第 33 卷 第 5 期　　力　学　学　报　　Vol. 33, No.5
2001 年 9 月　　ACTA MECHANICA SINICA　　Sep., 2001

视密度加权的时平均统一二阶矩两相湍流模型 1)

柳朝晖　于　勇　郑楚光
(华中科技大学煤燃烧国家重点实验室，武汉　430074)
周力行
(清华大学工程力学系，北京　100080)

摘要　在气粒两相湍流的双流体模型中，颗粒相的视 (表观) 密度是有脉动的，在时平均的统一二阶矩 (USM) 模型中出现了和颗粒数密度或视密度脉动有关的项和方程，使模型方程比较复杂．实际上，用 LDV 或 PDPA 测量的流体 (用小颗粒代表) 和颗粒速度都是颗粒数加权平均的结果．因此，在视密度加权平均基础上推导两相湍流模型更为合理．通过推导和封闭了视密度加权平均的统一二阶矩模型 (MUSM) 方程组，改进了两相速度脉动关联的封闭，并引入了颗粒遇到的气体脉动速度及其输运方程． MUSM 模型可以减少所用方程数，节省计算量．视密度加权平均的统一二阶矩两相湍流模型是一种对原有时间平均的统一二阶矩模型的改进和发展．

关键词　视密度加权平均，湍流两相流，二阶矩模型

引　言

湍流两相流动双流体模型的关键是各向异性两相湍流模型．周力行等提出了统一二阶矩模型 [1]，从时间平均出发，推导出两相雷诺应力输运方程和两相脉动速度关联的输运方程，并用单相湍流模型的方法进行封闭，用于旋流两相流动的模拟 [2]，揭示了气粒两相各向异性湍流相互作用规律．双流体模型中颗粒相的视 (表观) 密度或数密度是有脉动的，时间平均的 USM 模型必须引入和颗粒数密度脉动有关的项及颗粒质量流脉动、颗粒数密度脉动均方值的输运方程，因而方程数目较多，模型比较复杂．另一方面，实际上 LDV 或 PDPA 测量的流体 (用小颗粒代表) 和颗粒速度都是颗粒数加权平均的结果．如果采用类似于可压缩流体中使用的 Favre 平均，即视密度加权平均来代替时间平均，可能更为合理，而且方程中不会出现和数密度脉动有关的项，可以使方程数目减少．同时，现在已有的统一二阶矩模型中，忽略了颗粒遇到的气体速度脉动项，即 $\overline{n_p v_g'}$，但是对射流远场的 PDPA 实验测量 [3] 表明：颗粒所遇到流体的径向平均速度比流体本身径向平均速度大 80%，这说明颗粒遇到的气体速度的平均值和气体自身的平均值的差异在模型中应该给予考虑．在各种确定轨道模型的修正方法中，通常是通过引入颗粒扩散漂移速度 V_{di} 或漂移力 V_{di}/τ_r 来考虑流体速度脉动对颗粒轨道的影响 [4]，本文则将引入颗粒遇到的气体平均速度脉动的概念，“颗粒遇到的气体平均脉动速度” 和 “气体速度脉动引起的颗粒相体积分数的输运” 具有因果关系，对 “颗粒遇到的气体平均脉动速度” 直接进行模化更能贴近物理现象的本质．

1999-11-01 收到第一稿，　2001-05-08 收到第三稿．
1) 国家重点基础研究专项经费 (G1999022207) 及国家自然科学基金 (50006003) 资助项目．

本文引入体积分数, 对两相都采用视密度加权平均, 推导了视密度加权平均的统一二阶矩, 即 MUSM 模型方程, 对颗粒遇到的气体脉动速度输运方程也进行了推导.

1 两相流瞬态基本守恒方程

首先引入体积分数概念, 令 $\rho_p=\alpha_p\rho_{pm}$, $\rho_g=\alpha_g\rho_{gm}$, $\alpha_p+\alpha_g=1$, 其中 ρ_p, ρ_g 分别为颗粒和气体的视密度 (表观密度), ρ_{pm},ρ_{gm} 为二者的材料密度.

以流场中小于颗粒直径的一点为考察对象, 该点上流体和颗粒是随机出现的, 在各态历经假设下, 流体或颗粒占据该点的概率应等于其体积分数. 若忽略颗粒所受重力和阻力以外的力, 则在欧拉坐标系中, 低马赫数, 各气体组分比热近似相等的有反应两相流瞬态连续, 动量和能量守恒方程的通用形式为

$$\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}u_{kj}}{\partial x_j}=\pm\alpha_p\rho_{pm}S,\quad S=\dot{m}_p/m_p\quad(k=p,g)\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}u_{ki}}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}u_{kj}u_{ki}}{\partial x_j}=\alpha_k\rho_{km}g_i-\left(\alpha_k\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial\alpha_k\tau_{k,ji}}{\partial x_j}\right)\pm\\ \frac{\alpha_p\rho_{pm}}{\tau_{rp}}(u_{gi}-u_{pi})\pm u_{pi}\alpha_p\rho_{pm}S\quad(k=p,g)\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}c_kT_k}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_k\rho_{km}u_{kj}c_kT_k}{\partial x_j}=\beta_k\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_g\lambda_g\frac{\partial T_g}{\partial x_j}\right)+\\ \beta_k\alpha_g\rho_{gm}Q_g+(1-\beta_k)\alpha_p\rho_{pm}Q_{rp}\pm\alpha_p\rho_{pm}Q_p\pm\alpha_p\rho_{pm}c_pT_pS\quad(k=p,g)\end{aligned}\tag{3}$$

式中, 下角标 $k=g$ 时代表气相; $k=p$ 时代表颗粒相; 其中 $\pm$ 号, 当 $k=p$ 时取 + 号, 当 $k=g$ 时取 − 号, 对气相和颗粒相, 系数 β_k 分别取为 1 和 0. $\dot{m}_p$ 为单颗粒的质量变化率, m_p 为单颗粒的质量, Q_g 为气相反应放热, Q_{rp} 为颗粒的辐射热, Q_p 为流体 - 颗粒的对流换热; 在稀疏悬浮流中, 颗粒的体积分数很小, 可以忽略颗粒的分压力和黏性力, 后续各颗粒方程均如此处理.

2 视密度加权平均的两相流基本守恒方程

对单相可压缩湍流流动, Favre 曾经提出一种平均法, 即密度加权平均法, 其概念是认为在变密度湍流场中, 不是速度脉动而是质量流脉动起作用. 将这种平均方法推广于湍流两相流, 就是本文将采用的视密度加权平均. 对气相和颗粒相均引入视密度加权平均, 其定义为

$$\phi_k=\tilde{\phi}_k+\phi_k'',\quad \tilde{\phi}_k=\overline{\alpha_k\rho_{km}\phi_k}/\overline{\alpha_k\rho}_{km},\quad \tilde{\phi}_k''=\overline{\alpha_k\rho_{km}\phi_k''}/\overline{\alpha_k\rho}_{km}=0\quad(k=p,g)$$

则各相的瞬时速度和温度可以分解为

$$u_{ki}=\tilde{u}_{ki}+u_{ki}''\quad T_k=\tilde{T}_k+T_k''$$

其中, $\tilde{u}_{ki}=\overline{\alpha_k\rho_{km}}u_{ki}/\overline{\alpha_k\rho}_{km}$, $\tilde{T}_k=\overline{\alpha_k\rho_{km}T}_k/\overline{\alpha_k\rho}_{km}$, $\overline{\alpha_k\rho_{km}u''}_{ki}=\overline{\alpha_k\rho_{km}T''}_k=0$. 对密度取体积加权平均: $\rho_{km}=\tilde{\rho}_{km}+\rho_{km}''$, $\tilde{\rho}_{km}=\overline{\alpha_k\rho}_{km}/\overline{\alpha}_k$. 对体积分数、压力、剪应力取时间平均: $\alpha_k=\overline{\alpha}_k+\alpha_k'$, $p=\overline{p}+p'$, $\tau_{ji}=\overline{\tau}_{ji}+\tau_{ji}'$.

将上述各式代入颗粒相各瞬时方程, 并对各方程分别取时平均, 忽略颗粒质量源项的脉动, 可以得到视密度加权平均的两相流连续、动量和能量方程的通用形式

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\tilde{u}_{kj}}{\partial x_j}=\pm\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}S \tag{4}$$

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\tilde{u}_{ki}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\tilde{u}_{kj}\tilde{u}_{ki}}{\partial x_j}=\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}g_i-(\overline{\alpha}_k\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}-\frac{\partial\alpha_k\overline{\tau}_{k,ji}}{\partial x_j})-\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\overline{\overline{u''_{kj}u''_{ki}}}}{\partial x_j}\pm$$
$$\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\tau_{rp}}(\tilde{u}_{gi}+\tilde{u}''_{gi,p}-\tilde{u}_{pi})\pm\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}(\tilde{u}_{gi}+\tilde{u}''_{gi,p})S \tag{5}$$

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}c_k\tilde{T}_k}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\tilde{u}_{kj}c_k\tilde{T}_k}{\partial x_j}=\beta_k\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\alpha}_g\lambda_g\frac{\partial\tilde{T}_g}{\partial x_j})-\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}c_k\overline{\overline{u''_{kj}T''_k}}}{\partial x_j}+$$
$$\beta_k\overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}Q_g+[(1-\beta_k)\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}Q_{rp}\pm\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}Q_p]\pm\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}c_p(\tilde{T}_g+\tilde{T}''_{g,p})S \tag{6}$$

上面诸式中，上标一横代表时间平均，波纹或两横代表视密度加权平均，上角标两撇代表视密度加权的脉动值.

上述方程组中，有两类关联项需要进行封闭：(1) 雷诺应力和雷诺热流：$\overline{\overline{u''_{kj}u''_{ki}}}$ 和 $\overline{\overline{u''_{kj}T''_k}}$; (2) 颗粒遇到的气体脉动速度和脉动温度的视密度加权平均值：$\tilde{u}''_{gi,p}$ 和 $\tilde{T}''_{g,p}$.

3 视密度加权平均的两相湍流关联量输运方程

为简单起见，下面推导湍流模型有关方程时，只探讨无反应，无传热的等温两相流动. 从两相的瞬时方程组及视密度加权平均方程组出发，采用类似于单相湍流流动雷诺应力方程的推导和封闭方法，可以导出视密度加权平均的气相和颗粒相的雷诺应力方程. 正如推导单相流动雷诺应力方程的过程一样，首先将 k 相速度 i 分量的瞬时动量方程乘以速度的 j 分量，同时将 k 相速度 j 分量的瞬时动量方程乘以速度的 i 分量，再将二者相加并取时平均，表达成视密度加权平均形式，得到瞬时速度 i 分量和 j 分量乘积的视密度加权平均量 $\overline{\overline{u_{ki}u_{kj}}}$ 或者 $\tilde{u}_{ki}\tilde{u}_{kj}+\overline{\overline{u''_{ki}u''_{kj}}}$ 的守恒方程：对视密度加权平均的速度分量 $\tilde{u}_{ki},\tilde{u}_{kj}$ 及其动量方程作交叉相乘，再相加，得到视密度加权平均速度分量 $\tilde{u}_{ki}$ 和 $\tilde{u}_{kj}$ 乘积 $\tilde{u}_{ki}\tilde{u}_{kj}$ 的守恒方程：将上述两方程相减，就得到了视密度加权平均的精确的两相雷诺应力方程的通用形式

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\overline{\overline{u''_{ki}u''_{kj}}}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\tilde{u}_{kn}\overline{\overline{u''_{ki}u''_{kj}}}}{\partial x_n}=D_{k,ij}+P_{k,ij}+S_{k,ij}+\Pi_{k,ij}+\varepsilon_{ij}=$$
$$-\frac{\partial}{\partial x_n}\left(\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\overline{\overline{u''_{kn}u''_{ki}u''_{kj}}}+\overline{\alpha}_k\overline{u''_{kj}p'}\delta_{jk}+\overline{\alpha}_k\overline{u''_{kj}p'}\delta_{ik}-\mu\overline{\alpha}_k\frac{\partial\overline{\overline{u''_{ki}u''_{kj}}}}{\partial x_n}\right)-$$
$$\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\left(\overline{\overline{u''_{kn}u''_{ki}}}\frac{\partial\tilde{u}_{kj}}{\partial x_n}+\overline{\overline{u''_{kn}u''_{kj}}}\frac{\partial\tilde{u}_{ki}}{\partial x_n}\right)\pm\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_p}{\tau_{rp}}\left(\tilde{u}_{gi}\tilde{u}''_{kj,p}+\overline{\overline{u''_{gi}u''_{kj}}}+\tilde{u}_{gj}\tilde{u}''_{ki,p}+\overline{\overline{u''_{gj}u''_{ki}}}-\right.$$
$$\left.\tilde{u}_{pi}\tilde{u}''_{kj,p}-\overline{\overline{u''_{pi}u''_{kj}}}-\tilde{u}_{pj}\tilde{u}''_{ki,p}-\overline{\overline{u''_{pj}u''_{ki}}}\right)+\overline{\alpha_kp'\left(\frac{\partial u''_{ki}}{\partial x_j}+\frac{\partial u''_{kj}}{\partial x_i}\right)}-2\mu\overline{\alpha_k\frac{\partial u''_{ki}}{\partial x_n}\frac{\partial u''_{kj}}{\partial x_n}} \tag{7}$$

式 (7) 中右端各项分别为扩散项、产生项、两相相互作用源项、压力应变项和耗散项. 其中产生项是精确的，无需模拟. 两相相互作用项包含的关联项需要进一步推导输运方程加以封闭.

对扩散项、压力 - 应变项和耗散项的封闭可以采取和单相流动相同的办法，即梯度模拟、向各向同性回归的模拟和各向同性耗散的模拟．因此有

$$P_{k,ij} = -\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\left(\overline{\overline{u''_{kn}u''_{ki}}}\frac{\partial\tilde{u}_{kj}}{\partial x_n} + \overline{\overline{u''_{kn}u''_{kj}}}\frac{\partial\tilde{u}_{ki}}{\partial x_n}\right), \quad D_{k,ij} = \frac{\partial}{\partial x_n}\left(C_k\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\frac{k}{\varepsilon}\overline{\overline{u''_{kn}u''_{kl}}}\frac{\partial\overline{\overline{u''_{ki}u''_{kj}}}}{\partial x_l}\right),$$

$$\Pi_{g,ij} = \Pi_{g,ij,1} + \Pi_{g,ij,2}, \quad \Pi_{p,ij} = 0, \quad \varepsilon_{k,ij} = \frac{2}{3}\delta_{ij}\overline{\alpha}_k\tilde{\rho}_{km}\varepsilon_k,$$

$$\Pi_{g,ij,1} = -C_{g1}(\varepsilon_g/k_g)\overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}\left(\overline{\overline{u''_{gi}u''_{gj}}} - \frac{2}{3}\delta_{ij}k_g\right), \quad \Pi_{g,ij,2} = -C_{g2}\left(P_{g,ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}P_{g,ii}\right),$$

$$S_{k,ij} = \frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\tau_{rp}}(\tilde{u}_{gi}\tilde{u}''_{kj,p} + \overline{\overline{u''_{gi}u''_{kj}}} + \tilde{u}_{gj}\tilde{u}''_{ki,p} + \overline{\overline{u''_{gj}u''_{ki}}} - \tilde{u}_{pi}\tilde{u}''_{kj,p} - \overline{\overline{u''_{pi}u''_{kj}}} - \tilde{u}_{pj}\tilde{u}''_{ki,p} - \overline{\overline{u''_{pj}u''_{ki}}})$$

注意到其中的 $\tilde{u}''_{pi,p} = 0$.

对于稀疏气粒两相流，忽略压力分配项和颗粒碰撞引起的耗散项，则其输运方程可写为

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\overline{\overline{u''_{pi}u''_{pj}}}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}_{pk}\overline{\overline{u''_{pi}u''_{pj}}}}{\partial x_k} = D_{p,ij} + P_{p,ij} + S_{p,ij}$$

用类似于推导雷诺应力方程的方法，可对两相相互作用源项中包含的颗粒 - 气体速度脉动关联项 $\overline{\overline{u''_{pi}u''_{gj}}}$、颗粒遇到的气体脉动速度 $\tilde{u}''_{gi,p}$ 导出相应的输运方程.

对两相速度脉动关联输运方程，其中的扩散项、压力 - 应变项采用类似于气体和颗粒雷诺应力方程中相应项的封闭方法，关键是对耗散项的封闭．可以认为耗散是各向同性的，假设它正比于其法向分量之和除以某一时间尺度．该时间尺度可以取为气体脉动时间尺度，即湍流动能除以其耗散率，如时间平均的 USM 模型所用的封闭法 [1,2]，也可以取颗粒观察的气体脉动时间尺度，如文献 [5] 中的封闭方法，还可以取颗粒脉动的时间尺度．本文暂取颗粒弛豫时间作为时间尺度．因此两相速度脉动关联输运方程的封闭形式是

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}}) + \frac{\partial}{\partial x_n}(\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}_{pn}\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}}) = D_{gp,ij} + P_{gp,ij} + S^p_{gp,ij} + \Pi_{gp,ij} - \varepsilon_{gp,ij} \tag{8}$$

其中

$$D_{gp,ij} = \frac{\partial}{\partial x_n}\left(c_{gp3}\left(\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\frac{k_p}{\varepsilon_p}\overline{\overline{u''_{pn}u''_{pl}}} + \overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}\frac{k}{\varepsilon}\overline{\overline{u''_{gn}u''_{gl}}}\right)\frac{\partial\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}}}{\partial x_l}\right)$$

$$P_{gp,ij} = -\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\left(\overline{\overline{u''_{pn}u''_{gi}}}\frac{\partial\tilde{u}_{pj}}{\partial x_n} + \overline{\overline{u''_{gn}u''_{pj}}}\frac{\partial\tilde{u}_{gi}}{\partial x_n}\right)$$

$$S^p_{gp,ij} = -\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\tau_{rp}}\left[(\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}} - \overline{\overline{u''_{gi}u''_{gj}}}) - \frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}}(\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}} - \overline{\overline{u''_{pi}u''_{pj}}})\right]$$

$$\Pi_{gp,ij} = \Pi_{gp,ij,1} + \Pi_{gp,ij,2}$$

$$\Pi_{gp,ij,1} = -\frac{c_{gp1}}{\tau_{rp}}\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\left(\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pj}}} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pi}}}\right), \quad \Pi_{gp,ij,2} = -c_{gp2}\left(P_{gp,ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\sqrt{P_gP_p}\right)$$

$$\varepsilon_{gp,ij} = c_{gp4}\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\tau_{rp}}\overline{\overline{u''_{gi}u''_{pi}}}\delta_{ij}$$

颗粒遇到的气体脉动速度输运方程的封闭形式为

$$\frac{\partial\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}''_{gi,p}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}_{pn}\tilde{u}''_{gi,p}}{\partial x_n}=D_{g,i}+P_{g,i}+G_{g,i}+\Pi_{g,i} \tag{9}$$

其中

$$D_{g,i}=-\frac{\partial\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\overline{\overline{u''_{pn}u''_{gi}}}}{\partial x_n}$$

$$P_{g,i}=-\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}''_{gn,p}\frac{\partial\tilde{u}_{gi}}{\partial x_n}$$

$$G_{g,i}=\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}}\frac{\partial\overline{\alpha}_g\tilde{\rho}_{gm}\overline{\overline{u''_{gn}u''_{gi}}}}{\partial x_n}$$

$$\Pi_{g,i}\approx-C_{g1}\frac{\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}}{\tau_{rp}}\tilde{u}''_{gi,p}+C_{g2}\overline{\alpha}_p\tilde{\rho}_{pm}\tilde{u}''_{gk,p}\frac{\partial\tilde{u}_{gi}}{\partial x_k}$$

以上方程组和气体的耗散率方程一起即构成了视密度平均的统一二阶矩 (MUSM) 两相湍流模型.

4 讨 论

1) 和文献中的统一二阶矩模型 (USM) 相比， MUSM 模型由于采用视密度加权的形式，不会出现形如 $\overline{\rho'_k u'_{ki}}$ 的项和相应的封闭问题，因而形式上更为简单，也更容易编程求解;

2) MUSM 将气体和颗粒的应力模型整理为统一的形式，特别地，将两相相互作用源相单独整理出来，避免了 USM 模型将颗粒应力方程的两相相互作用源项作为耗散项处理而造成的概念上的混淆；同时，考虑到流体速度脉动对两相速度脉动关联的影响，在两相速度脉动关联输运方程的源项中考虑了类似于气体雷诺应力输运方程中的压力应变项，这点在数值时间中证明对数值结果有极其重要的影响，而 USM 模型 [2] 未考虑该项的作用;

3) 和通常使用的按颗粒数密度梯度模拟的方法不同，本文是从气体和颗粒的动量输运方程出发，严格推导得到颗粒遇到的流体平均脉动速度的输运方程，更具有普适性. 从式可见，气体的雷诺应力、两相速度脉动关联等湍动量对其起主要的贡献.

本模型已经用于模拟用 PDPA 测量的旋流数为 0.47 的突扩气粒两相流动 [6]，模拟结果与实验结果以及时间平均 USM 模型的模拟结果进行了对照，反映出 MUSM 模型比 USM 模型有一定的改进. 由于本文篇幅所限，模拟的详细内容和结果可参见另文 [7].

参 考 文 献

1 Zhou LX, Liao CM, Chen T. A unified second-order moment two-phase turbulence model for strongly swirling gas-particle flows. *Num Meth in Multiphase Flow, ASME,* 1994, 185: 307～313

2 周力行，陈涛. 统一二阶矩模型用于模拟旋流湍流两相流动. 力学学报， 1998, 30(4): 385～390 (Zhou Lixing, Chen Tao. Simulation of sudden-expansion swirling gas-particle flows using a unified second-order moment two-phase turbulence model. *Acta Mechanica Sinica,* 1998, 30(4): 285～390 (in Chinese))

3 Prevost F, Boree J, Nuglisch HJ, Charnay. Measurments of fluid/particle correlated motion in the far field of an axisymmetric jet. *Int J Multiphase Flow,* 1996, 22(4): 685～701

4 Smoot LD, Smith PJ. Coal Combustion and Gasification. Plenum Press, 1985

5 徐一. 两相湍流的二阶矩 - 概率密度理论模型及其 PDPA 实验研究. [博士论文]. 清华大学工程力学系, 1999 (Xu Yi. A second-order-moment-pdf two-phase turbulence model and its experimental studies using PDPA. [Ph D Thesis]. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, 1999 (in Chinese))

6 Sommerfeld M, Qiu HH. Detailed measurements in a swirling particulate two-phase flow by a phase-Doppler anemometer. *Int J Heat and Fluid Flow,* 1991, 12: 15~32

7 于勇, 柳朝晖, 郑楚光, 周力行. 用视密度加权平均的统一二阶矩两相湍流模型模拟旋流湍流两相流动. 工程热物理学报, 2000, 21(3): 378~382 (Yu Yong, Liu Zhaohui, Zheng Chuguang, Zhou Lixing. Simulation of swirling gas-particle flows using a mass-weighted averaged unified second-order moment two-phase turbulence model. *J Eng Thermophytsics,* 2000, 21(3): 378~382 (in Chinese))

A MASS-WEIGHED AVERAGED SECOND-ORDER MOMENT TWO-PHASE TURBULENCE MODEL [1)]

Liu Zhaohui Yu Yong Zheng Chuguang

(*National Laboratory of Coal Combustion, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074, *China*)

Zhou Lixing

(*Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing* 100084, *China*)

Abstract There is particle apparent density or number density fluctuation in turbulent gas-particle flows. Hence, the time-averaged unified second-order moment (USM) two-phase turbulence model must include the terms and equations related to number density fluctuation, which makes the model more complex. Actually, the gas (tracked by small particles) and particle velocities measured by LDV or PDPA are the number-averaged ones. So, it is more reasonable to use mass-weighed averaging instead of time averaging. Furthermore, the mass-weighed averaging can reduce the number of equations, thus reduce the computation storage and time. In this paper, a mass-weighed averaged second-order moment (MUSM) two-phase turbulence model is derived and closed. This model includes an equation of gas fluctuation velocity seen by particles. Therefore, the MUSM model can be considered as the improvement and development of the original time-averaged USM model.

Key words mass-weighed averaging, turbulent gas-particle flows, second-order moment model

Received 1 November 1999, revised 8 May 2001.

1) The project supported by the Special Funds for Major State Basic Research Projects (G1999022207) and the National Natural Science Foundation of China (50006003).