各向异性双重介质垂直裂缝井两相流体渗流

邓英尔

(成都理工学院油气藏地质及开发工程国家重点实验室,成都 610059) 刘慈群

(中国科学院渗流流体力学研究所, 廊坊 065007)

摘要 建立了各向异性双重介质中垂直裂缝井两相渗流数学模型,用有限差分法求得了其解, 进行了算例分析.得到了含水饱和度沿径向、最大及最小渗透率方向的分布和水驱油前缘等饱 和度面随时间的变化,分别讨论了各向异性、吸渗作用对这种介质中两相流体渗流的影响.结 果表明:渗透率较大的方向,前缘推进速度较快,油井见水较早;吸渗使前缘推进速度减慢, 使油井见水晚.注水开发这种油藏时,见水前注入率不能太大以充分发挥吸渗作用,存在最佳 注入率.这对于水力压裂垂直裂缝井注水开发碳酸盐岩裂缝性油藏有指导意义.

关键词 各向异性,双重介质,垂直裂缝井,两相渗流

引 言

许多介质具有各向异性. 文献 [1] 基于相对渗透率与介质的方向无关的假设,将达西定律推 广到各向异性介质中两互不相溶流体的渗流. 文献 [2] 运用椭圆渗流的概念,对各向异性介质中 的水驱油特征进行了研究. 文献 [1,2] 都是针对单重介质中的直井情形进行研究的. 此外, 1980 年国内学者陈钟祥、刘慈群对各向同性双重介质中的两相流体渗流问题进行了系统的研究,取 得了重大进展^[3],奠定了多重介质中多相流体渗流研究的基础. 1978 年国外学者 de Swaan A^[4] 也研究过类似文献 [3] 的吸渗问题,但其结果只是文献 [3] 当两种液体的黏度相等时的一个特 例. 文献 [3,4] 都是针对各向同性介质中直井情形进行研究的. 此后,对于双重介质中两相流 体渗流的研究不多,进展不大.本文将研究各向异性双重介质中的垂直裂缝井两相流体渗流, 探讨各向异性、吸渗作用对垂直裂缝井注水开发这种油藏特征的影响. 这对于垂直裂缝井注水 开发碳酸盐岩裂缝性油藏具有实际指导意义,对于各向异性多重介质多相流体多维渗流基础理 论的深入研究也很有意义.

1 垂直裂缝井引起的椭圆渗流

垂直裂缝井工作时,在地层中诱发平面二维椭圆渗流,即形成以裂缝端点为焦点的共轭等 压椭圆和双曲线流线族^[5].直角坐标和椭圆坐标的关系为

$$x = a \cdot \cos \eta \tag{1a}$$

$$y = b \cdot \sin \eta \tag{1b}$$

1999-04-25 收到第一稿, 2000-04-03 收到修改稿.

1) 成都理工学院油气藏地质及开发工程国家重点实验室资助 (PLC9901).

$$a = a_c \cdot \operatorname{ch} \xi \tag{2a}$$

$$b = a_c \cdot \operatorname{sh} \xi \tag{2b}$$

式中 a, b 分别为椭圆的半长、短轴 (m); a_c 是裂缝半长 (m); ch (·), sh (·) 分别为双曲余弦和双曲 正弦函数.

因裂缝宽度远远小于裂缝的长度即 $b_c \ll a_c$,由式 (2b)得

$$\xi_c \approx \operatorname{sh}\left(\xi_c\right) = \frac{b_c}{a_c} \tag{3}$$

其中 b_c 为裂缝的半宽度; ξ_c 为对应于裂缝半宽度的椭圆坐标.

从式(1)和式(2)分别得等压椭圆和双曲线流线族

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{4}$$

$$\frac{x^2}{a_c^2 \cdot \cos^2 \eta} - \frac{y^2}{a_c^2 \cdot \sin^2 \eta} = 1$$
(5)

对于扰动椭圆 (以裂缝端点为焦点的共轭等压椭圆族), 用发展的矩形

$$\overline{x} = a_c \cdot \operatorname{ch} \xi \tag{6a}$$

$$\overline{y} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} b \cdot \sin \eta \,\mathrm{d}\eta = \frac{2a_c}{\pi} \cdot \operatorname{sh} \xi \tag{6b}$$

来描述等压椭圆族即方程 (1). 其中 x, y 分别表示发展矩形的半长和半宽 (m). 每一个共轭等压 椭圆都有一个矩形与之相对应, 相应的矩形族即为发展的矩形.

本文涉及到的垂直裂缝井和各向异性两种因素均引起二维椭圆渗流,这是一种复杂的渗流 问题,不能进行简单的叠加.显然,怎样综合考虑这两种因素引起的二维椭圆渗流是建立数学 模型的一个难点.为了使数学模型的建立和求解变得容易,以上研究垂直裂缝井引起椭圆渗流 时(在研究各向异性引起的二维椭圆渗流前),采用了坐标变换的方法.文献 [5] 用此方法得到的 单相流体渗流产量公式与 Muskat 用复变函数方法 ^[6] 得到的产量公式完全相同,表明此方法是 正确的.

因此, 经上述处理后, 就可将垂直裂缝井引起的二维椭圆渗流问题转化成一维问题来处理. 令注入率为 Q_w (m³/s), 则用椭圆坐标表示的渗流速度为

$$v_{\overline{y}} = \frac{Q_w}{h \cdot 4a_c \cdot \operatorname{ch} \xi} \tag{7}$$

其中 h 为油层厚度 (m).

假定油水不互溶,不计流体的弹性,不考虑毛管力和重力的作用.

油、水相连续性方程分别为

$$\frac{\partial v_o}{\partial \overline{y}} + \varphi \frac{\partial s_o}{\partial t} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial v_w}{\partial \overline{y}} + \varphi \frac{\partial s_w}{\partial t} = 0 \tag{9}$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

ヵ

式中 v_o, v_w 分别为油、水相的渗流速度 (m/s); s_o, s_w 分别为油、水相的饱和度; φ 为孔隙度; t 为时间 (s).

油、水两相运动方程分别为

$$\boldsymbol{v}_o = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \nabla P \tag{10}$$

$$\boldsymbol{v}_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w}\nabla p \tag{11}$$

式中 k, k_{ro}, k_{rw} 分别为绝对渗透率 (m²),油相相对渗透率和水相相对渗透率; μ_o, μ_w 分别为油、水相的黏度 (Pa·s); p 为压力 (Pa).

总的渗流速度为

$$v_{\overline{y}} = v_o + v_w \tag{12}$$

水相分流量为

$$f_w = \frac{v_w}{v_{\overline{y}}} \tag{13}$$

饱和度方程为

$$s_o + s_w = 1 \tag{14}$$

可得两相椭圆渗流水相分流量

$$f_w = \frac{1}{1 + \mu_w k_{ro} / \mu_o k_{rw}}$$
(15)

其中 k。为油相有效渗透率 (m²).

可得油水两相椭圆渗流方程

$$\frac{\partial}{\partial \overline{y}}(v_{\overline{y}} \cdot f_w(s_w)) + \varphi \frac{\partial s_w}{\partial t} = 0$$
(16)

注意到假设条件流体不可压缩和复合函数求导法则,则上式 (无量纲) 化为

$$\frac{\partial s_w}{\partial t_D} + \frac{\pi \cdot f'_w(s_w)}{2\mathrm{ch}^2 \xi} \cdot \frac{\partial s_w}{\partial \xi} = 0 \tag{17}$$

其中无量纲时间定义如下

$$t_D = \frac{Q_w \cdot t}{4\varphi h a_c^2}$$

方程(17)属于拟线性双曲型偏微分方程.

另外,采用上述假设条件,用发展的圆族来描述扰动等压椭圆族,则按面积等价的方法可 得等价圆半径为

$$r = (wab)^{\frac{1}{2}} = a_c \cdot \left(\frac{w}{2} \cdot \sinh(2\xi)\right)^{\frac{1}{2}}$$
(18)

其中 w 为权系数.

可得油水两相渗流方程

$$\frac{\partial}{\partial r}(v_r \cdot f_w(s_w)) + \varphi \frac{\partial s_w}{\partial t} = 0$$
(19)

其中 $v_r = \frac{Q_w}{2\pi hr}$, v_r 为径向渗流速度 (m/s). 注意到假设条件流体不可压缩和复合函数求导法则,则上式 (无量纲) 化为

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\partial s_w}{\partial t_D} + \frac{4}{\pi w} \cdot \frac{f'_w(s_w)}{\operatorname{ch}(2\xi)} \cdot \frac{\partial s_w}{\partial \xi} = 0, \quad (0 \approx \xi_c < \xi < \xi_f, \ 0 < t_D < t_{Df})$$
(20)

其中 ξ_f 表示对应于活动边界 (水驱油运动的前缘) 的椭圆坐标; t_{Df} 表示对应于 ξ_f 时的无量 纲时间.

将上述两种平行的方法得到的方程 (17) 和 (20) 进行比较可得

$$w = \frac{8 \cdot \operatorname{ch}^2(\xi)}{\pi^2 \cdot \operatorname{ch}(2\xi)}$$

2 各向异性双重介质垂直裂缝井两相渗流数学模型的建立

对于双重孔隙介质模型,由于裂缝渗透率远远大于基岩渗透率,可以忽略岩块系统的流动, 而将其看成向裂缝系统补给油量的源^[3].

这里仍假定油水两相不混溶、不可压缩,裂缝中的毛管压力可忽略不计.并假定各向异性 双重介质的最大渗透率为 k_x ,沿 x 轴方向,最小渗透率为 k_y ,沿 y 轴方向.则可定义其平均渗 透率为 $k_a = \sqrt{k_x \cdot k_y}$,引入此平均渗透率即可将各向异性问题转化为各向同性问题来研究,从 而相应的平均渗流速度与流量的关系为 $v_a = \frac{Q_w}{2\pi hr}$.其中 v_a 为平均渗流速度 (m/s); r 为等价圆 半径即渗流过断面半径 (m).

根据文献 [1], 可假定在各向异性介质中水油两相相对渗透率与介质的方向无关.因此,各向异性介质两相渗流分流函数与各向异性无关,仍为式 (15).

各向异性介质中水驱油前缘运动速度为

$$v_l = \frac{k_l}{k_a} \cdot v_a \tag{21}$$

式中: k_l 为沿 l 流线方向的渗透率 (m²).

各向异性双重介质中,在上述假设条件下,沿流线两相流体渗流方程为^[3,6,7]

$$\varphi \frac{\partial s_w}{\partial t} + v_l \cdot f'_w(s_w) \cdot \frac{\partial s_w}{\partial l} = q_w \tag{22}$$

式中: φ 为孔隙度; $f'_w(s_w) = \frac{\mathrm{d}f_w(s_w)}{\mathrm{d}s_w}$; q_w 为双重介质两相系统液体交换强度 (s⁻¹). 吸渗方程为 ^[3]

$$q_w = R\lambda \left[\lambda \int_0^t s_w(l,\tau) \mathrm{e}^{-\lambda(t-\tau)} \mathrm{d}\tau - s_w(l,t) \right]$$
(23)

吸渗方程还可近似地表示为

$$q_w(t) = -R\lambda \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} s_w(t_i) [e^{-\lambda(t-t_{i-1})} - e^{-\lambda(t-t_i)}] + s_w(t_{n-1}) e^{-\lambda(t-t_{n-1})} \right\}$$
(24)

式中: R为由吸渗作用从单位岩块中最终渗出的油量; λ 为表征吸渗强度的常数 (s⁻¹)

对于各向异性双重介质中的垂直裂缝井,根据式 (20) 及前面已求出的加权系数,式 (22) 用 椭圆坐标表示并无量纲化得

$$\frac{\partial s_w}{\partial t_D} + \frac{k_l}{k_a} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f'_w(s_w)}{\operatorname{ch}^2(\xi)} \cdot \frac{\partial s_w}{\partial \xi} = q_{wD}$$
(25)

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

702

式中

 $t_D = \frac{Q_w \cdot t}{4\varphi ha_c^2}, \quad q_{wD} = \frac{q_w \cdot 4ha_c^2}{Q_w}$

学

学

对于各向异性双重介质中的垂直裂缝井,在直角坐标中有

力

$$x = \frac{k_x}{k_a} \cdot a_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{ch}\left(\xi\right) \cdot \left[\operatorname{th}\left(2\xi\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$
(26)

$$y = \frac{k_y}{k_a} \cdot a_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{ch}\left(\xi\right) \cdot \left[\operatorname{th}\left(2\xi\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$
(27)

式中 th(·) 为双曲正切函数.

定义下列无量纲量(下文图中用到)

$$r_D = rac{r}{a_c}, \quad x_D = rac{x}{a_c}, \quad y_D = rac{y}{a_c}$$

方程(25)为拟线性双曲型偏微分方程.

当 R = 0 时,式 (25) 简化为各向异性单重孔隙介质垂直裂缝井两相流体渗流;当 $k_x = k_y$ 时,式 (25) 简化为各向同性双重孔隙介质垂直裂缝井两相流体渗流.

初始条件为

$$s_w(\xi, 0) = s_{wc} \tag{28}$$

其中 swc 为原始束缚水饱和度.

内边界条件为

$$s_w(0, t_D) = 1 - s_{or} \tag{29}$$

其中 sor 为残余油饱和度.

将水驱油运动的前沿作为活动外边界处理,即活动外边界条件为

$$s_w(\xi_f, t_D) = s_{wf} \tag{30}$$

其中 swf 为水驱油前沿含水饱和度.

水驱油前沿含水饱和度为 [6]

$$s_{wf} = s_{wc} + \frac{f_w(s_{wf})}{f'_w(s_{wf})}$$
(31)

方程 (25), (28)~(30) 构成各向异性双重介质垂直裂缝井油水两相渗流数学模型. 它为具有 活动边界的拟线性问题,可运用有限差分法求解^[8,9].

3 有限差分解

离散方程 (25), (28)~(30) (省略无量纲符号) 得

$$-\frac{k_{l}}{k_{a}} \cdot \frac{\pi \cdot (t_{n+1} - t_{n}) \cdot f'_{w}(s_{j}^{n+1})}{4 \cdot \Delta \xi \cdot \operatorname{ch}^{2} \xi_{j}} \cdot s_{j-1}^{n+1} + s_{j}^{n+1} + \frac{k_{l}}{k_{a}} \cdot \frac{\pi \cdot (t_{n+1} - t_{n}) \cdot f'_{w}(s_{j}^{n+1})}{4 \cdot \Delta \xi \cdot \operatorname{ch}^{2} \xi_{j}} \cdot s_{j+1}^{n+1} = s_{j}^{n} + (t_{n+1} - t_{n}) \cdot q_{w}(t_{n+1})$$

$$(32)$$

$$s_j^0 = s_{wc} \tag{33}$$

$$s_0^{n+1} = 1 - s_{or} \tag{34}$$

$$s_{n+1}^{n+1} = s_{wf} \tag{35}$$

其中 n 为对时间进行离散化的上、下标, j 为对椭圆坐标进行离散化的下标.

上述方程组为非线性方程组.运用外推法线化处理后再进行求解.根据线化后的数值模型, 研制了计算机模型,能方便地求得含水饱和度分布.

4 算例与分析

算例的基本参数如下: $k_x = 30 \times 10^{-3} \, \mu \text{m}^2$, $k_y = 10 \times 10^{-3} \, \mu \text{m}^2$, $a_c = 100 \, \text{m}$, $b_c = 0.1 \, \text{m}$, 裂

缝孔隙度 $\varphi_c = 0.01$, 基岩孔隙度 $\varphi_b = 0.1$, h = 10 m, R = 0.15, $\lambda = 0.0004 \text{d}^{-1}$, $\mu_o = 5.7 \times 10^{-3} \text{ Pa·s}$, $\mu_w = 0.48 \times 10^{-3} \text{ Pa·s}$, 油水相对渗透 率曲线如图 1 所示. $r_w = 0.1 \text{ m}$, $Q_w = 100 \text{ m}^3/\text{d}$.

计算结果如图 2~ 图 6 所示 (实线、虚线分 别表示无吸渗、有吸渗). 图 2~ 图 5 分别为含水 饱和度沿椭圆坐标、径向、最大渗透率方向、最 小渗透率方向的分布 (前缘到达井排后可虚拟前 缘推过井排进行计算和图形输出), 图 6 为水驱 油前缘随时间的推进.显然,在各向异性双重介 质中,渗透率的各向异性、双重介质的吸渗作用



图 1 油水相对渗透率曲线

Fig.1 Oil-water relative permeability curves

影响了水驱油含水饱和度分布和前缘推进速度.不同方向上的含水饱和度分布不同,渗透率越大 的方向,前缘推进速度越快;吸渗作用使得前缘推进速度减慢.垂直裂缝井注水开发这类油藏时,



报

力





图 4 含水饱和度沿最大渗透率方向的分布 Fig.4 Water saturation distribution in the direction of maximum of permeability 1. t_D =0.0090, 2. t_D =0.0285, 3. t_D =0.0585, 4. t_D =0.1185, 5. t_D =0.1785

图 5 含水饱和度沿最小渗透率方向的分布 Fig.5 Water saturation distribution in the direction of minimum of permeability 1. t_D =0.0090, 2. t_D =0.0285, 3. t_D =0.0585, 4. t_D =0.1185, 5. t_D =0.1785



图 6 水驱油前缘随时间的变化 Fig.6 Change of oil-water displacement front with time - take no imbibition into account - - -, take imbibition into account

1. $t_D = 0.0285$, 2. $t_D = 0.0585$, 3. $t_D = 0.1185$

为了充分发挥吸渗驱油的作用,在油井见水前,应控制适当的注入率,注水速度不能太高;油 井见水后,可适当增大注入率;垂直裂缝井注水开发这类油藏时存在最佳注入率,在此注入率 时可获得最有效的开发指标.

根据可动含油饱和度的定义 (1 – s_w – s_{wc} – s_{or}) 可知, 实际上也求得了可动含油饱和度的 分布及各因素 (各向异性和吸渗作用) 对其影响的规律.

5 结 论

 建立了各向异性双重介质中垂直裂缝井两相流体渗流数学模型. 它属于具有活动边界的 拟线性问题, 运用有限差分法求得了模型的解.

2)得到了含水饱和度沿径向、最大渗透率方向和最小渗透率方向的分布以及水驱油前缘等 饱和度面随时间推进的规律.

3) 在各向异性双重介质中,渗透率越大的方向,前缘推进速度越快,油井见水越早.

5) 垂直裂缝井注水开发这种油藏时,见水前注入率不能太大以充分发挥吸渗作用,见水后 可适当增大注入率.存在最佳注入率,在此注入率时能获得最有效的开发指标.

6) 在本文的基础上很容易进行注水开发指标的计算,对于各向异性双重低渗介质中的垂直 裂缝井两相流体非达西非线性多维渗流,求解更复杂,我们将对其作进一步的研究.

参考文献

- 1 科林斯 RE. 流体通过多孔材料的流动. 北京: 石油工业出版社, 1984. 67~69 (Collinns RE. Flow of Fluids Through Porous Materials. Beijing: Petroleum Industry Press, 1984. 67~69 (in Chinese))
- 2 刘葱群,宋付权.各向异性介质中水驱油特征、见:周连第主编.第十三届全国水动力学学术会议论文集.北京:海洋出版社, 1999. 520~525 (Liu Ciqun, Song Fuquan. Characteristics of displacement by water in anisotropic media. In: Zhou Liandi ed. Proceedings of the Thirteenth Chinese Conference on Hydrodynamics. Beijing: Ocean Press, 1999. 520~525 (in Chinese))
- 3 陈钟祥, 刘慈群. 双重孔隙介质中两相驱替理论. 力学学报, 1980, 12(2): 109~119 (Chen Zhongxiang, Liu Ciqun. Theory of fluid displacement in a medium with double-porosity. *Acta Mechanica Sinica*, 1980, 12(2): 109~119 (in Chinese))
- 4 de Swaan A. Theory of waterflooding in fractured reservoirs. Soc Pet Eng J, 1978, 18(2): 117~122
- 5 刘慈群. 单相和两相流体多维渗流问题. 见: 邵维文主编. 第十届全国水动力学学术会议论文集. 北京: 海洋出版社, 1996, 439~445 (Liu Ciqun. Two and three-dimensional flow of mono-phase and two-phase fluid. In: Shao Weiwen ed. Proceedings of the Tenth Chinese Conference on Hydrodynamics. Beijing: Ocean Press, 1996. 439~445 (in Chinese))
- 6 Muskat M. The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media. New York: McGraw Hill, 1937. 158~160
- 7 Buckley S E et al. Mechanism of fluid displacement in sands. Trans AIME, 1942, 46: 107
- 8 Deng Ying'er, Liu Ciqun. Numerical simulation of unsteady flow through porous media with moving boundary. In: Zhuang Fenggan ed. Proceedings of the Third International Conference on Fluid Mechanics, July 7~10, 1998. Beijing: Beijing Institute of Technology Press. 759~765.
- 9 邓英尔, 刘葱群. 两相流体椭圆渗流数学模拟与开发计算方法. 石油学报, 1999, 20(5): 48~53 (Deng Ying'er, Liu Ciqun. Mathematical simulation of two-phase flow in the direction of normals of ellipse and method of development calculation. Acta Petrolei Sinica, 1999, 20(5): 48~53 (in Chinese))

TWO-PHASE FLOW THROUGH ANISOTROPIC DOUBLE-POROSITY MEDIA FOR VERTICALLY FRACTURED WELL ¹⁾

Deng Ying'er

(State Key Laboratory of Oil/Gas Reservoir Geology and Exploitation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059, China)

Liu Ciqun

(Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Langfang 065007, China)

Abstract A mathematical model for two-phase flow through anisotropic double-porosity media with a vertically fractured well working is established. Numerical solution to the model is presented by using finite difference method. An example is given and discussed. Distribution of water saturation in the direction of radius, maximum permeability and minimum permeability and change of iso-saturation surface with time are derived. Influence of permeability anisotropy, imbibition on characteristics of the flow is discussed. Results show that: (1) the iso-saturation surface moves and water breaks through the well faster in the direction of the larger permeability than in that of the smaller; and (2) the imbibition makes velocity of the surface movement become smaller and time of water breaks through get longer. The injection rate should be controlled below a certain value before water breaks through the well so that the imbibition can play an important role in waterflooding development of double-porosity reservoir. There is an optimum injection rate which can make development indexes become the most effective. The results have much importance in the waterflooding development of fractured reservoir.

Key words anisotropy, double-porosity system, vertically fractured well, two-phase fluid flow

Received 25 April 1999, revised 3 April 2000.

¹⁾ The project supported by the Open funds of the State Key Laboratory of Oil/Gas Reservoir Geology and Exploitation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan, China (PLC9901).