

板材冲压翻边的解析理论模型¹⁾

胡平 李运兴 李大永

(吉林大学汽车覆盖件成形技术研究所, 长春 130025)

摘要 基于全量塑性理论及膜应变假设, 给出两种新的冲压板材内曲拉伸 / 外曲收缩翻边坯料尺寸预示解析数学模型。引入板材冲压成形性分析软件 KMAS 系统中, 对铁路客车牵引架实际冲压件的翻边成形坯料尺寸进行了预示, 并与其它解析模型的预示结果以及实验及实测数据进行了对比, 讨论了板材的面内各向异性对翻边高度的影响。

关键词 内曲拉伸 / 外曲收缩翻边, 坯料尺寸预示, 面内各向异性, KMAS 软件系统

引 言

汽车覆盖件成形的基本工序是拉延、修边与翻边。为了焊装与安装，大部分汽车车身板金件拉延后都需要进行翻边操作。修边后坯料的形状及尺寸设计是影响翻边成形性和成形精度的一个重要因素，也是目前板材冲压成形问题中的又一大技术难题。翻边基本类型有三种：直翻边、内曲翻边和外曲翻边（图1）。外曲翻边又称为收缩翻边（shrink flange），由于翻边曲率是外凸的，突缘上金属产生压缩变形；相反，内曲翻边（又称拉伸翻边，stretch flange）时翻边轮廓是内凹的，突缘上金属产生拉伸变形；最后，直线翻边，翻边轮廓为直线，类似于直边弯曲成形，除弯曲半径处以外的其他部位都没有纵向应力作用。在外曲翻边过程中，突缘的外缘部位板料沿环向产生较大的压应力。当压力超过一定极限时突缘将发生皱曲。而对于内曲翻边过程，在突缘外缘处，板料变形产生较大的拉应力，当其值超过某一极限应力时则发生破裂。控制翻边成形皱曲与破裂的因素很多。首先是翻边高度，其次是翻边工具的几何形状，以及板材的材料参数（如弹性模量、屈服应力、硬化指数等）。

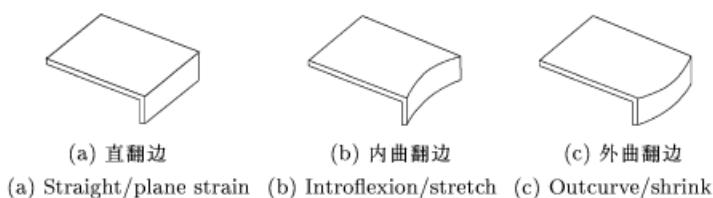


图 1 三种翻边过程示意图

对于翻边问题的研究主要是两个方面：

一是对翻边成形皱曲与破裂的预示，即在翻边材料厚度、材料性能参数以及翻边轮廓曲率固定的条件下，研究翻边工具几何尺寸对翻边成形性的影响，也就是说，在上述翻边条件固定的情况下

2000-06-28 收到第一稿, 2001-01-20 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点科技项目(19832020)、教育部重点攻关课题(99034)和国家计委“九五”重点科技攻关课题(96-120-13)联合资助。

前提下, 如何选择最佳翻边工具几何尺寸, 保证翻边时制件即不产生皱曲也不发生破裂。第二个问题是如何确定修边线位置。在翻边条件及翻边高度给定的条件下, 翻边坯料采取什么形状与尺寸时, 翻边后突缘高度正好达到所需翻边高度, 也就是如何确定修边线形状与尺寸问题。这一问题具有重要实践意义。在生产实践中为了得到所需翻边高度要反复修正修边模轮廓, 不仅造成大量材料与人工浪费, 也影响整个冲压模具的制模与调模周期, 增大制模成本。

对翻边问题的理论研究, 至今为止很少见到国外有关翻边成形性以及翻边高度预示方法的研究报道, 特别是外曲翻边问题。国外学者 Wang N. M.^[1] 和 Wang C. T.^[2] 曾经采用完全解析的手段, 分别推导出了内曲翻边和外曲翻边成形变形分析计算模型。而实际上, Wang C. T. 关于外曲翻边的推导思路与 Wang N. M. 完全相同。上述两个模型的共同特点是: 可以分析翻边成形的变形程度, 但不便于工程人员根据翻边高度事先确定修边线位置; 公式推导过于繁难, 并且不能考虑板材的面内各向异性对翻边过程的影响。而板材在出厂前的预先轧制过程中, 面内各向异性是不可避免的; 在实际成形中对板材成形性的影响常常也是不可忽视的。

本文首先利用翻边变形过程中的几何关系, 将 Wang N. M. 的外曲压缩翻边模型与 Wang C. T. 的内曲拉伸翻边解析模型进行修正, 推导出在翻边高度已知条件下的坯料尺寸计算模型; 在此基础上, 采用与国外学者完全不同的、类似于有限元离散化的思想, 分段推导解析模型, 再积分得到总体的新的内曲拉伸 / 外曲收缩翻边数学解析模型, 该新模型将 Wang N. M. 和 Wang C. T. 的两个模型统一起来, 并引入了板材的面内各向异性。与实验结果和国外学者提出的模型相比较, 证实本文所提出方法能够比较精确地预示出切边线位置。进而表明该模型作为模具设计中预示修边位置与尺寸以及确定修边模轮廓线的一种定量分析方法是非常实用和有效的。

1 翻边解析模型的理论与公式

在建立拉伸 / 收缩翻边数学模型时, 做如下的基本假设:

- 1) 翻边轮廓曲线全部由直线和圆弧近似构成。
- 2) 将沿突缘长度方向 (y) 与厚向 (z) 应变之比 $\varepsilon_y/\varepsilon_z$ 定义为塑性应变比 r , 它的大小沿突缘长度方向是可变的, 其值由实验来决定。
- 3) 采用全量理论和膜应变假设, 并忽略弹性变形。

内曲拉伸与外曲压缩翻边情况如图 2(a) 和图 2(b) 所示。翻边轮廓处的曲率半径为 R_1 , 在

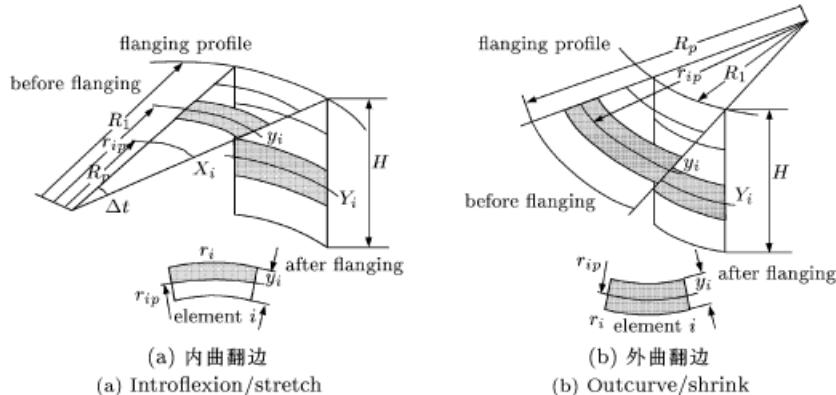


图 2 拉伸 / 压缩翻边模型

Fig.2 Introflexion/stretch and outcurve/shrink flanging models

翻边前的坯料上垂直翻边轮廓取夹角为 $\Delta\theta$ 的扇形域，翻边后板料由于环向拉伸作用而变成宽度为 $(R_1\Delta\theta)$ 的矩形突缘，其翻边高度为 H 。现在的问题是已知翻边高度 H ，如何确定坯料上的修边位置 R_p （对于内曲翻边，称 R_p 为内沿半径；对外曲翻边，称 R_p 为外沿半径）。

1.1 翻边模型 I

1.1.1 内曲拉伸翻边

沿翻边后突缘高度上划分 m 个等分单元，每个单元宽度为 Y_i ，其长度为 X_i 。与此相对应的翻边前坯料上也划分成 m 个梯形单元，每个单元的宽度为 y_i 。翻边前第 i 个单元的中心线曲率半径为

$$r_{ip} = r_i - \frac{1}{2}y_i \quad (1)$$

翻边前第 i 个单元面积 $s_i = (r_{ip}\Delta\theta)y_i$ ，其对应的翻边后的单元面积 $s_0 = (R_1\Delta\theta)Y_i$ 。首先在不考虑厚向变形的条件下，由体积不变条件 $s_i = s_0$ 得

$$\left(r_i - \frac{1}{2}y_i\right)y_i = R_1Y_i \quad (2)$$

以此求出在不计厚向变形条件下翻边前第 i 个单元的宽度，作为迭代计算的初始值

$$y_i = r_i - \sqrt{r_i^2 - 2R_1Y_i} \quad (3)$$

单元 i 的径向应变为

$$\varepsilon_{\gamma i} = \ln(Y_i/y_i) \quad (4)$$

环向应变为

$$\varepsilon_{\theta i} = \ln(R_1/r_{ip}) \quad (5)$$

引入 Hill'1979 各向异性塑性理论，应力与应变之间的关系式为^[3]

$$\frac{\varepsilon_r}{R(\alpha)\sigma_\theta} = \frac{\varepsilon_\theta}{(1+R(\alpha))\sigma_\theta} = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_\alpha} = \frac{\bar{\varepsilon}}{(1+R(\alpha))\sigma_\theta} \quad (6)$$

式中， $R(\alpha)$ 为沿着轧制方向 α 的各向异性系数，而 $\sigma(\alpha)$ 和 σ_θ 分别为沿轧制方向 α 和环向方向的真应力，则有 $\varepsilon_{ri} = \frac{R(\alpha)}{R(\alpha)+1}\varepsilon_{\theta i}$ 。由式 (4) 和 (5) 得

$$y'_i = \left(\frac{r_{ip}}{R_1}\right)^{\frac{R(\alpha)}{1+R(\alpha)}} Y_i \quad (7)$$

对每个单元循环分别求出 y'_i ，然后叠加就可以求出翻边前的突缘总长

$$y = \sum_i y'_i \quad (8)$$

为了求出每个单元变形前的宽度 y_i ，这里采用数值迭代求解法。具体迭代做法如下：
对每个单元进行循环，重复以下步骤：

- 1) 首先，忽略厚向应变，由 (3) 式计算单元宽度 y_i ，并作为迭代的初值；
- 2) 由 (1) 式计算翻边前第 i 个单元的曲率半径 r_{ip} ；
- 3) 由 (7) 式计算引入厚向变形的单元宽度 y'_i ；

- 4) 判断 $\left| \frac{y'_i - y_i}{y_i} \right| \leq \delta$ (δ 为预先给定的小的正数, 本文取定为 10^{-6});
 5) 如果不满足收敛准则, 转到步骤 2) 重新计算 (直到收敛为止), 否则转到下一步;
 6) 若满足收敛准则, 则计算出翻边前的突缘总长度 $y = \Sigma y'_i$;
 7) 最后计算出 ε_{r_i} 和 ε_{θ_i} 值.

1.1.2 外曲收缩翻边

与前面内曲翻边推导过程相类似, 翻边前第 i 个单元中线的曲率半径为

$$r_{ip} = r_i + \frac{1}{2}y_i \quad (9)$$

由体积不变条件得出翻边前单元 I 的宽度

$$y_i = -r_i + \sqrt{r_i^2 + 2R_1 Y_i} \quad (10)$$

再由应力 - 应变关系得出新的考虑厚向应变影响的单元宽度为

$$y'_i = \left(\frac{R_1}{r_{ip}} \right)^{\frac{R(\alpha)}{1+R(\alpha)}} \quad (11)$$

上面两个翻边模型中的各向异性系数 $R(\alpha)$ 可以由面内各向异性理论公式^[3] 求出

$$R(\alpha) = \frac{H + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha} \quad (12)$$

由 $H = R_0 G$, $F = \frac{R_0}{R_{90}} G$, $N = \frac{1}{2R_{90}} (2R_{45} + 1)(R_0 + R_{90}) G$, 上式改写成

$$R(\alpha) = \frac{R_0 R_{90} + [(R_0 + R_{90}) 2R_{45} - 4R_0 R_{90}] \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{R_0 \sin^2 \alpha + R_{90} \cos^2 \alpha} \quad (13)$$

式中, R_0 , R_{45} 和 R_{90} 分别为沿与板材轧制方向成 0° , 45° 和 90° 方向的各向异性系数, 可以通过实验确定.

1.2 翻边模型 II

文献 [4] 按照与通常各向异性系数 R 值不同的定义方法, 把突缘单元纵向应变与厚向应变比定义为塑性应变比 R . 该模型的塑性应变比只能反映单元纵向与厚向应变间的关系, 在一定的单元划分下, 往往导致单元变形前宽度计算的失真. 为了找出真实的塑性应变比 R , 首先就必须找出翻边成形下真实的变形模式, 重新建立翻边数学模型.

1.2.1 内曲拉伸翻边

首先分析内曲翻边变形模式. 对所考虑的单元 i 如图 2(a) 中阴影所示.

在翻边轮廓附近, 即 $r = R_1$ 时为双向应力状态, 假设厚向不变形, 其应变状态为

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r, \quad \varepsilon_t = 0 \quad (14)$$

在突缘外缘, 即 $r = R_p$ 处, 为单向拉应力状态, 其应变状态为

$$\varepsilon_\theta = -2\varepsilon_r = -2\varepsilon_t \quad (15)$$

此外, 新模型假设厚向应变沿突缘呈线性分布, 则有

$$\varepsilon_t = -\varepsilon_\theta \frac{R_1 - r}{2(R_1 - R_p)} \quad (16)$$

由体积不变条件 $\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_t = 0$ 和式 (16) 得

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta \left(1 - \frac{R_1 - r}{2(R_1 - R_p)} \right) \quad (17)$$

对于单元 I 的径向应变, 有

$$\varepsilon_{ri} = \ln(Y_i/y_i) \quad (18)$$

环向应变

$$\varepsilon_{\theta i} = \ln(R_1/r_{ip}) \quad (19)$$

由式 (17) 和式 (19), 经过适当的推导, 可以得出变形前单元 i 的宽度

$$y_i = Y_i \left(\frac{r_{ip}}{R_1} \right)^{\left[1 - \frac{R_1 - r_{ip}}{2(R_1 - R_p)} \right]} \quad (20)$$

1.2.2 外曲收缩翻边

同样, 在翻边轮廓附近的变形状态为

$$\varepsilon_r = -\varepsilon_\theta, \quad \varepsilon_t = 0 \quad (21)$$

在坯料外缘, 即 $r = R_p$ 处为单向应力状态, 其应变状态为

$$-\varepsilon_\theta = 2\varepsilon_r = 2\varepsilon_t \quad (22)$$

假设厚向应变沿突缘呈线性分布, 则有

$$\varepsilon_t = -\varepsilon_\theta \frac{r - R_1}{2(R_p - R_1)} \quad (23)$$

由体积不变条件 $\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_t = 0$ 和式 (23) 得

$$\varepsilon_r = -\varepsilon_\theta \left(1 - \frac{r - R_1}{2(R_p - R_1)} \right) \quad (24)$$

单元 i 的径向应变和环向应变表达式同于式 (18) 和式 (19).

由式 (24) 和式 (19) 得出变形前单元 i 的宽度为

$$y_i = Y_i \left(\frac{R_1}{r_{ip}} \right)^{\left[1 - \frac{r_{ip} - R_1}{2(R_p - R_1)} \right]} \quad (25)$$

上述模型变形前的单元宽度 y'_i 的迭代计算步骤类似于 1.1.1 节做法, 只是对应的计算公式不同. 最后, 由图 2 可知, 对于外曲翻边, 有 $R_p = R_1 + y$, 而对于内曲翻边, 则有 $R_p = R_1 - y$.

2 翻边模型的数值考核与实验验证

在冲压生产实践中, 需要合理确定最佳切边位置和轮廓的实例很多. 为验证新提出的拉伸 / 收缩翻边坯料尺寸预示数学模型的正确性, 以中国长春客车厂为伊朗生产的铁路客车的牵

引支架冲压翻边实例进行考核。图 3 所示为牵引支架产品构形，零件尺寸如图 4 所示。成形工序为落料、翻边成形两道工序。该零件总长度为 2893 mm，中间呈鱼腹状。翼边翻边高度都是 80 mm。图中标记 C, D 两处为内曲翻边；E, F 两处为外曲翻边。

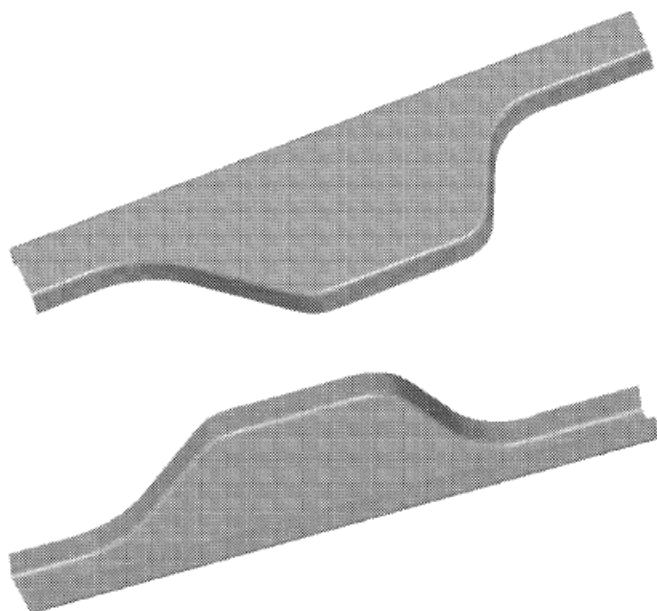


图 3 铁路客车牵引架构形
Fig.3 Configuration of a rolling-stock's retractor

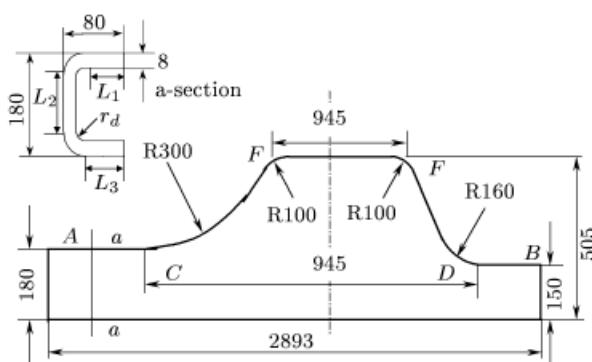


图 4 牵引支架零件尺寸图
Fig.4 Blank size of the rolling-stock's retractor

材料参数：材料为 09CuP，板厚为 $t = 8.0 \text{ mm}$ ，强度极限 $\sigma_b = 362.5 \text{ MPa}$ ，屈服极限 $\sigma_s = 273.5 \text{ MPa}$ ，弹性模量为 $2.07 \times 10^5 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.3$ ，硬化指数 $n = 0.143$ ，硬化系数 $K = 587.9 \text{ MPa}$ ，厚向各向异性系数 $\bar{R} = 1.4$ 。

计算条件为：翻边高度为 $H = 80 \text{ mm}$ ，凸凹模单边间隙 $\Delta = 8.8 \text{ mm}$ ，凸凹模肩部圆角半径

$r_d = 8 \text{ mm}$, 需要计算的是坯料尺寸, 其中最关键的是 C, D, E, F 几处的坯料尺寸.

图中 A, B 两部分属于纯 U 型弯曲, 坯料按中性面展开计算, 其计算公式为^[5]

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \pi(kt + r_d)$$

其中 r_d 为内圆角半径, 等于 8 mm , k 为中性层系数, 对于 $r'/t = 2$ 情况下可以查到 $k = 0.35$ (r' 为外层圆角半径). L_1, L_2 和 L_3 如图 4 所示. 由上式计算出 A, B 两端坯料展开长度 $L_A = 310 \text{ mm}$, $L_B = 280 \text{ mm}$.

按 Wang N. M. 内曲翻边修正模型, Wang C. T. 外曲翻边修正模型和本文新提出的模型 I 和 II 计算出坯料切边轮廓线上 C, D, E, F 四处向外等距圆弧半径 \tilde{R}_p . 由于模型 I 和 II 是忽略内圆角半径 r_d , 按照完全直角的翻边假定建立的, 若计及 r_d 值, 并且也按坯料的中性面展开计算, 实际计算出的 C, D, E, F 四处向外等距圆弧半径 R_p 应等于 $\tilde{R}_p - 0.43r_d$, 即相对误差为 $2r_d - 0.5\pi r_d \approx 0.43r_d$. 一般而论, 大多数薄板冲压翻边, r_d 值都很小 ($< 2 \text{ mm}$), 因此相对误差大多小于 1 mm . 本文考题为铁路客车用的厚板翻边成形 ($r_d = 8 \text{ mm}$), 相对误差为 3.44 mm . 修正后的 R_p 值列于表 1.

表 1 铁路客车牵引架翻边情况

Table 1 Flanging results of the rolling-stock's retractor

Position	Flanging type	Radius of flanging	Wang N. M.	Wang C. T.	New model 1	New model 2	Measure
		profile/mm	R_p/mm	R_p/mm	R_p/mm	R_p/mm	R_p/mm
C	concave	300	219.12	/	222.64	226.83	229.0
D	concave	160	70.03	/	87.76	87.93	89.0
E	convex	100	/	165.18	164.32	163.32	170.0
F	convex	100	/	165.18	164.32	163.32	170.0

由表 1 可以看到, 按新模型计算的切边线圆弧半径 R_p 比按 Wang N. M. 内曲翻边模型计算出的结果与实际值更为接近, 误差在 4% 以内. 对于外曲翻边情况, 按 Wang C. T. 外曲翻边模型和两种新模型预示出的切边线圆弧半径 R_p 与实际值都非常接近.

为了考查各向异性系数 R_0, R_{45} 和 R_{90} 对翻边高度的影响, 仍以客车牵引架为例, 如图 5 所示, 沿轧向 45° 和横向各向异性系数分别取 $R_0 = 1.39, R_{45} = 1.05, R_{90} = 1.79$. 将 C, D, E, F 圆弧分别划分成五等份, 对每个点根据它相对轧制方向所成角度, 按式 (13) 计算出各向异性系数 $R(\alpha)$. 然后按新模型 I 计算出切边线的弧半径 R_p 值, 最后再将其拟合成圆弧. 各点处从翻边轮廓向外的坯料展开长度及圆弧半径 R_p 值如表 2 所示. 可以看出面内各向异性系数对圆弧各点翻边高度的影响, 最大相差 1 mm 左右. 从模拟结果可以看出采用面内各向异性与厚向各向异性 (表 1) 屈服准则得到的计算结果的差别. 一般而论, 薄板材在轧制后都是面内各向异性的, 而厚板材的面内各向异性表现得不明显. 以实测结果为依据, 通过多次试算, 有可能得到一组最佳的板材面内各向异性系数的分布, 使得模拟结果更接近于实际的翻边高度. 在本文中, 按照厂家提供的厚向各向异性参数 (大多数情况下, 厂家往往只提供平均厚向各向异性系数. 如果希望计算得更精确, 需要单独进行测试), 模拟结果的误差范围对于企业来说是完全可以接受的. 因此, 在本节中只是作为尝试而随机地选取了一组面内各向异性参数进行模拟. 事实上, 实际测量中发现沿翻边轮廓测出的翻边高度略有不同应该与这种板材的面内各向异性差异有关.

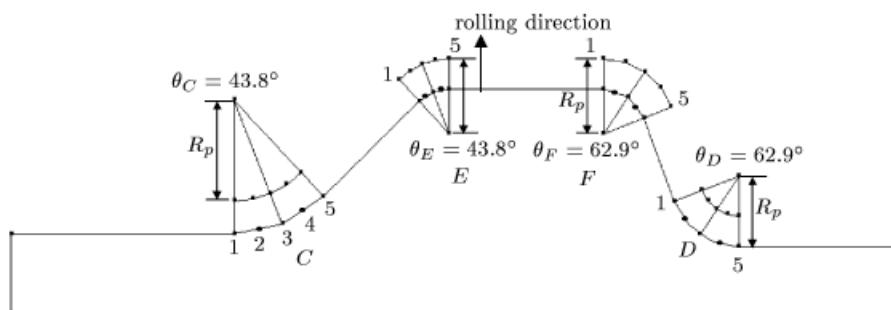


图 5 鱼腹部坯料展开计算

Fig.5 Calculation of the developing blank shape and size around fish-abdomen parts

表 2 鱼腹部各点的坯料尺寸 (单位: mm)

Table 2 Developing lengths of the every point of the five parts before flanging (mm)

Arc	Developing lengths of points on blank					R_p (computing quantity)	R_p (measured quantity)
	1	2	3	4	5		
C	73.9	73.94	74.1	74.32	74.5	224.76	229.0
E	67.7	67.8	68.1	68.5	68.9	167.26	170.0
F	67.7	68.0	68.6	69.0	68.5	162.26	170.0
D	68.7	68.9	69.5	69.8	69.4	89.66	89.0

3 结 论

在冲压模具设计中, 合理确定切边线位置具有重要意义。本文对以往两种翻边分析模型进行了修正, 推导出坯料尺寸计算模型; 然后基于全量塑性理论及膜应变假设, 导出了两种新的拉伸 / 收缩翻边数学模型, 在模型中考虑了板材面内各向异性的影响, 最后通过实例对模型进行了验证。可以得出以下结论:

- 1) 与以往模型的计算结果相比较, 本文所提出的方法对切边线的预示更精确;
- 2) 本章所提出的拉伸 / 收缩翻边数学模型不仅能考虑厚向(平均)各向异性系数 \bar{R} 对翻边高度的影响, 而且还能具体考虑各向异性系数 R_0 , R_{45} 和 R_{90} 的影响;
- 3) 本文所提出的翻边坯料尺寸计算模型可以与有限元方法相辅相成, 成为坯料尺寸设计的有力工具。

参 考 文 献

- 1 Wang NM, et al. An analytical and experimental study of stretch flanging. *Int J Mech Sci*, 1974, 16: 135~143
- 2 Wang CT, et al. Wrinkling criterion for an anisotropic sheet with compound curvatures in sheet forming. *Int J Mech Sci*, 1974, 36: 945~960
- 3 Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford: Oxford University Press, 1950
- 4 Nishimura S, et al. Application of 'Die-face CAD' to stretch/shrink flanging development of accurate trim-line determination function. Proc 15th Biennial Cong IDDRG, 1988. 281~297
- 5 李普曼·H 主编, 乔端等译. 金属成形过程的工程塑性理论. 北京: 冶金工业出版社, 1988 (Lipman H. Engineering Plasticity Theories of Metal Forming Processes. Beijing: Metallurgy Industry Press, 1988 (in Chinese))

ANALYTICAL MODELS OF FLANGING PROBLEM OF SHEET METALS¹⁾

Hu Ping Li Yunxing Li Dayong

(Institute of Automobile Panel Forming Technique, Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract The basic working procedures of automobile panel forming are drawing, trimming and flanging. For the needs of welding and assembling procedures, the most automobile panels need flanging after drawing process. Blank's shape and size after trimming is an important influencing factor for flanging, and also one of the key technique difficulties in sheet metals' stamping forming. There are two main aspects of flanging problem. The first is the prediction of wrinkling and fracturing in flanging forming, that is to say, studying the effect of flanging die geometry size on flanging formability, with the fixedness of sheet metals' thickness, material's parameter and flanging profile curvature. The second is how to definitely decide the position of trimming line, that is to say, deciding the blank's shape and size before flanging and making the flange height reach the required quantity, with the fixedness of flanging condition and height.

Two new analytical models for concave shrink and convex stretch flanging of sheet metals with blank size prediction are proposed, based on the assumption of total plasticity theory and membrane strain. The models were introduced into independently developed KMAS software for sheet metal forming simulations in order to predict the blank shape and size of a thickness metal blank of rolling-stock's retractor and to verify its flanging height. The predicted and verified results of the present models and other analytical models in references are compared with corresponding experimental ones. Finally, influence of anisotropy of sheet metals on the flanging heights is also discussed.

Key words concave stretch/convex shrink flanges, prediction of blank size, anisotropy, KMAS software

Received 28 June 2000, revised 20 January 2001.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China(19832020), Key Problem of Education Department (99034) and Key Problem of National Plan Committee(96-120-13).