

含分层损伤复合材料层合板分层扩展研究¹⁾

孙先念 陈浩然 苏长健 刘相斌

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

摘要 采用基于 Mindlin 一阶剪切理论的四节点板单元, 分析了含椭圆分层复合材料层合板分层扩展行为. 利用虚裂纹闭合技术计算分层前缘处的总能量释放率, 并采用总能量释放率准则作为分层扩展准则, 结合自适应网格移动技术, 并考虑了分层前缘闭合接触效应, 对复合材料层合板的分层扩展行为进行了模拟分析. 结果表明, 初始分层形状对其扩展方式有很大影响.

关键词 非线性, 有限元法, 屈曲, 分层损伤

前 言

层合复合材料在制作和使用过程中经常会在其内部出现层间分层, 使其承载能力大幅度下降, 其中对剩余压缩强度的影响尤为明显, 因此对含层间分层层合板屈曲和后屈曲行为的研究就非常重要^[1,2]. 含分层复合材料层合板在压缩载荷作用下, 其分层子板容易发生失稳, 若继续施加载荷, 分层将发生扩展.

目前, 一般采用 Rayleigh-Ritz 法^[3] 和有限元法^[4~11] 等数值方法来分析含分层损伤复合材料层合板的压缩破坏行为. 在这些分析中, 大多集中于研究层合板前后屈曲行为和预测分层扩展起始点及其方向, 而致力于模拟分层扩展过程的研究则不多. 分层扩展是一个可动边界问题, 不宜采用 Rayleigh-Ritz 法, 同时由于模拟分层扩展过程的计算量非常大, 所以现有的分析一般是采用 Mindlin 板理论, 利用有限元数值技术来模拟分层扩展过程^[5~11]. 文献 [7, 8] 利用一阶剪切板单元, 结合断裂力学和损伤力学来估算分层扩展, 并着重研究了分层扩展过程中的网格移动技术以及分层扩展长度的计算方法. 文献 [9, 10] 则通过实验来获得分层每一次扩展后其前缘所处位置, 并与数值模拟结果进行了对比, 结果表明在对分层扩展过程进行定量分析时, 有必要考虑分层前缘的接触效应. 文献 [11] 分析了铺层顺序对分层扩展的影响. 在这些分析中, 均假设分层处较厚的基板保持不动, 且只分析了圆形分层.

本文也采用一阶剪切理论, 放弃了分层处较厚的基板保持不动的假设, 利用虚裂纹闭合技术计算分层前缘处的能量释放率, 结合自适应网格移动技术, 分析了边界条件和分层形状对复合材料层合板分层扩展行为的影响.

1 有限元模型

如图 1 所示含椭圆分层层合板, 其椭圆主轴分别为 $2a$ 和 $2b$, 层合板长宽分别为 $2L$ 和 $2W$, 板厚为 H , 两端受面内压缩. 设层合板分为三个部分: 上、下子板和基板, 节点分别位于各板中面. 根据一阶剪切理论直线假定, 层合板的位移场可以假设为

$$u = u^0(x, y) + z\theta_y(x, y), \quad v = v^0(x, y) - z\theta_x(x, y), \quad w = w^0(x, y) \quad (1)$$

1999-04-04 收到第一稿, 1999-09-05 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(19672014) 和国家高等学校博士学科点专项科研基金(9601411) 资助项目.

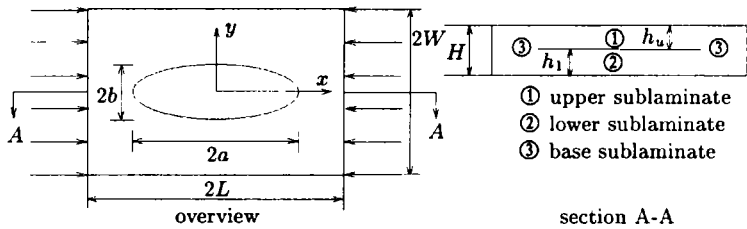


图 1 含椭圆分层层合板示意图

Fig.1 Configuration of composite laminates with a elliptical delamination

式中 u, v, w 分别为 x, y 和 z 方向的位移, 其中上标 “0” 表示对应板中面位移, 为了方便起见, 以下中面位移不再标注上标 “0”. θ_x, θ_y 分别为中面法线绕 x, y 轴的转角.

在上下子板与基板分层前缘处必须满足如下位移协调条件

$$\left. \begin{aligned} w &= w_1 = w_2 = w_3, \quad \theta_x = \theta_{x1} = \theta_{x2} = \theta_{x3}, \quad \theta_y = \theta_{y1} = \theta_{y2} = \theta_{y3} \\ u_1 &= u_3 + \theta_{y3}(H - h_l)/2, \quad u_2 = u_3 - \theta_{y3}(H - h_u)/2 \\ v_1 &= v_3 - \theta_{x3}(H - h_l)/2, \quad v_2 = v_3 + \theta_{x3}(H - h_l)/2 \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中 h_u, h_l 分别为上下子板的厚度.

边界条件分为四边简支或四边固支两种, 其中对于简支只要求横向位移为零, 即

$$w = 0, \quad \theta_x = 0 \mid_{x=\pm L}, \quad \theta_y = 0 \mid_{y=\pm W}, \quad M_x = 0 \mid_{y=\pm W}, \quad M_y = 0 \mid_{x=\pm L} \tag{3}$$

而对于固支则要求横向位移和转角同时为零, 即

$$w = \theta_x = \theta_y = 0 \tag{4}$$

两种约束下的面内边界条件均为

$$u = 0 \mid_{x=-L}, \quad v = 0 \mid_{y=0} \tag{5}$$

后屈曲变形采用 Von-Kaman 大挠度理论进行分析. 为了使结构进入后屈曲状态, 在初始加载时, 在分层中心处施加一个很小的横向扰动载荷, 一旦结构发生屈曲后, 立即去掉这个横向扰动载荷.

为了防止分层区内出现不合理的上下子层相互嵌入现象, 在分层区内加入虚杆单元以考虑分层前缘的接触效应.

采用四节点四边形板单元, 每个节点 5 个自由度, 对结构进行离散, 并使用 Newton-Raphson 迭代格式来求解非线性平衡方程. 具体方法可参见文献 [5, 6].

2 分层扩展判据

分层扩展行为类似于断裂力学中的裂纹扩展行为, 故在文献 [6~10] 中均采用断裂力学方法来研究含分层损伤层合板的分层扩展行为, 并采用能量释放率这一断裂力学准则作为分层扩展准则. 分层扩展是一个混合性断裂问题, 必须精确计算能量释放率的三个分量: G_I, G_{II} 和 G_{III} , 而能量释放率各型分量的计算精度与分层前缘处局部应力应变分析精度密切相关, 为此必须采用精细三维有限元法进行分析, 显然其工作量是十分巨大的. 但文献 [7] 和 [8] 的研究表

明, 尽管本文采用的一阶剪切板理论不能准确计算能量释放率各型分量, 但若用于计算总能量释放率, 其计算值可以达到足够的精度。因此, 可采用总能量释放率准则作为分层扩展准则。这样就避免了不能准确计算层间应力所带来的困难, 同时也大大简化了分析过程。

总能量释放率准则亦即 Griffith 型裂纹扩展准则, 即当

$$G \geq G_c \quad (6)$$

时裂纹发生扩展, 其中 G_c 为极限总能量释放率。

3 能量释放率计算方法

采用虚裂纹闭合技术来计算分层的能量释放率^[12]。如图 2 所示, 假设分层前缘位于 i_1, i_2, i_3 点所在截面。由于虚裂纹闭合长度 Δa 非常小, 故可以认为 i'_1, i'_2 两点闭合后的内力与 i_1, i_2 两点之间的内力相同, 从而分层前缘 i_1 节点处的虚裂纹闭合能量为

$$2U = N_x \Delta u + N_y \Delta v + N_z \Delta w + M_x \Delta \theta_x + M_y \Delta \theta_y \quad (7)$$

式中 $\Delta u, \Delta v, \Delta w, \Delta \theta_x, \Delta \theta_y$ 为 i'_1, i'_2 两点间的位移差, N_x, N_y, N_z, M_x, M_y 是 i_1, i_2 两点之间的内力。于是 i_1 点处的能量释放率可以写为

$$G = U/A \quad (8)$$

其中

$$A = \frac{1}{2} \overline{j'_1 k'_1} \times \overline{i'_1 i_1} \quad (9)$$

为虚裂纹闭合面积。

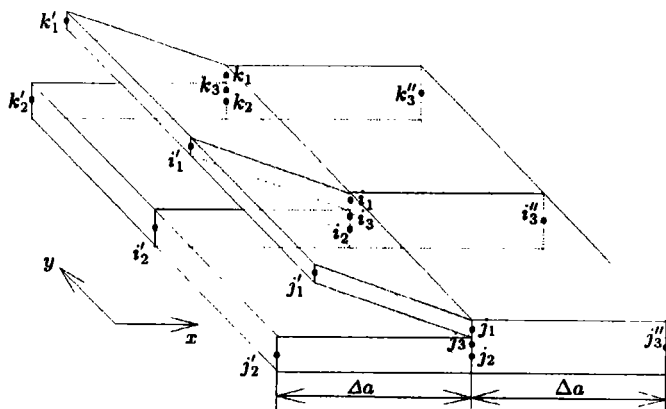


图 2 计算能量释放率示意图

Fig.2 Schematic of delamination front region

4 分层扩展计算方法

4.1 网格移动技术^[8]

当分层发生扩展时, 网格必须随之移动以适应分层前缘的变化。从图 3 给出的圆形分层网格移动方案可以看到, 当分层发生扩展时, 分层前缘节点沿着当前分层前缘的法线方向移动 (节

点只有一个扩展自由度), 而结构网格拓扑结构不变. 由于每一次网格移动量很小, 因此网格移动前后节点位置变化也很小, 从而在非线性迭代计算过程中, 网格移动后节点位移可用网格移动前的节点位移来代替, 以提高计算效率.

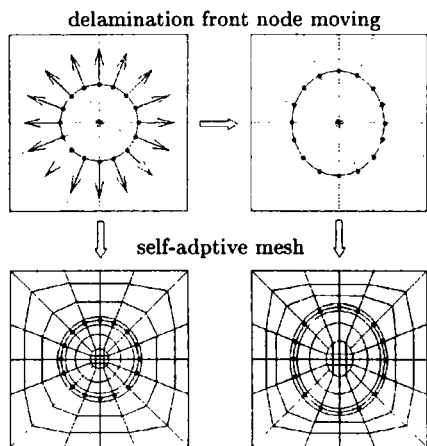


图 3 圆形分层网格移动

Fig.3 Mesh moving of Circle delamination

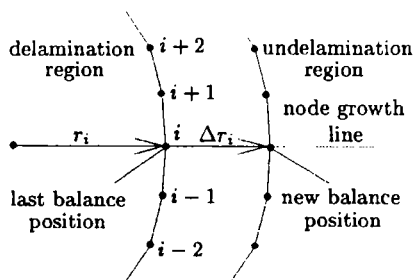


图 4 分层前缘节点 i 的扩展长度

Fig.4 Growth length of delamination front node i

4.2 分层扩展长度

当 $G \geq G_c$ 时, 分层发生扩展. 假设 $G - G_c$ 与分层扩展长度 Δr 之间满足下式

$$\Delta r_i = (k + 1)(G_i - G_c)\Delta a_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

如图 4 所示, 式中 Δr_i 是分层前缘节点 i 处分层扩展长度, G_i 是分层前缘节点 i 处总能量释放率, k 为比例常数因子且 $k \geq 0$, Δa_i 为分层前缘节点 i 处计算能量释放率时的虚裂纹扩展长度, n 为分层前缘节点数.

4.3 分层扩展计算流程

根据上述的分析模型, 图 5 给出了分层扩展计算流程.

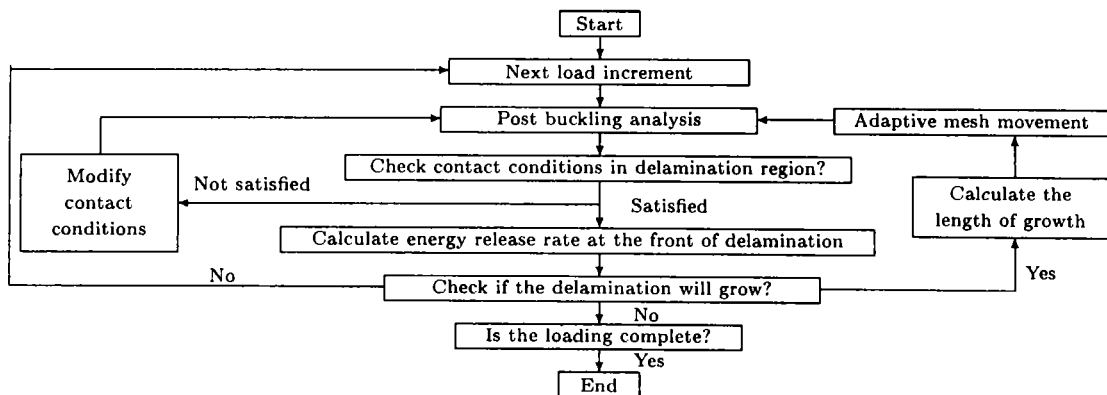


图 5 分层扩展计算流程图

Fig.5 Flow chart for delamination growth

5 数值算例与结果分析

设正交铺层层合板 $[0_2/90_2]_{4S}$, 长宽尺寸为 $2L = 2W = 100\text{ mm}$, 单层厚度为 0.127 mm ; 分层位置为 $\bar{h} = h_u/H = 4/32$, 分别取椭圆分层的椭圆压缩系数 $\mu = a/b = 1/2, 1, 2$ (即圆形分层和两种椭圆分层); 边界条件为四边固支或四边简支; 分层尺寸分别取为:

(1) $a = 15\text{ mm}, b = 15\text{ mm}$, (2) $a = 30\text{ mm}, b = 30\text{ mm}$, (3) $a = 15\text{ mm}, b = 30\text{ mm}$, (4) $a = 30\text{ mm}, b = 15\text{ mm}$.

层合板材料常数为^[4]:

$E_1 = 134.0\text{ GPa}, \quad E_2 = E_3 = 10.2\text{ GPa}, \quad G_{12} = G_{13} = 5.52\text{ GPa},$

$G_{23} = 3.43\text{ GPa}, \quad \mu_{12} = \mu_{13} = 0.3, \quad \mu_{23} = 0.49$

分层扩展长度按 (10) 式确定, 各参数分别取为: $k = 0.08, G_c = 200\text{ J/m}^2, \Delta a = 0.1\text{ mm}, n = 32$ ^[13].

在分层扩展过程中, 在相同的端部位移下, 如果分层扩展后等效载荷低于扩展前的等效载荷, 则此时分层将会出现不稳定扩展. 本文为方便起见, 不管是否出现不稳定扩展, 均在分层沿 x 或 y 方向扩展达到距分层中心点 45 mm 时终止计算.

5.1 分层扩展特征

表 1 列出了不同分层尺寸下分层起始扩展与不稳定扩展时面内压缩应变, 在图 6 中绘出了不同扩展阶段分层前缘所处位置. 从中可以看到, 当分层发生不稳定扩展时, 如果当前的面内压缩应变保持不变, 分层的子板将会发生大面积扩展.

表 1 不同分层尺寸下分层起始扩展与不稳定扩展时面内压缩应变
Table 1 Axial compressive strain of growth initiation and unstable growth of composites with various delamination size

Delamination size $a \times b$ (mm×mm)	Boundary condition	Axial compressive strain of growth initiation $\varepsilon_{GI}(\%)$	Axial compressive strain of unstable growth $\varepsilon_{UG}(\%)$	$\varepsilon_{GI} - \varepsilon_{UG}$ (%)
15 × 15	C*	0.230	0.320	0.090
15 × 15	S**	0.210	0.270	0.060
30 × 30	C	0.176	≥ 0.364***	≥ 0.188***
30 × 30	S	0.160	0.316	0.156
15 × 30	C	0.270	0.312	0.042
30 × 15	C	0.200	0.320	0.120

* C: all clamped boundary edges
** S: all simply supported boundary edges
*** It is unknown that the current growth is stable growth or not because caculation is stopped. Therefore, it is predicted that the axial compressive strain of unstable growth is greater than or equal the current axial compressive strain.

比较图 6 中在计算终止前分层前缘所处的位置可知, 其分层前缘形状在 $y = 0$ 附近彼此都很相似, 这说明对于相同铺层和分层界面的层合板, 不论其初始分层形状和大小如何, 其分层总是按照相似的形状进行扩展, 这一结论与试验观察是一致的^[10].

图 7 还给出了四边固支下 $a \times b = 30 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ 不同分层扩展阶段层合板变形网格图, 从
而可以更直观地看到分层扩展的全过程. 图 8 则给出了相应于图 6 各种情况下不同扩展阶段分
层前缘能量释放率的分布曲线, 从中可发现, 分层形状不同, 分层前缘能量释放率分布规律也
不相同.

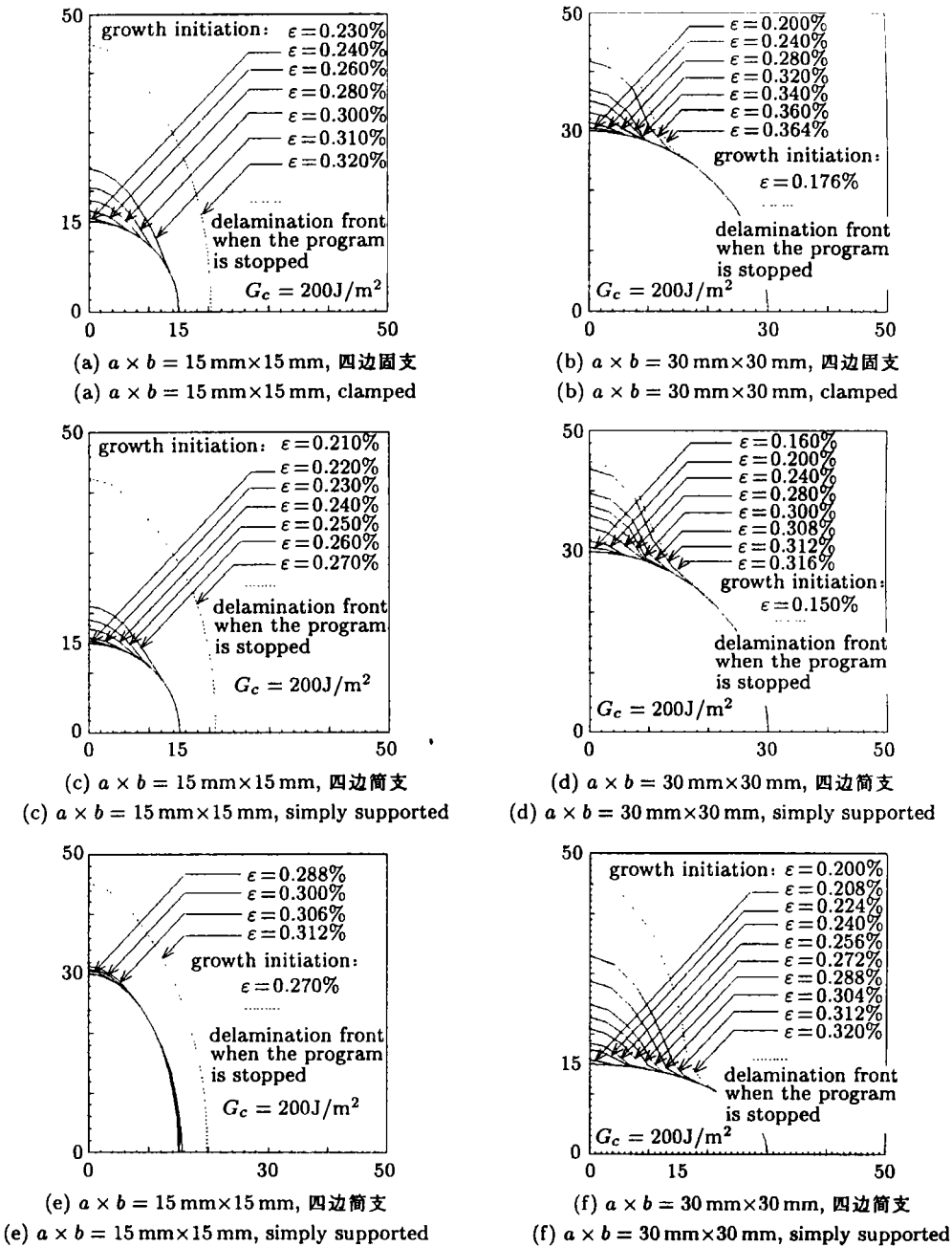


图 6 不同分层扩展阶段时分层前缘位置图
Fig.6 Delamination front in the various growth stage

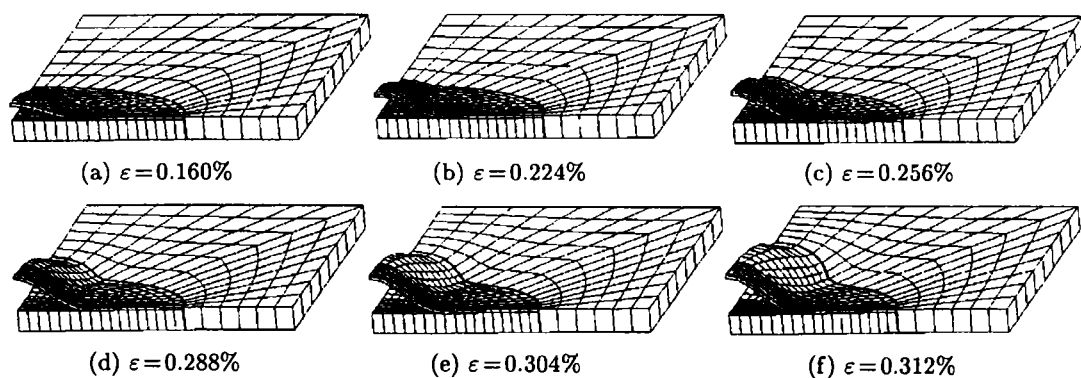
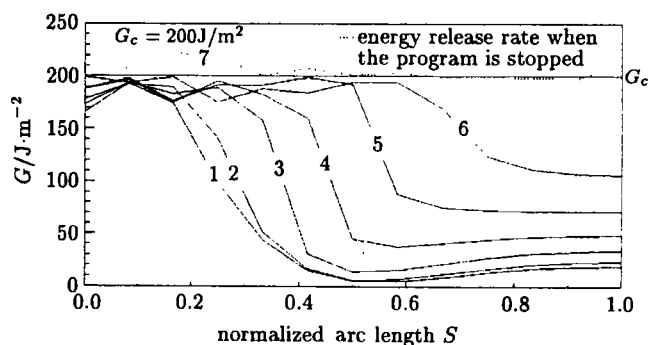


图 7 $a \times b = 30 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, 四边固支 (取结构的 1/4, 位移放大 5 倍)

Fig.7 $a \times b = 30 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, clamped

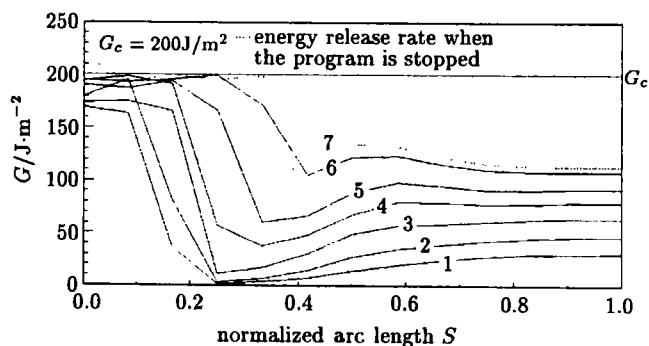
(A quarter of structure is plotted and displacements multiplied by 5)



1. $\varepsilon = 0.230\%$, 2. $\varepsilon = 0.240\%$, 3. $\varepsilon = 0.260\%$, 4. $\varepsilon = 0.280\%$, 5. $\varepsilon = 0.300\%$, 6. $\varepsilon = 0.310\%$, 7. $\varepsilon = 0.320\%$

(a) $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, 四边固支

(a) $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, clamped



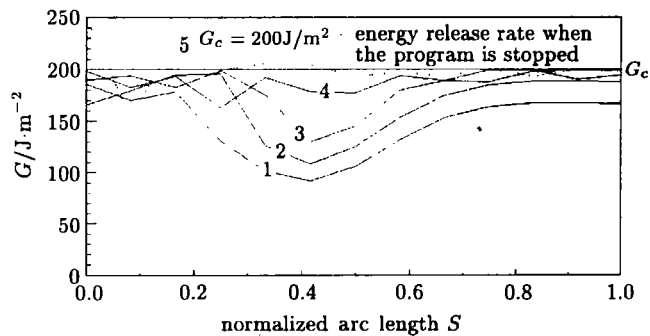
1. $\varepsilon = 0.200\%$, 2. $\varepsilon = 0.240\%$, 3. $\varepsilon = 0.280\%$, 4. $\varepsilon = 0.320\%$, 5. $\varepsilon = 0.340\%$, 6. $\varepsilon = 0.360\%$, 7. $\varepsilon = 0.364\%$

(b) $a \times b = 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$, 四边固支

(b) $a \times b = 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$, clamped

图 8 不同分层扩展阶段时分层前缘能量释放率分布

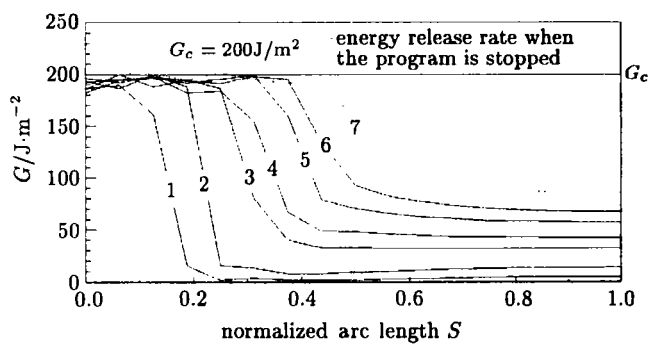
Fig.8 Distribution of strain energy release rate for various delamination growth stage



1. $\epsilon = 0.288\%$, 2. $\epsilon = 0.300\%$, 3. $\epsilon = 0.306\%$, 4. $\epsilon = 0.312\%$, 5. $\epsilon = 0.370\%$

(c) $a \times b = 15\text{ mm} \times 30\text{ mm}$, 四边固支

(c) $a \times b = 15\text{ mm} \times 30\text{ mm}$, clamped



1. $e = 0.208\%$, 2. $e = 0.240\%$, 3. $e = 0.272\%$, 4. $e = 0.288\%$, 5. $e = 0.304\%$, 6. $e = 0.312\%$, 7. $e = 0.320\%$

(d) $a \times b = 30\text{ mm} \times 15\text{ mm}$, 四边固支

(d) $a \times b = 30\text{ mm} \times 15\text{ mm}$, clamped

图 8 不同分层扩展阶段时分层前缘能量释放率分布 (续)

Fig.8 Distribution of strain energy release rate for various delamination growth stage (continued)

5.2 分层尺寸及形状对分层扩展的影响

观察图 6 各曲线可知, 无论哪一种情况, 分层扩展都是首先从 $x = 0$ 的分层前缘处开始的. 比较图 6(a) 和 6(b), 6(c) 和 6(d), 还可以看到: 对于分层尺寸为 $a \times b = 15\text{ mm} \times 15\text{ mm}$ 与 $a \times b = 30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ 两种情况, 无论是四边固支还是四边简支, 前者分层起始扩展压缩应变均比后者高, 而不稳定扩展压缩应变前者均比后者低, 这说明虽然分层尺寸增加使分层在较低的应变就发生扩展, 但没有导致不稳定扩展载荷下降, 相反还将上升. 其可能的原因是, 当分层尺寸较大时, 由于沿分层前缘的应力集中程度减弱, 从而使不稳定扩展不易发生.

对比表 1 中四边固支条件下, 不同分层尺寸的起始扩展与不稳定扩展时面内压缩应变, 从中可以发现: 当椭圆分层的椭圆长轴与压缩载荷方向垂直时 ($a \times b = 15\text{ mm} \times 30\text{ mm}$), 发生分层稳定扩展的载荷区间最小 (不稳定扩展时压缩应变与起始扩展时压缩应变之差); 不稳定扩展压缩应变最低; 起始扩展压缩应变最高; 从图 6(e) 还可发现此种情况下, 分层稳定扩展长度最小; 在 $x = 0$ 和 $y = 0$ 处将均出现分层扩展 (其它情况下都只从 $x = 0$ 处扩展), 且能量释放率沿分层前缘的分布也最为均匀 (参见图 8(c)). 以上分析说明当分层的椭圆长轴与压缩载荷方向垂直时, 故分层容易发生不稳定扩展, 分层形状对分层扩展方式有较大的影响.

5.3 边界条件对分层扩展的影响

比较图 6(a) 和 6(c)、6(b) 和 6(d) 可发现, 两种边界条件下, 层合板分层扩展方式彼此类似. 在四边简支下, 层合板的分层起始扩展压缩应变和不稳定扩展压缩应变, 均比四边固支下低, 这说明层合板在简支条件下比在固支条件下更易发生分层扩展. 若进一步分析图 9 中分层子板中心 - 面内压缩应变曲线, 可以看到在简支条件下, 层合板易发生整体失稳, 从而导致分层容易开始扩展, 并很快进入不稳定扩展阶段. 因此, 通过加强边界支承约束将会提高层合板的承载能力.

5.4 分层扩展对层合板承载能力的影响

由表 1 数据, 同时观察图 9 及图 10 中的面内压缩载荷 - 应变曲线可以发现, 当发生不稳定扩展时, 上下子板挠度迅速增加, 结构发生二次失稳, 从而使结构的承载能力大大下降.

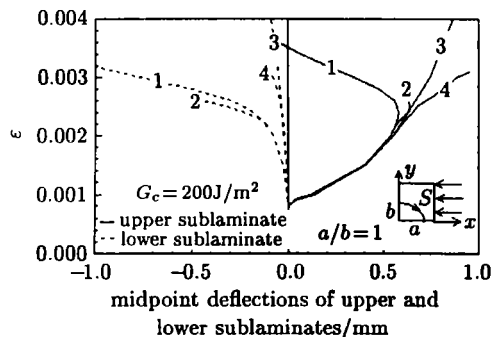


图 9 $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, 子板中心挠度 - 面内压缩应变曲线

Fig.9 Midpoint deflections of upper and lower sublaminae-axial compressive strain $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$

1. no growth, simply supported,
2. growth, simply supported,

3. no growth, clamped, 4. growth, clamped

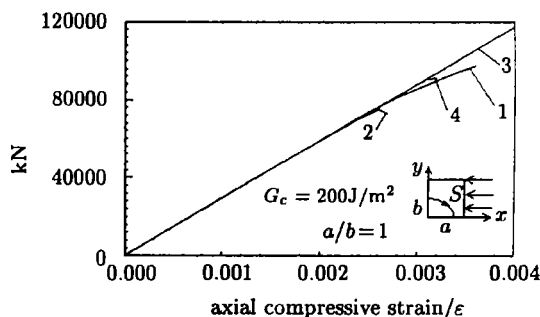


图 10 $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, 端部压缩载荷 - 面内压缩应变曲线

Fig.10 Axial compressive strain-axial compressive load $a \times b = 15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$

1. no growth, simply supported,
2. growth, simply supported,
3. no growth, clamped, 4. growth, clamped

6 结 论

本文采用 Griffith 型裂纹扩展准则, 结合网格移动技术, 对含一般分层的复合材料层合板进行了分层扩展数值模拟和参数讨论, 从中可以得到如下结论:

1) 对于相同铺层和分层界面的层合板, 其初始分层形状对其扩展方式影响很大; 但不论其初始分层形状和大小如何, 其分层总是朝着相似形状扩展, 而且当分层的椭圆长轴与压缩载荷方向垂直时, 分层将容易发生不稳定扩展.

2) 在简支条件下层合板容易因整体失稳而过早地发生分层起始扩展和不稳定扩展.

3) 当层合板处于不稳定扩展阶段时, 结构发生二次失稳, 从而使结构的承载能力大大下降.

参 考 文 献

- 1 Serge Abrate. Impact on laminated composites: Recent advances. *Applied Mechanics Review*, 1994, 47(11): 517~544
- 2 陈浩然, 孙先念. 层合复合材料低速冲击损伤研究, 复合材料及其结构的力学、设计应用和评价 (第二册). 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998, 96~111 (Chen Haoran, Sun Xiannian. Study on low velocity impact damage of composite laminates, mechanics, design, application and evaluation of composite laminates and structures. Vol. II. Haerbin: Haerbin Institute of Technology Press, 1998, 96~111 (in Chinese))

- 3 Chai H. Buckling and post-buckling behavior of elliptical plates: part I analysis. *Journal of Applied Mechanics*, 1990, 57(4): 981~988
- 4 Whitcomb J D. Three-dimensional analysis of a postbuckled embedded delamination. *Journal of Composite Materials*, 1989, 23(9): 862~889
- 5 孙先念, 陈浩然. 含椭圆分层损伤复合材料层合板屈曲和后屈曲研究, 世纪之交复合材料的现状与发展——全国第十届复合材料学术会议论文集. 湖南科学技术出版社, 1998. 468~472 (Sun Xiannian, Chen Haoran. Study on buckling and post buckling behavior of composite laminates with elliptical delamination damage. Present Situation and Development for Composite Materials of the Setting—in 21st Century. Hunan Science and Technology Press, 1998. 468~472 (in Chinese))
- 6 孙先念, 陈浩然, 陈绍杰. 含分层损伤复合材料层合板前后屈曲行为研究. 航空学报, 1999, 20(3): 224~229 (Sun Xiannian, Chen Haoran, Chen Shaojie. Pre-postbuckling analysis of composite laminates with delamination damage. *Acta Aeronautica and Astronautica Sinica*, 1999, 20(3): 224~229 (in Chinese))
- 7 Rinderknecht S, Kröplin B. A finite element model for the delamination in composite plates. *Mechanics of Composite Material Structures*, 1995, 2(1): 19~47
- 8 Rinderknecht S, Kröplin B. A computational method for the analysis of delamination growth in composite plates. *Computers & Structures*, 1997, 64(2): 359~374
- 9 Nillson KF, Storåkers B. On interface crack growth in composite plates. *Journal of Applied Mechanics*, 1992, 59(3): 530~538
- 10 Nilson KF, Thesken JC, Sindelar P, Giannakopoulos AE, Storåkers B. A theoretical and experimental investigation of buckling induced delamination growth. *Journal of Mechanics and Physics solids*, 1993, 41(4): 749~782
- 11 Klug J, Wu XX, Sun CT. Efficient modeling of postbuckling delamination growth in composite laminates using plate elements. *AIAA Journal*, 1996, 34(1): 178~184
- 12 Ribyki EF, Kannien MF. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. *Engineering Fracture Mechanics*, 1977, 19(4): 931~938
- 13 孙先念. 含层间分层损伤复合材料层合板压缩破坏行为研究. 大连理工大学博士论文. 1998 (Sun Xiannian. Compressive failure behavior of composite laminates with delamination damage. [Ph D Thesis]. Dalian University of Technology, 1998 (in Chinese))

DELAMINATION GROWTH IN COMPOSITE LAMINATES

Sun Xiannian Chen Haoran Su Changjian Liu Xiangbin

(State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian 116023, China)

Abstract Under compressive load, delaminated composite plates may undergo postbuckling that can lead to delamination growth. The Mindlin plate finite element is used to analysis delamination growth in composite laminates with an elliptical delamination. The total strain energy release rate, which is used as the criteria of delamination growth, is calculated with the aid of the virtual crack closure technology (VCCT). The delamination growth behavior is modeled with self-adaptive grid moving technology and considering contact effect at the delamination front. The main issue concerns the effect of the delamination shape and the boundary condition on the delamination growth behavior. The results show that the delamination growth behavior is affected significantly by the shape of delamination.

Key words nonlinear, finite element method, buckling, delamination damage

Received 4 April 1999, revised 5 September 1999.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China and the Doctoral Program Foundation of Institution of High Education of China.