

采用体中心有限体积法, 隐式求解 Favre 平均可压缩 N-S 方程和 k, ε 模式输运方程. 在数值求解过程中, 采用线松弛 Gauss-Seidel 算法和 Roe 近似, 各变量离散中采用 Yee 的 minmod TVD 格式. 平均量方程和湍流输运方程解耦进行, 这样既加速收敛, 又减少了矩阵的体积. 该算法稳定, 可以较快地收敛到定常解.

3 结果和讨论

3.1 算例 1: 轴对称圆弧突起跨声速绕流

实验是由 Bachalo 和 Johnson^[10] 完成. 一个弦长 c 为 20.30 cm 的环形圆弧突起, 固定在平行于来流的圆柱上. 自由来流的马赫数 $M_{\infty} = 0.875$, 单位长度

的雷诺数 $Re/m = 13.6 \times 10^6/m$. 驻点总压 95 000 Pa, 总温 302 K. 计算域为 -0.63 m 到 0.887 m, 网格为 221×101 , 在壁面附近和干扰区域进行加密, 使距离壁面最近的格点 $y^+ < 0.5$. 入口边界层厚度为 4 mm, 入口值由计算 y 方向相同网格分布的圆柱绕流得到. 壁面等温、无滑移, 亚声速出口处给定自由流线的静压.

图 1 表示壁面压力分布. 在激波后的边界层分离区域, 压力分布曲线上位于 $0.8 < X/c < 1.1$ 的平台区域可以检验模式模拟激波后流动分离的能力. LS 没有给出压力平台区域, 得到的激波位置靠后. 而非线性湍流模式模拟分离的效果都很好, 其中 WR 表现出的分离稍弱, SZL1, CLS, LL 和 SHIH 的结果与实验值符合最好, SZL2, GS 和 AL 表现出的分离稍强.

图 2 是在分离区附近 $X/c = 1.250$ 和 $X/c = 1.375$ 两站的流向平均速度分布. LS 正确地反映了平均流动的速度分布. 所有的非线性模式给出较小的平均速度, 表明非线性模式对于边界层厚度估计稍大, 其中 SZL2 和 AL 对分离区估计最大.

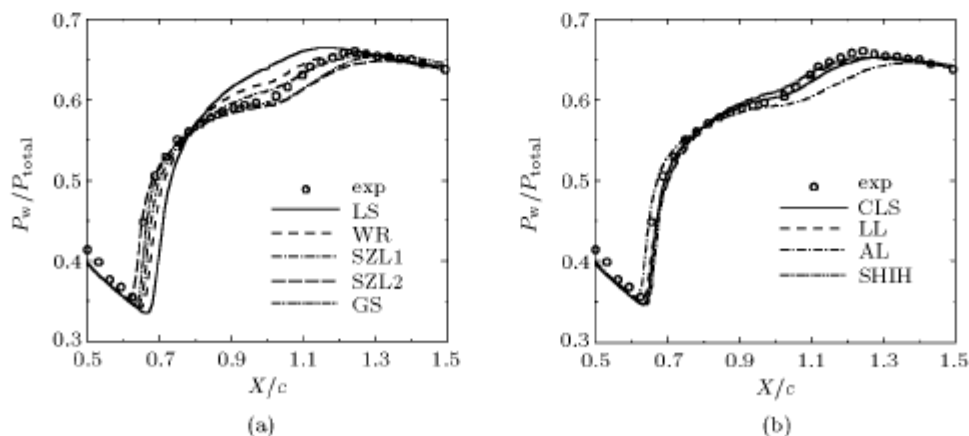


图 1 算例 1: 壁面压力分布

Fig.1 Test case 1: wall pressure distributions

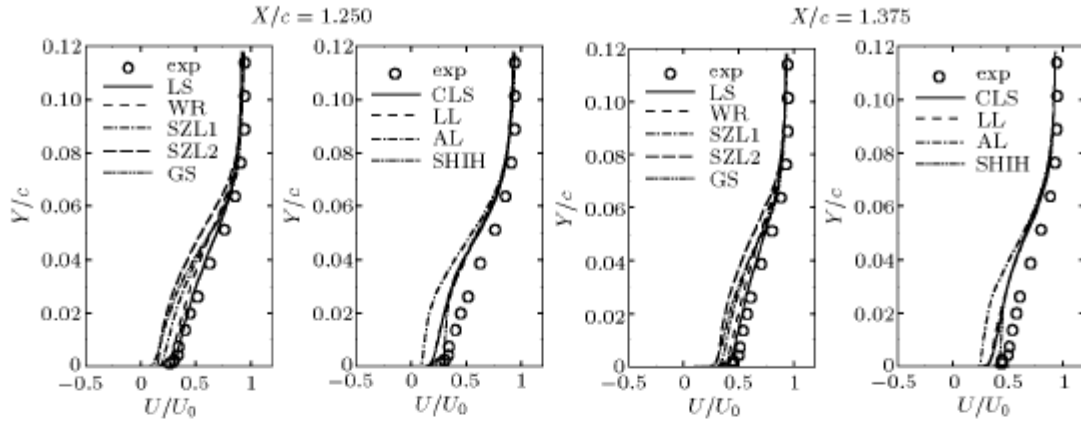


图 2 算例 1：流向平均速度分布

Fig.2 Test case 1: mean velocity profiles

图 3 给出上述两站的无量纲湍流剪切应力分布，图 4 是流向湍流正应力的分布。非线性模式明显优于线性模式，表现了湍流的各向异性，而非线性模式中三阶模式要优于二阶模式。SZL2 和 SHIH 的结果最好。

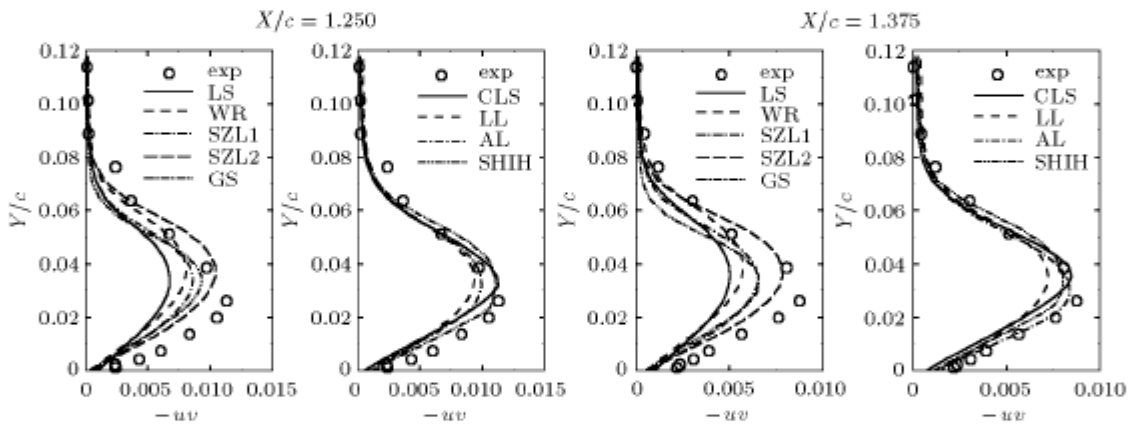
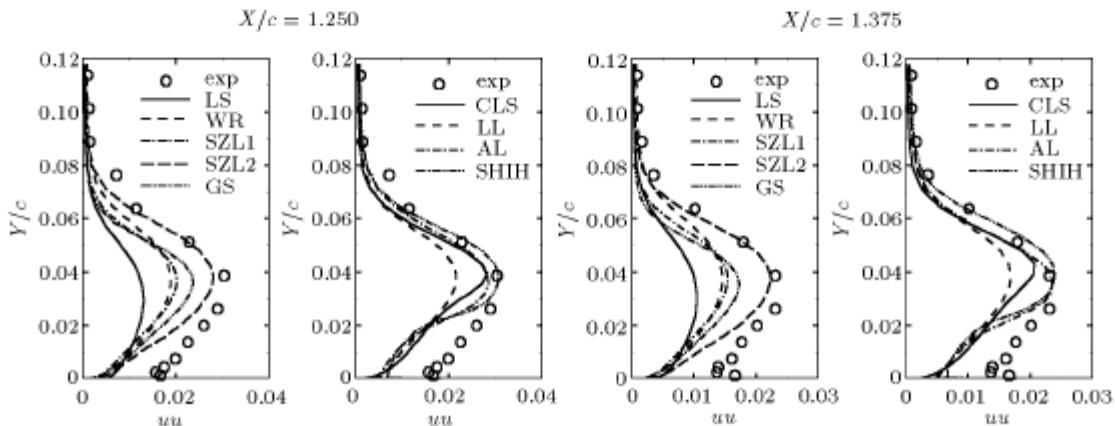


图 3 算例 1：无量纲剪切应力分布

Fig.3 Test case 1: turbulent shear stress profiles

图 4 算例 1：无量纲正应力 $\overline{u'u}$ 的分布Fig.4 Test case 1: streamwise normal stress ($\overline{u'u}$) profiles

3.2 算例 2: 二维管道突起跨声速流动

实验是由 Delery^[11] 在 ONERA 完成的. 管道上壁面稍微倾斜, 下壁面的突起代表跨声速翼型的吸力面剖面. 自由来流马赫数 $M_\infty = 0.615$, 单位长度的 $Re_\infty = 11.0 \times 10^6/m$, 驻点总压 96 000 Pa, 总温 300 K. 计算域从 -74 mm 到 426 mm , 网格为 121×121 , 在激波区域沿流向加密, 壁面附近加密使得 $y^+ < 0.5$. 因为没有考虑管道后端使流动加速到超声速的第二喉道区域, 出口背压要在 61 500 Pa 附近根据不同的模式调节, 使上壁面激波位置与实验相符合. 先计算与 Delery 管道入口具有相同网格分

布的直管道流动, 将位移边界层厚度达到 3 mm (管道高度的 3%) 时的 p, U, V, k, ε 作为入口值. 上、下壁面绝热、无滑移.

图 5 和图 6 分别给出了上壁面及下壁面的压力分布. 虽然在上壁面附近激波/边界层的相互作用很微弱, 即使在附体流动条件下, LS 和 WR 还是低估了相互作用的强度. 激波在下壁面诱导了流动的分流, LS 和 WR 没有很好地给出 2 个激波之间的压力平台区, 其它的非线性模式给出的激波/边界层相互作用的强度都比较强, 对分离区的模拟很成功.

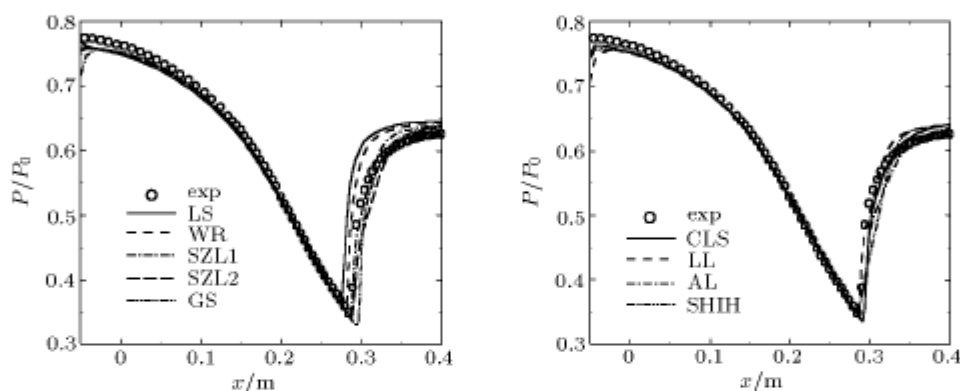


图 5 算例 2: 上壁面压力分布

Fig.5 Test case 2: upper wall pressure distributions

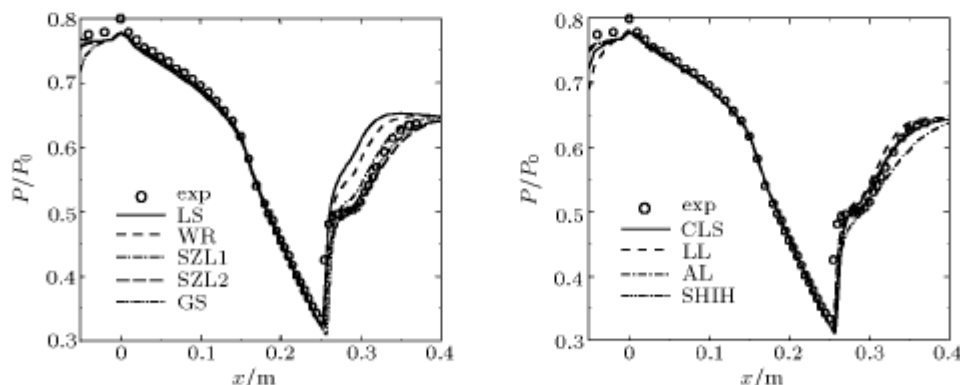


图 6 算例 2: 下壁面压力分布

Fig.6 Test case 2: lower wall pressure distributions

图 7 列出了在激波/边界层相互作用区实验干涉图和各模式得到的等密度线图. LS 和 WR 对激波结构的数值扩散很大, 没有给出 λ 激波的结构.

其它非线性模式较合理地显示了流场中 λ 激波的结构, 模拟了较强的激波/边界层相互作用. 其中, SZL1 和 LL 模拟的激波/边界层相互作用稍弱.

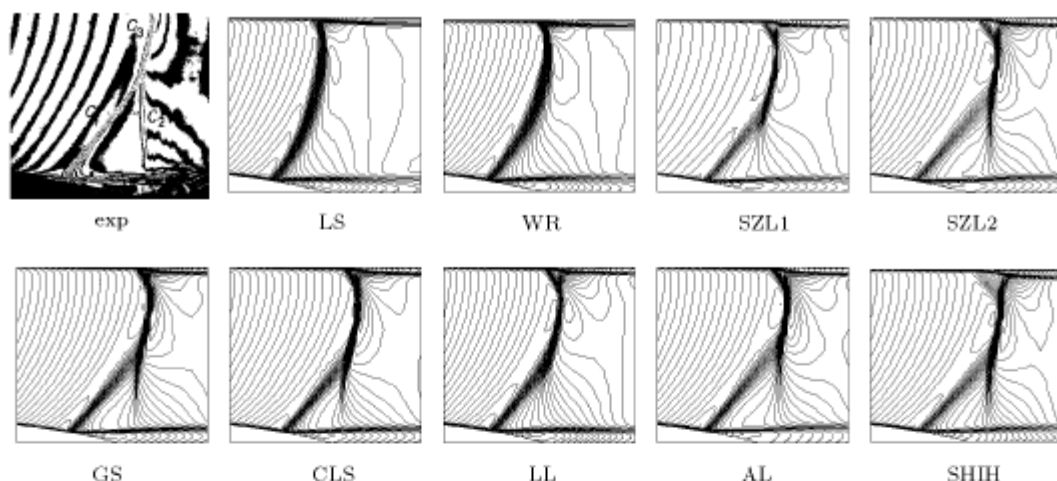


图 7 算例 2: 激波/边界层相互作用区域实验干涉图与各模式等密度线图

Fig.7 Test case 2: density interferogram and iso-density contours in the interaction region

图 8 给出了分离区附近 $x = 0.33\text{ m}$ 和 $x = 0.38\text{ m}$ 两站的流向平均速度分布. 在三阶模式中, AL 的平均速度值较小, 对分离估计过大. LL 的平均速度最大, 表明模拟的回流区比较短, 激波/边界

层相互作用较弱 (见图 7). 图 9 是上述两站的雷诺剪切应力分布, 图 10 是流向湍流正应力的分布. 计算结果都小于实验值, 但是, 非线性模式与线性模式相比, 已经有很大改善, 表现了湍流各向异性.

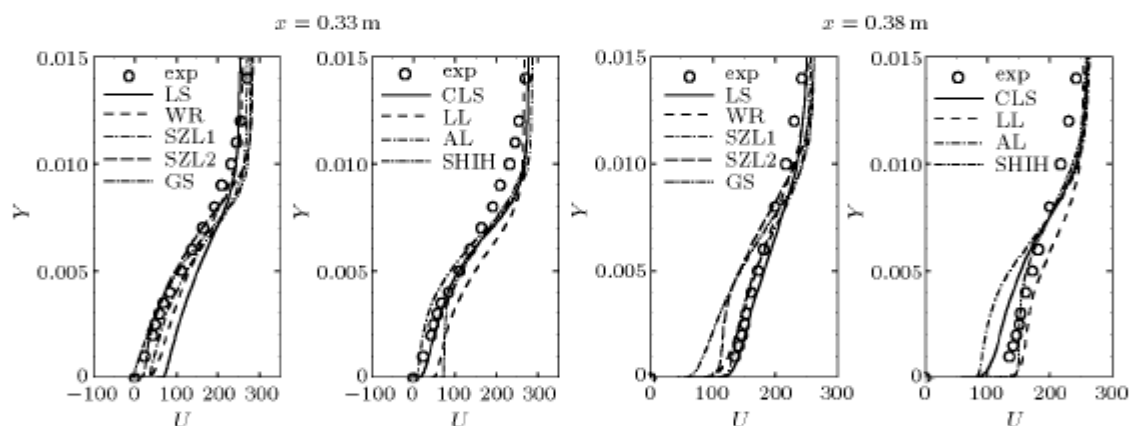


图 8 算例 2: 流向平均速度分布

Fig.8 Test case 2: mean velocity profiles

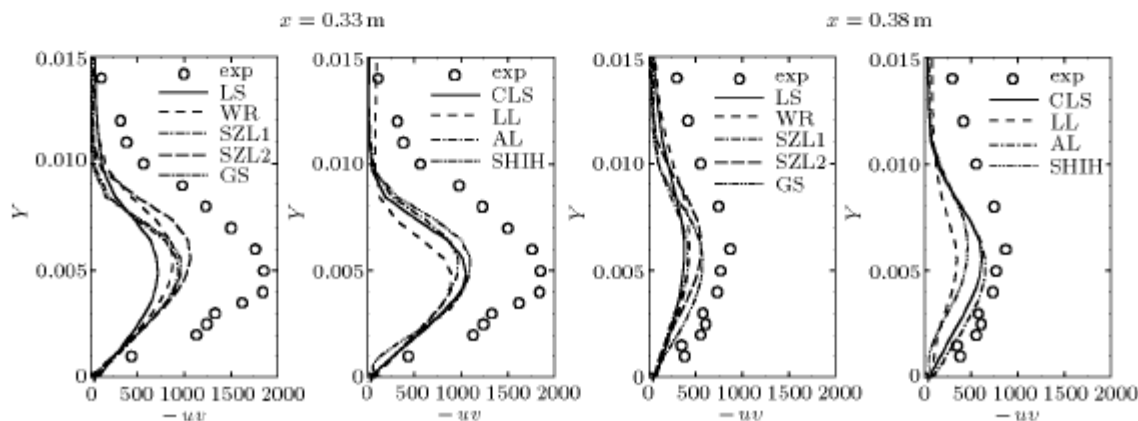


图 9 算例 2: 湍流剪切应力分布

Fig.9 Test case 2: turbulent shear stress profiles

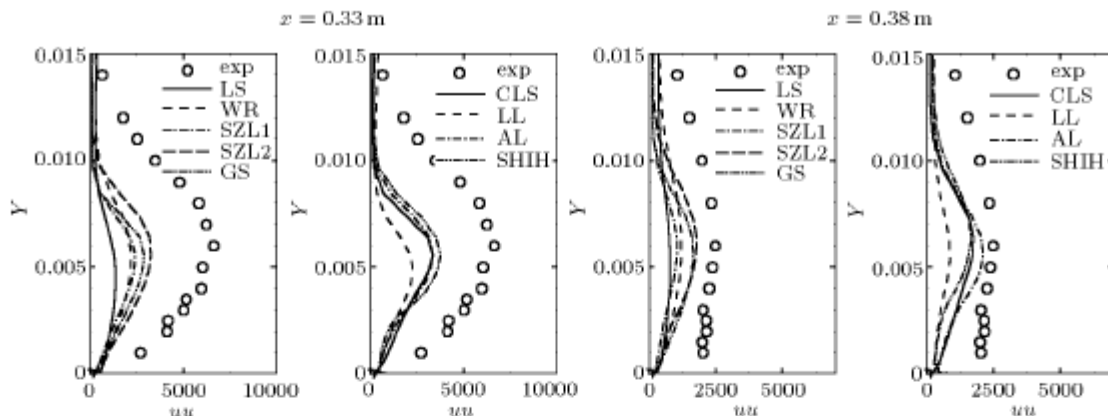


图 10 算例 2: 湍流正应力的分布

Fig.10 Test case 2: streamwise normal stress profiles

4 结 论

非线性湍流模式能够很好地模拟激波/边界层相互作用,其结果明显地优于线性模式。非线性湍流模式和线性模式的区别,除了前者含有非线性项外,很重要的一点是 C_μ 与平均流动应变不变量以及涡量不变量有关,反映了湍流的各向异性。WR 对线性模式没有很大的改进,就是因为该模式的 C_μ 是常数。与线性模式相比,非线性湍流模式计算的雷诺应力已经有很大改善,但是与实验值相比,仍有不足。这就需要对非线性湍流模式的应力-应变本构关系以及非线性项的模化系数作进一步深入的研究。

参 考 文 献

- 1 Wilcox DC, Rubesin MW. Progress in turbulence modelling for complex flow field including effects of compressibility. NASA Report, TP1517, 1980
- 2 Shih TH, Zhu J, Lumley JL. A realisable Reynolds stress algebraic equation model. NASA TM, 105993, 1993
- 3 Shih TH, Zhu J, Lumley JL. A new Reynolds stress algebraic equation model. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 1995, 125: 287~302
- 4 Gatski TB, Speziale CG. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. *J Fluid Mech*, 1993, 254:

59~78

- 5 Craft TJ, Launder BE, Suga K. Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence. *Int J Heat Fluid Flow*, 1996, 17: 108~115
- 6 Lien FS, Leschziner MA. Low-Reynolds-number eddy-viscosity modelling based on non-linear stress-strain/vorticity relations. In: Rodi W, Bergeles G eds. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 3*. Elsevier, Amsterdam, 1996. 91~100
- 7 Apsley DD, Leschziner MA. A new low- Re non-linear two-equation turbulence model for complex flows. *Int J Heat Fluid Flow*, 1998, 19: 209~222
- 8 Shih TH, Zhu J, Liou WW, et al. Modelling of turbulence Swirling Flows. *11th Symp of Turbulent Shear Flows*, 1997, 31.1~31.6
- 9 Launder BE, Sharma BL. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near spinning disc. *Lett Heat Mass Transfer*, NASA TM 113112, 1997
- 10 Bachalo WD, Johnson DA. An investigation of transonic turbulent boundary layer separation generated on an axisymmetric flow model. AIAA Paper, 79-1479, 1979
- 11 Delery J. Investigation of strong turbulent boundary-layer interaction in 2D flows with emphasis on turbulence phenomena. AIAA Paper 81-1245, 1981
- 12 Huang PG, Coakley TJ. An implicit Navier-Stokes code for turbulence flow modelling. AIAA Paper 92-0547, 1992

NONLINEAR TURBULENCE MODELS IN SHOCK/BOUNDARY-LAYER INTERACTION¹⁾

Yang Xiaodong Ma Huiyang

(Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract Eight popular nonlinear turbulence models under low- Re k - ε framework have been tested and validated with experimental data of two transonic flows. The standard model is low- Re k - ε model of Launder and Sharma (1974). The nonlinear quadratic models are: Wilcox & Rubesin (1980); Shih, Zhu & Lumley (1993); Shih, Zhu & Lumley (1995); Gatski & Speziale (1993); and the nonlinear cubic models are: Craft, Launder & Suga (1996); Lien & Leschziner (1996); Apsley & Leschziner (1998); Shih et al. (1997). The benchmark flows are two transonic flows over bump geometries with shock-wave/boundary-layer interaction including separation: the axisymmetric bump flow of Bachalo & Johnson and the 2D channel bump flow of Delery. The computational results show that nonlinear models with coefficients appropriately associated with strain and vorticity invariants, yield satisfactory results superior to linear models.

Key words transonic flows, turbulence, shock/boundary-layer interaction, nonlinear turbulence models

Received 21 November 2001, revised 16 April 2002.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50076043).