

用 BGK 格式计算不可压缩流场

苏铭德

(清华大学工程力学系, 北京 100084)

徐 昆 M. Ghidaoui

(香港科技大学数学系, 土木系, 香港)

摘要 简要介绍 BGK 方法的基本思想, 数值方法及其对不可压缩流场数值计算的推广. 然后详细介绍将 BGK 方法应用于平面方框流的结果, 将其结果与 Ghia 的结果进行了详细的比较. 本方法还用来模拟后台阶流动, 所得结果与相应的实验数据进行比较. 以上比较表明本方法的有效性, 同时也确定在计算不可压缩流体时参数的正确选择.

关键词 BGK 法, 不可压缩流动

引 言

不可压缩流场是当流体运动速度比声速小很多时的一种近似. 在这样的近似条件下, 流体的密度被视为常数. 看起来这种简化使问题变得简单了. 事实上在求解不可压缩流体的 Navier-Stokes 方程时, 由于密度是不变的, 所以连续方程中不出现密度对时间的导数项, 所以它不能与动量方程联列求解. 但为满足连续方程, 在求解过程中必须保证速度的散度为零, 这给数值计算带来了许多困难. 为了克服这些困难, 人们进行了不懈的努力, 发展了诸如投影法 (Chorin, 1968^[1]), 动力修正法 (Abdallah, 1987^[2]) 等以保证速度场的散度始终为零. 另外也有不少人重新将不可压缩流场视为低马赫数的流动, 或在连续方程上附加一个人工的压力不定常项 (Chorin 1968^[1]), 构造伪不定常法. 类似的作法可见邓 (Deng 等, 1995^[3]) 和王 (Wang, 1996^[4]) 论文. 最近人们又发展了用格子气 Boltzmann 方法用来计算不可压缩流场 (Chen 等, 1997^[5,6]), 获得了成功. 但该方法只能用于低速的不可压流场的计算, 有一定的局限性.

近年来, 由 Xu 等人 (Xu 等, 1993, 1995, 1998^[7~9]) 发展了一种由 Boltzmann 方程出发的基于 BGK 模型的计算方法 (简称 BGK 法). 其基本思想是从基于统计物理中的 Boltzmann 方程出发, 方程中的碰撞项采用 Bhatnagar, Gross 和 Krook^[10] 在 1950 年提出的 BGK 模型进行简化. 以此为基础建立宏观量的差分格式称为 BGK 格式. 可以证明, 在物理量连续变化的条件下, 这样作等价于求解 Navier-Stokes 方程. 对于物理量不连续变化的条件下并不等价于求解 Euler 方程, 因此它可以求得比基于 Riemann 解更好的结果. 正是这个原因使得 BGK 方法得到越来越多的应用. 如它已被应用于水波运动, 磁流体问题, 多种流体掺混, 湍流等的数值模拟中去. 这些应用表明该方法具有丰富的物理内涵, 计算上更加灵活适应性更强, 更稳健.

1998-07-15 收到第一稿, 1999-05-31 收到修改稿.

1) 香港科技大学研究基金 (RGC97/98.HKUST6166/97P, RGC96/97.HKUST718/96E) 及国家自然科学基金和国家攀登计划资助项目.

本文的目的是将 BGK 方法应用于不可压缩流体流动的数值模拟. 过去该方法主要应用于计算可压缩有间断的流场. 首先介绍 BGK 方法的一般理论, 然后介绍它对于不可压缩流体流动数值模拟的推广. 以方框流为典型例子, 对各种不同马赫数, 不同内自由度数 K , 不同网格数的计算结果与 Ghia 等^[11] 1982 年用涡-流函数法得到的结果进行详细比较, 从而有力地说明本文采用的方法的有效性, 并且同时也确定用 BGK 法对不可压缩流体流动进行数值模拟时应采用的参数值. 还将本方法应用于其它算例, 并将其结果与相应的计算方法进行比较. 最后对本方法作出相应的结论.

1 BGK 方法及其在不可压缩流体流动数值模拟中的推广

描写流体运动的方程有两类: 一种是基于守恒律, 用连续介质力学的方法建立宏观物理量之间的关系式: Navier-Stokes 方程. 目前绝大多数的数值模拟工作是以此为基础的. 关于它的建立可以在许多教课书上找到^[4]. 另一种方法是从微观运动出发, 采用统计力学的方法, 建立关于微观粒子速度分布函数所满足的方程, 即 Boltzmann 方程. 在一维情况下具有如下的形式(应纯同, 1990^[12])

$$f_t + uf_x + cf_u = Q(f, f') \quad (1)$$

其中 f 是空间 x , 时间 t , 微粒速度 u 和内自由度 ξ 的分布函数; c 是外界作用于微观粒子的力; $Q(f, f')$ 为碰撞源项, 它具有复杂的积分形式. 直接求解积分微分方程是非常困难的. BGK 模型假定碰撞源项的大小正比于分布函数与平衡态分布间的偏差 $f - g$, 反比于微粒两次连续碰撞之间时间间隔的平均统计值 τ . 于是 BGK-Boltzmann 方程为

$$f_t + uf_x + cf_t = -\frac{f - g}{\tau} \quad (2)$$

可以证明该方程满足 H 定理, 即熵增原理. 分布函数即在空间 x , 时间 t , 微粒速度 u 和内自由度量 ξ (有 K 个自由度) 的粒子质量数. 由于流体的密度为

$$\rho = \sum_i mn_i \quad (3)$$

其中 m 为粒子的质量, n_i 是速度为 u_i 和内自由度量 ξ_i 的微粒数. 由定义知

$$f(x, t, u, \xi) = mn_i \quad (4)$$

$$\rho = \iiint f du d\xi \equiv \iiint f d\Xi \quad (5)$$

这里 $d\Xi = du d\xi$; $d\xi = d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_K$ 故宏观量与分布函数间的关系为

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho \epsilon \end{bmatrix} = \int f \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ \frac{1}{2}(u^2 + \xi^2) \end{bmatrix} du d\xi \equiv \int f \psi_\alpha d\Xi \quad (6)$$

其中 $\psi_\alpha = \left\{ 1, u, \frac{1}{2}(u^2 + \xi^2) \right\}^T$, 此外 g 是平衡态分布函数, 通常为 Maxwell 分布, 一维时

$$g = \rho \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^{(k+1)/2} \exp\{-\lambda[(u - U)^2 + \xi^2]\} \quad (7)$$

K 为内自由度; $\xi^2 = \xi_1^2 + \cdots + \xi_K^2$; λ 是温度, 粒子质量和 Boltzmann 的函数. U 是气体在 x 方向上的宏观速度. 由于粒子间的碰撞满足守恒性, 所以碰撞项不会引起质量, 动量和能量的变化, 因此有

$$\int \frac{f-g}{\tau} \psi_{\alpha} d u d \xi = 0 \quad (8)$$

这就是分布函数 f 应当满足的相容条件. 一般假定统计平均碰撞间隙时间 τ 与粒子微观量无关, 故有

$$\int (f-g) \psi_{\alpha} d u d \xi = 0 \quad (9)$$

对于没有外加于粒子外力的情况 (如无电磁力等), 有 $c=0$, 方程 (2) 简化为

$$f_t + u f_x = -\frac{f-g}{\tau} \quad (10)$$

经分析文献 [7] 知

$$\lambda = \frac{\rho}{2p} = \frac{1}{2RT} = \frac{K+d}{4} \frac{\rho}{\rho \varepsilon - \rho U^2/2}, \quad \eta = \tau p, \quad \tau = 2\nu\lambda, \quad \kappa = \tau \frac{K+d+2}{2} \frac{pk}{m} \quad (11)$$

其中 p 为气体压力, ν 为气体运动粘性系数, κ 为 Boltzmann 常数, m 为粒子质量, R 是气体常数, d 为维数. 将 (10) 式两边乘以 ψ_{α} 并在相空间 (u, ξ) 内积分得

$$W_t + F_x = 0, \quad W = \int f \psi_{\alpha} d u d \xi, \quad F = \int u f \psi_{\alpha} d u d \xi \quad (12)$$

差分得

$$\frac{W_j^{n+1} - W_j^n}{\Delta t} + \frac{F_{j+1/2}^n - F_{j-1/2}^n}{\Delta x} = 0 \quad (13)$$

这就是基于 BGK 模型的有限体积差分方程. 其中的关键是计算侧面的通量.

为计算通量 $F_{j+1/2}$, 需计算 $j+1/2$ 处的分布函数的初值. 根据台劳展开有

$$f_0(x, t, u, \xi) = \begin{cases} g_l[1 + a_l(x - x_{j+1/2})], & x \leq x_{j+1/2} \\ g_r[1 + a_r(x - x_{j+1/2})], & x \geq x_{j+1/2} \end{cases} \quad (14)$$

其中 f_0 是分布函数 $t=0$ 时在 $x_{j+1/2}$ 的初值, a 是 g 的变化斜率, 由台劳展开可知

$$a = a_1 + a_2 u + a_3 \frac{1}{2}(u^2 + \xi^2) \quad (15)$$

l, r 分别表示 $x_{j+1/2}$ 的左侧和右侧. 显然 f_0 不是平衡态, (14) 式可简写为

$$f_0 = g_l[1 - H(\bar{x})] + g_r H(\bar{x}) + g_l a_l \bar{x}[1 - H(\bar{x})] + g_r a_r \bar{x} H(\bar{x}), \quad \bar{x} = x - x_{j+1/2} \quad (16)$$

其中 H 为阶跃函数, 即 $H(x) = 1$ 当 $x > 0$; $H(x) = -1$ 当 $x < 0$. 另外设 $x_{j+1/2}$ 处附近 t 时刻的平衡态为 g , 在 $x_{j+1/2}$ 处初始时刻为 g_0 , 则有

$$g = g_0 \{1 + [1 - H(\bar{x})] \bar{a}_l \bar{x} + H(\bar{x}) \bar{a}_r \bar{x} + \bar{A} t\} \quad (17)$$

其中 $\bar{a}, \bar{A}$ 有 (15) 的形式. 由于

$$\left. \begin{aligned} \int \psi_{\alpha} g_l d\Xi &= \begin{pmatrix} \rho_l \\ \rho_l U_l \\ \rho_l \varepsilon_l \end{pmatrix}_{j+1/2} \\ \int \psi_{\alpha} a_l g_l d\Xi &= \begin{pmatrix} [\rho_l(x_{j+1/2}) - \rho(x_j)]/(x_{j+1/2} - x_j) \\ [(\rho_l U_l)(x_{j+1/2}) - (\rho U)(x_j)]/(x_{j+1/2} - x_j) \\ [(\rho_l \varepsilon_l)(x_{j+1/2}) - (\rho \varepsilon)(x_j)]/(x_{j+1/2} - x_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\partial \rho / \partial x)_{l,j+1/2} \\ (\partial \rho U / \partial x)_{l,j+1/2} \\ (\partial \rho \varepsilon / \partial x)_{l,j+1/2} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

对于右侧有类似的方程. 另一方面有

$$\int \psi_{\alpha} \psi_{\beta} g d\Xi = M_{\alpha\beta}$$

$$M = \{M_{\alpha\beta}\} = \begin{pmatrix} 1, & U, & T_1 \\ U, & U_2 + \frac{1}{2\lambda}, & T_2 \\ T_1, & T_2, & T_3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\text{式中 } T_1 = \frac{1}{2} \left(U^2 + \frac{K+1}{2\lambda} \right), T_2 = \frac{1}{2} \left(U^3 + \frac{(K+3)U}{2\lambda} \right), T_3 = \frac{1}{4} \left(U^4 + \frac{(K+3)U^2}{2\lambda} + \frac{(K^2 + 4K + 3)}{4\lambda^2} \right).$$

计及

$$W_{l(r)} + (\partial W / \partial x)_{l(r)} = \int \psi_{\alpha} g_{l(r)} (1 + a_{l(r)} \bar{x}) d\Xi \quad (20)$$

故可得

$$M^{l(r)} \begin{pmatrix} a_{1,l(r)} \\ a_{2,l(r)} \\ a_{3,l(r)} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho_{l(r)}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)_{l(r)} \equiv \frac{1}{\rho_{l(r)}} \begin{pmatrix} \partial \rho / \partial x \\ \partial \rho U / \partial x \\ \partial \rho \varepsilon / \partial x \end{pmatrix}_{l(r)} \quad (21)$$

将 (19) 式代入 (21) 式, 可解得

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= \frac{4\lambda^2}{K+1} (B - 2UA), \quad a_2 = 2\lambda \left(A - \frac{a_3 U}{2\lambda} \right) \\ a_1 &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - a_2 U - a_3 \left(\frac{U^2}{2} + \frac{K+1}{4\lambda} \right) \\ A &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} - U \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \\ B &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x} - \left(U^2 + \frac{K+1}{2\lambda} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

以上公式分别适用于左右两侧, $l(r)$ 表示左或右, 是同一个意思. 需要说明的是关于宏观量的导数需用差分计算并施以 van Leer 限制器 (见 Xu, 1998^[9]). 利用以上公式可确定 a_l, a_r , 代入 (14) 式可确定 f_0 . 方程 (10) 的通解形式为

$$f(x_j, t, u_j, \xi) = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^t g(x_j - u_j(t - t'), t', u_j, \xi) e^{-(t-t')/\tau} dt'$$

$$+ e^{-(t-t_0)/\tau} f_0(x_j - u_j(t-t_0), t_0, u_j, \xi) \quad (23)$$

(见 Xu, 1998^[9]), 将上式直接代入 (10) 可得验证). 由于 f_0 已知, 故上式右端第二项就已知了. 而上式右端第一项的被积函数 g 由 (17) 式确定, 其中 g_0 的物理意义为网格交接面上左右两侧的运动粒子碰撞形成的平衡态. 它具有如下的形式

$$g_0 = \rho_0 \left(\frac{\lambda_0}{\pi} \right)^{(K+1)/2} \exp\{-\lambda[(u-U_0)^2 + \xi^2]\} \quad (24)$$

为确定 g_0 需要给出网格交接面上的 ρ_0, λ_0, U_0 . 它们的确定是根据相容条件 (8). 将 (14), (24), (17) 代入 (23) 得

$$\begin{aligned} f(x_{j+1/2}, t, u, \xi) = & (1 - e^{-t/\tau})g_0 \\ & + [\tau(-1 + e^{-t/\tau}) + te^{-t/\tau}][\bar{a}_l H(u) + \bar{a}_r(1 - H(U))]u g_0 \\ & + \tau(t/\tau - 1 + e^{-t/\tau})\bar{A}g_0 \\ & + e^{-t/\tau}[(1 - uta_l)H(u)g_l + (1 - uta_r)(1 - H(u))g_r] \end{aligned} \quad (25)$$

确定 $\bar{A}$ 也需根据相容条件 (具体推导从略).

最后在相空间内作积分得

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_\rho \\ \hat{F}_{\rho U} \\ \hat{F}_{\rho \varepsilon} \end{pmatrix}_{j+1/2} = \int u \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ \frac{1}{2}(u^2 + \xi^2) \end{pmatrix} f(x_{j+1/2}, t, u, \xi) d\Xi \quad (26)$$

对上式关于时间积分即得 Δt 时间间隔内的通量 $F_{j+1/2}^n$, 同样可得 $F_{j-1/2}^n$, 将它们代入 (13) 式可计算得 W_j^{n+1} . 以上公式是针对一维的. 多维问题需作相应的变化 (见 Xu, 1993, 1998^[7,9]). 一般有间断时的情况和无间断的情况如图 1 示意. 对于不可压缩的情况, 不存在间断, 所以上所有左侧和右侧的值都是相同的, 计算大为简化.

上面的讨论是针对一维给出的. 对于二维的情况, 有类似结果, 不再重复.

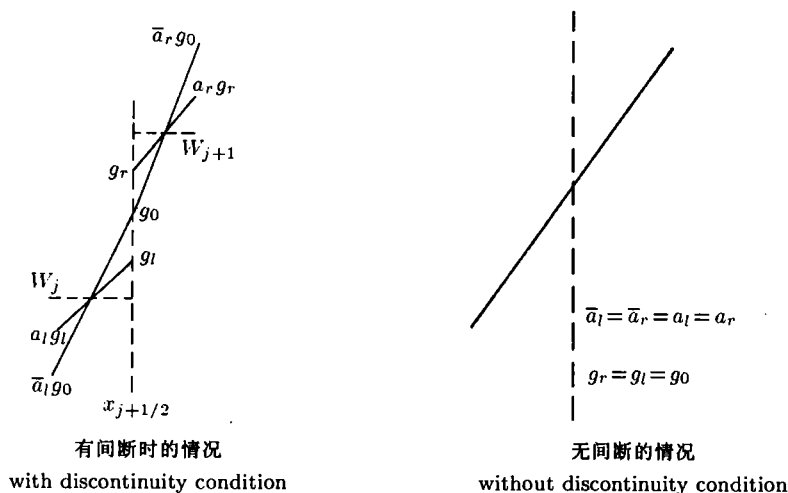


图 1

Fig.1

此外在计算宏观量的导数时采用如下的三阶公式

$$\left. \begin{aligned} s_{j+1/2} &= \frac{7}{12}(s_j + s_{j+1}) - \frac{1}{12}(s_{j-1} + s_{j+2}) \\ \frac{ds}{dx} &= \left\{ \frac{5}{4}(s_{j+1} - s_{j-1}) - \frac{1}{12}(s_{j+2} - s_{j-1}) \right\} / \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中 s 为某宏观量.

不难看出采用以上的计算方法, 可一个单元一个单元地进行, 因此计算简单, 便于并行化和推广到非结构网格中去.

2 算例和讨论

将该方法应用于二维方框流, 并将结果与其它计算结果进行了比较.

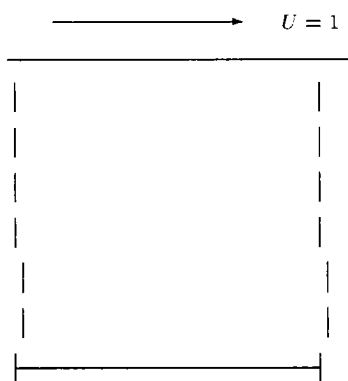


图 2 流线图
Fig.2 Streamlines

二维方框流是验证求解不可压缩流体 Navier-Stokes 方程方法最常用的典型算例. 其中最常用于比较的计算结果是 Ghia (1982)^[10] 完成的, 这主要是不仅他们的结果比较全 (Re 为 100 ~ 10 000), 并且有详细的数据可供比较.

方框流的流场草图及边界条件如图 2 所示. 边长为 1, 上边界以速度为 1 自左向右边运动, 其它边均不动. 流场的雷诺数由边长、上边界运动速度及流体的运动粘性系数定义.

计算的雷诺数介于 100 至 10 000 之间. Re 为 100, 400, 1 000, 2 000, 3 200, 5 000 时网格数为 128×128 , Re 为 7 500, 10 000 时, 网格数为 256×256 .

由分析知 (Xu^[9], 1998)

$$\nu = \frac{\tau p}{\rho}, \quad \tau = \frac{\nu \rho_0}{p_0} = \frac{2UL\lambda_0}{Re}, \quad Re = \frac{UL}{\nu} \quad (28)$$

计算的初始速度场为零. 无量纲时间为 T . 当雷诺数小于 5 000 时 T 为 30 ~ 40, 计算结果就趋向稳定. 当雷诺数大于 5 000 时, T 要比 40 大很多还不能稳定. 所以本文中雷诺数不大于 10 000. 在得到稳定解后, 用下面的方程求解流函数

$$\Delta \phi = -\omega, \quad \omega = \frac{\partial \nu}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \phi|_{\Gamma} = 0 \quad (29)$$

所得的结果与 Ghia (1982^[8]) 的结果比较.

本质上讲, BGK 方法是用来计算可压缩流动的. 用它来计算不可压缩流动, 首先要考虑内自由度 K 和马赫数 M 应为多大; 其次是固体壁面采用何种边界条件. 详细计算表明: 在壁面采用绝热边界条件; 对于压力, 一般采用

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (30)$$

内自由度 K 应当取为零. 理论上讲, 不可压缩流体流动是可压缩流动在马赫数为零时的极限情况. 但实际上当马赫数比较小时, 如 $M = 0.05$ 时计算就很难进行, 收敛很慢乃至不收敛.

对雷诺数为 100, 400, 1000, 2000, 3200, 5000, 7500, 10000 这几种情况进行了计算. 除雷诺数为 2000, 因缺乏数据外均与 Ghia 的结果^[11]进行了详细的比较. 图 3 显示了不同雷诺数下的流谱图. 图 4 为相应的等涡线图. 从这些图可以看到雷诺数小于等于 100 时流场主要是一个大涡构成. 雷诺数增大到 1000 时, 在方框的右下角出现一个弱的小涡. 当雷诺数进一步提高时, 在方框的左下角又出现一个更弱的小涡. 当雷诺数达到 3000 以上, 在方框的左上角又出

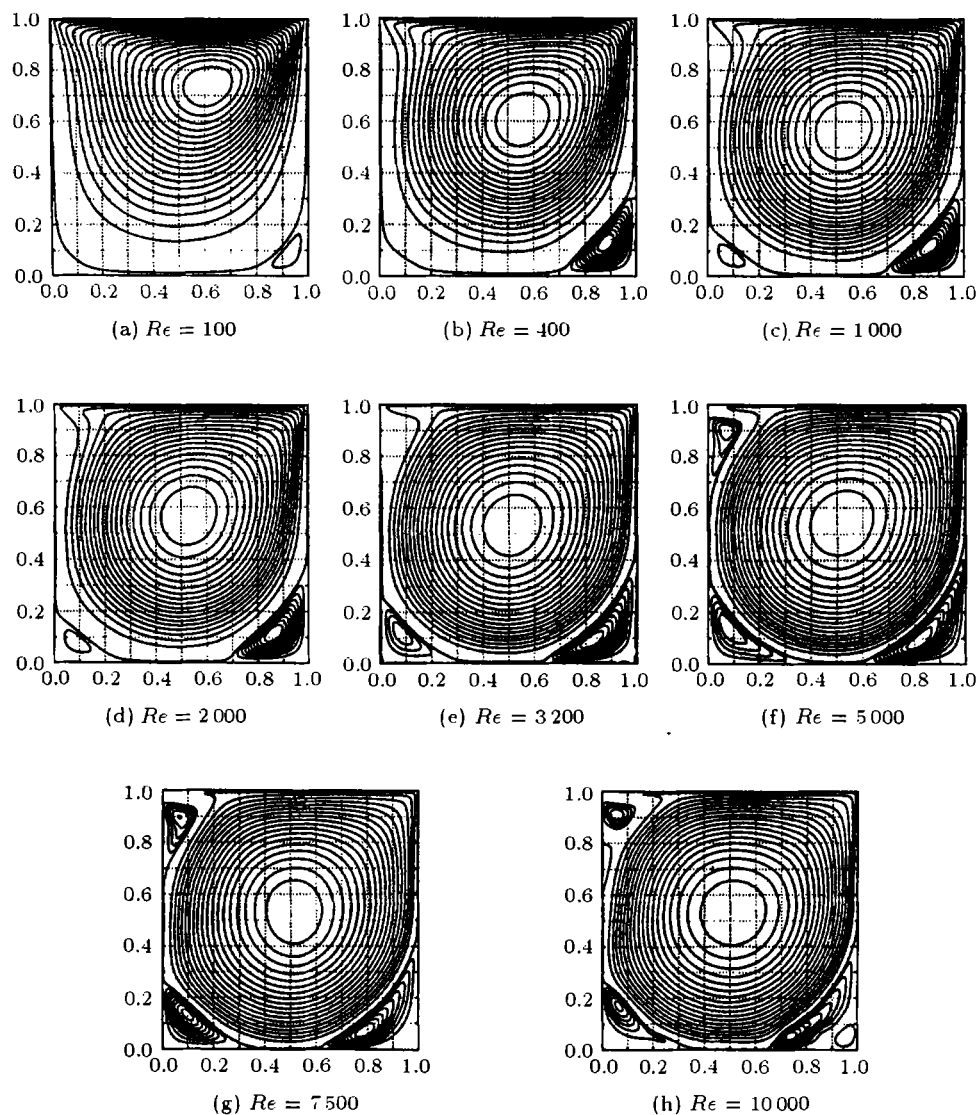


图 3 流线图
Fig.3 Streamlines

现一个更弱的涡。随着雷诺数的进一步增加, 流场将趋于紊乱, 特别是近壁处。从图 4 的等涡线可以看到, 当雷诺数接近 10 000 时, 涡强的变化主要集中在近壁处, 而在方框的中心区涡强变化不大, 速度分布由中心向外呈线性分布。这些结果与其它计算的结论是一致的。当雷诺数比较大时, 计算结果有些不稳定, 会出现不规则的等值线。为得到比较稳定的结果, 需要比较长的时间。其次计算结果的波动并不是很大。

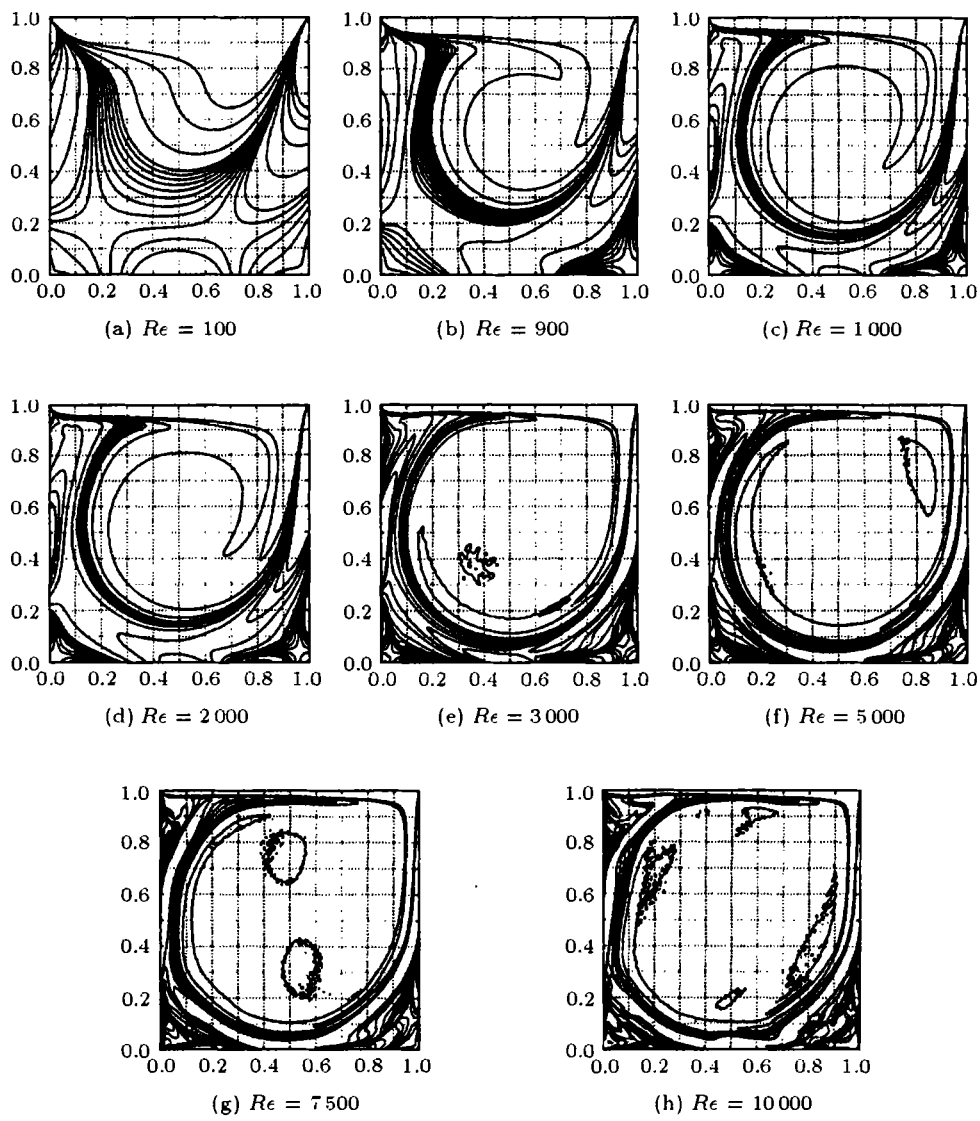


图 4 等涡线
Fig.4 Contours of vortex

表 1 给出了大涡中心的坐标值并与 Ghia^[10] 的计算值进行了比较, 符合程度很好。通过本例的详细讨论可以看到本方法应用于不可压缩流体的流动是成功的。

表 1 大涡中心的坐标

Table 1 Coordinations of large Eddy centre

Re	100	400	1 000	2 000	3 200	5 000	7 500	10 000
x (Ghia)	0.62	0.56	0.54	—	—	0.52	0.51	0.51
x (pres.)	0.62	0.56	0.54	0.53	0.52	0.52	0.52	0.51
y (Ghia)	0.73	0.61	0.56	—	—	0.54	0.54	0.51
y (pres.)	0.74	0.62	0.57	0.57	0.55	0.54	0.53	0.52

3 结 论

本文成功地将 BGK 法推广到不可压缩流体流动的数值模拟中。通过计算确认在不可压缩流体流动的数值模拟中，应取 $M = 0.15$ 和 $K = 0$ 。所得的结果和相应的计算结果或实验数据都比较符合。应该指出，BGK 法使不可压缩流体流动的数值模拟和可压缩流体流动的数值模拟统一起来，所以可建立通用的软件。由于不需求解 Poisson 方程，故计算便于并行化。本方法也很易推广到非结构网格上去，所以有广阔的应用前景。不足之处为计算时间较长。

致谢 本文计算是在香港科技大学数学系计算中心完成的，在此向有关方面表示衷心感谢。

参 考 文 献

- 1 Chorin AJ. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Mathematics of Computation*, 1968, 22: 745~762
- 2 Abdallah S. Numerical solutions for the pressure Poisson equation with Neumann boundary condition using a Nonstaggered grid I, II.
- 3 Deng XG, Zhuang FG. New methods for low Mach number flow calculations. In: The first Asian CFD Conference, Hong Kong, January 16~19, 1995
- 4 Wang ZJ. A fast flux-splitting for all speed flow. In: 15th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, 1998. 141~146
- 5 Chen SY, Doolen GD. Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows. *Ann Rev Fluid Mech*, 1998, 30: 329~364
- 6 Chen Y, Ohashi H, Akiyama M. Simulation of laminar flow over a backward-facing step using the lattice BGK method. *JSME International Journal, Series B*, 1997, 40(1): 25~32
- 7 Xu K. Numerical Hydrodynamics from Gas-Kinetic Theory. [Ph D Thesis]. Columbia University, 1993
- 8 Xu K, Martinelli L, Jameson A. Gas-Kinetic Finite Volume Methods, Flux-Vector Splitting and Artificial Diffusion. *J Comput Phys*, 1995, 120: 48~65
- 9 Xu K. Gas-Kinetic schemes for unsteady compressible flow simulation. CFD Lecture Series 1998-03, von Karman Institute for Fluid Dynamics. 1998
- 10 Bhatnagar PL, Gross E P, Krook M. A model for collision processes in Gases I: small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys Rev*, 1954, 94: 511~525
- 11 Ghia U, Ghia KN, Shin CT. High-Re solution for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *J of Comput Phys*, 1982, 48: 387~411
- 12 应纯同. 气体输运理论. 清华大学出版社, 1990 (Ying Chuntong. Transport Theory of Gases. Beijing: Tsinghua University Press, 1990)

COMPUTATION OF INCOMPRESSIBLE FLUID FLOW WITH BGK METHOD ¹⁾

Su Mingde

(*Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

Xu Kun M. Ghidaoui

(*Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China*)

Abstract In the present paper, the basic idea of BGK method is introduced in detail and extended in the numerical simulation of incompressible fluid flow. First, the BGK method is used in cavity flow, where the numerical results are compared with Ghia's results. In the computation, the parameters, such as Mach number, inner freedom degree K , and the boundary conditions are selected. The comparison shows that the present numerical results agree to the Ghia's results, which have higher accuracy. At the same time, this method is applied for simulation of backward facing step flow. The results are compared with experimental data. The comparisons show that the BGK method is a powerful tool in the numerical simulation of incompressible fluid flow. The numerical experience shows that this method is easily parallelized, it is available to be used in unstructured grid system and multi-dimensional problem. Therefore it is hopeful method in CFD.

Key words BGK method, incompressible fluid flow

Received 15 July 1998, revised 31 May 1999.

1) The project supported by the Research Foundation of Hong Kong University of Science and Technology (RGC97/99.HKUST6166/97P, RGC96/97.HKUST718/96E), the National Nature Science Foundation of China and the Foundation of National Climbing Plan.