

层状压电介质中一种奇特的电声波¹⁾

王子昆 刘 华 刘永超 沈亚鹏

(西安交通大学工程力学系, 西安 710049)

摘要 对于由不同压电材料作为基底及覆盖层(两者之间为理想连接)的层合结构, 本文发现并证明当它们的压电常数满足确定的关系时, 在这种结构中将会传播一种奇特的电声波. 这种波传播时机械扰动和电磁扰动是相互耦合的, 但机械扰动只发生在覆盖层中. 也就是说, 这种面波传播时质点的水平偏振运动只发生在覆盖层中, 而基底中质点的位移始终为零. 文中建立了上述面波存在的条件及相应的相速度方程, 并给出了数值算例.

关键词 压电层状结构, 机电耦合, 奇特的电声波, 相速度方程, 微波器件

引 言

压电层合结构因组元材料的力学和电学性能、极化方向及厚度等诸多参数的可设计性, 常常能使结构的某种物理性能获得最优状态, 因而它的设计及应用研究倍受科技人员关注. 由于动力测量、超声波技术、人工智能结构研制及无损检测等高科技领域的迅速发展, 研究压电层合结构中电-弹性波的传播特性极为必要. Zinchuk 和 Podlipenets 等人曾在文 [1, 2] 中讨论了规则周期层状压电半空间剪切型面波的有关特性, 并指出对这种结构当电声波沿自由表面传播时除振动模态有较大的变化范围外, 还可通过各层材料力学和电学性能及相对厚度等参数的选择实现对频谱的控制. 本文以有压电材料覆盖层的压电半空间为研究对象, 探寻机械扰动仅发生在覆盖层中这种特殊形式的电声波存在的可能性. 通过求解各层介质机-电耦合的剪切型波动方程, 并使有关力学和电学量满足力学自由表面的边界条件及层间的连续性条件, 文中得到了实现上述特殊运动材料的性能常数及覆盖层厚度诸参数必须满足的条件. 从而, 不仅揭示了压电层状结构中一种有意义的运动形式, 同时也为微波技术中电声器件的设计提供了理论依据.

1 问题的提出及数学表述

1.1 问题的提出

众所周知, 图 1 所示的均匀、各向同性线弹性半空间, 在自由表面附近可传播质点位移分量为 $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$, $w = 0$ 的面波, 即 Rayleigh 波, 而不可能存在质点位移为 $u = 0$, $v = 0$, $w = w(x, y, t)$ 的剪切型面波. 但若半空间为压电介质, 则上述两种运动形式均可发生, 后者即质点位移垂直 xoy 平面的面波被称为 Bleustein-Gulyaev 波或电声波^[3]. 若弹性半空间之上有一不同材料的覆盖层, 构成如图 2 所示的层状半空间, 在覆盖层介质剪切波波速小于基底材料剪切波波速的条件下, 便可传播质点位移作横向水平偏振的面波, 即 Love 波. 容易想象, 若图 2 所示的层状半空间由不同的压电介质构成, 在一定条件下能够传播水平偏振的面波

1998-04-14 收到第一稿, 1998-12-06 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目.

将是完全能够预料的. 然而, 这种机 - 电耦合运动能否以一种特殊的形式出现, 即机械扰动仅在覆盖层中传播而不涉及基底材料. 显然, 由于这种波传播时机械能的传播完全局限于覆盖层之中, 在电声器件的应用中将会有特殊的优点.

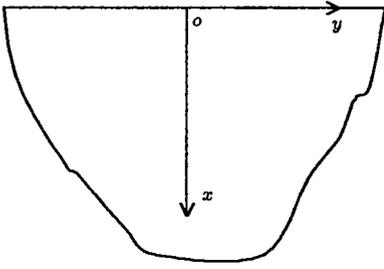


图 1 弹性半空间
Fig.1 Elastic half-space

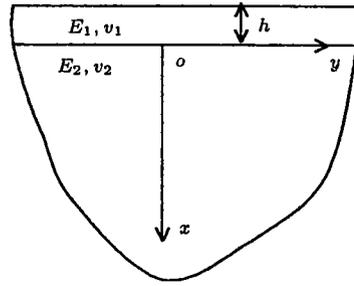


图 2 层状弹性半空间
Fig.2 Layered elastic half-space

1.2 问题的数学表述

一般情况下压电介质的本构方程为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= c_{ijkl} S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_j &= e_{jkl} S_{kl} + \varepsilon_{jk} E_k \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 σ_{ij} , S_{kl} , D_j 及 E_k 分别为应力、应变、电位移及电场强度分量; c_{ijkl} , e_{kij} 及 ε_{jk} 分别为弹性、压电及介电常数. 压电介质的运动微分方程的普遍形式为

$$\left. \begin{aligned} c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} &= \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \\ e_{jkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

这里 ρ 为介质的质量密度, u_l 为位移分量, φ 为电势函数, 它和电场强度有以下关系

$$E_i = -\varphi_{,i}$$

对于横观各向同性压电介质 (如 6mm 点群晶体和压电陶瓷), 式 (1) 可写为下列的分量形式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= c_{11} S_x + c_{12} S_y + c_{13} S_z - e_{31} E_z \\ \sigma_y &= c_{12} S_x + c_{11} S_y + c_{13} S_z - e_{31} E_z \\ \sigma_z &= c_{13} S_x + c_{13} S_y + c_{33} S_z - e_{33} E_z \\ \tau_{yz} &= c_{44} S_{yz} - e_{15} E_y \\ \tau_{zx} &= c_{44} S_{zx} - e_{15} E_x \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) S_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} D_x &= e_{15}S_{zx} + \epsilon_{11}E_x \\ D_y &= e_{15}S_{yz} + \epsilon_{11}E_y \\ D_z &= e_{31}S_x + e_{31}S_y + e_{33}S_z + \epsilon_{33}E_z \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

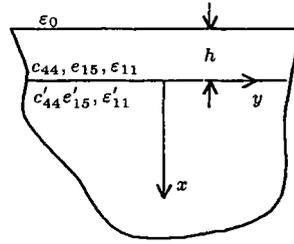


图 3 层状压电半空间
Fig.3 Layered piezoelectric half-space

不失一般性，现设图 3 所示层状半空间由两种不同的横观各向同性压电材料构成，介质的极化轴均沿 z 轴方向。覆盖层厚度为 h ，上表面外力自由，底面与基底材料理想连接。覆盖层之上的空间通常应是气体介质，考虑到其介电常数与压电材料相比量值甚小，在分析过程中可按真空处理。

对于拟考虑的质点作横向水平偏振的波，若设定波的传播方向沿 y 轴，于是有 $u = 0, v = 0, w = w(x, y, t), \varphi = \varphi(x, y, t)$ ，于是运动微分方程 (2) 对覆盖层及基底（以下标 1,2 区分两种介质中的对应量）依次简化为

$$\left. \begin{aligned} c_{44} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right) + e_{15} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} \right) &= \rho \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \\ e_{15} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right) - \epsilon_{11} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} c'_{44} \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right) + e'_{15} \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} \right) &= \rho' \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \\ e'_{15} \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right) - \epsilon'_{11} \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

以 $\varphi_0(x, y, t)$ 表示真空中的电势函数，有

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

真实的运动除满足方程 (5)~(7) 外还必须满足问题的边界条件及层间连续性条件。在 $x = -h$ 的表面处，外力为零，电势函数及电位移法向分量连续，即

$$\left. \begin{aligned} \tau_{zx1}(-h, y) &= 0 \\ \varphi_1(-h, y) &= \varphi_0(-h, y) \\ D_{x1}(-h, y) &= D_{x0}(-h, y) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

在 $x = 0$ 的交界面处，应力、位移、电势函数及电位移的法向分量均连续，即

$$\left. \begin{aligned} \tau_{zx1}(0, y) &= \tau_{zx2}(0, y) \\ w_1(0, y) &= w_2(0, y) \\ \varphi_1(0, y) &= \varphi_2(0, y) \\ D_{x1}(0, y) &= D_{x2}(0, y) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由于本文所关注的是基底介质中机械扰动为零的特殊电声波，还须在 $x = 0$ 的界面处补充附加条件

$$w_2(0, y) = 0 \quad (10)$$

需要说明的是, 尽管上式是在基底与覆盖层的交界面上给出的, 后面的求解过程将表明, 这个限制实际上也是施加给整个基底的.

综上所述, 在压电层状半空间表面附近能否传播一种特殊形式的剪切型面波的问题, 被归结为控制微分方程 (5)~(7) 在条件 (8)~(10) 下的定解问题.

2 特殊剪切型面波存在的条件

为了得到压电层状半空间质点作横向水平偏振的波动解, 取方程 (5) 的解式为

$$\left. \begin{aligned} w_1(x, y, t) &= W_1(x) \exp[ik(y - ct)] \\ \varphi_1(x, y, t) &= \Phi_1(x) \exp[ik(y - ct)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 k 为波数, c 为波的传播速度, $W_1(x)$ 及 $\Phi_1(x)$ 为待定函数. 若以 λ 表示波长, 则有 $k = 2\pi/\lambda$. 将式 (11) 代入方程 (5), 得

$$\left. \begin{aligned} c_{44}[W_1''(x) - k^2 W_1(x)] + \rho k^2 c^2 W_1(x) + e_{15}[\Phi_1''(x) - k^2 \Phi_1(x)] &= 0 \\ e_{15}[W_1''(x) - k^2 W_1(x)] - \varepsilon_{11}[\Phi_1''(x) - k^2 \Phi_1(x)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上式的第二式给出

$$\Phi_1''(x) - k^2 \Phi_1(x) = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} [W_1''(x) - k^2 W_1(x)] \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (12) 的第一式, 有

$$W_1''(x) - k^2 \left(1 - \frac{\rho \varepsilon_{11} c^2}{c_{44} \varepsilon_{11} + e_{15}^2} \right) W_1(x) = 0 \quad (14)$$

设覆盖层及基底介质中剪切体波的波速分别为 c_{sh} 及 c'_{sh} , 且容易导出

$$c_{sh} = \sqrt{\frac{c_{44} \varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\rho \varepsilon_{11}}}, \quad c'_{sh} = \sqrt{\frac{c'_{44} \varepsilon'_{11} + e_{15}^2}{\rho' \varepsilon'_{11}}}$$

对压电层状半空间, 若有 $c < c_{sh}$ 及 $c < c'_{sh}$ 则与之对应的是广义 B-G 波; 若有 $c_{sh} < c < c'_{sh}$, 则相应为 Love 波. 本文讨论广义 B-G 波的情况, 令

$$b_1 = k \sqrt{1 - \frac{\rho \varepsilon_{11} c^2}{c_{44} \varepsilon_{11} + e_{15}^2}} = k \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{sh}^2}}$$

则式 (14) 的解为

$$W_1(x) = A_1 e^{-b_1 x} + B_1 e^{b_1 x} \quad (15)$$

式 (13) 可看作是 $\Phi_1(x)$ 的非齐次微分方程, 显然 $\Phi_1^{(p)}(x) = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} W_1(x)$, 是它的特解, 而对应齐次方程的通解为 $\Phi_1^{(h)}(x) = A'_1 e^{-kx} + B'_1 e^{kx}$, 故 $\Phi_1(x)$ 的完全解为

$$\Phi_1(x) = A'_1 e^{-kx} + B'_1 e^{kx} + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A_1 e^{-b_1 x} + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} B_1 e^{b_1 x} \quad (16)$$

将式 (15) 和 (16) 代入式 (11), 得方程 (5) 的解为

$$\left. \begin{aligned} w_1(x, y, t) &= (A_1 e^{-b_1 x} + B_1 e^{b_1 x}) \exp[ik(y - ct)] \\ \varphi_1(x, y, t) &= \left(A'_1 e^{-kx} + B'_1 e^{kx} + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A_1 e^{-b_1 x} + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} B_1 e^{b_1 x} \right) \exp[ik(y - ct)] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

考虑到当 $x \rightarrow \infty$ 时, 有 $w_2 \rightarrow 0, \varphi_2 \rightarrow 0$, 用完全相同的方法可得波动方程 (6) 的解为

$$\left. \begin{aligned} w_2(x, y, t) &= A_2 e^{-b_2 x} \exp[ik(y - ct)] \\ \varphi_2(x, y, t) &= \left(A'_2 e^{-kx} + \frac{e'_{15}}{\varepsilon'_{11}} A_2 e^{-b_2 x} \right) \exp[ik(y - ct)] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

这里 $b_2 = k \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{sh}^2}}$. 注意到当 $x \rightarrow -\infty$ 时, $\varphi_0 \rightarrow 0$, 故方程 (7) 的解为

$$\varphi_0(x, y, t) = A_0 e^{kx} \exp[ik(y - ct)] \quad (19)$$

将式 (17)~(19) 以及和它们对应的应力、电位移分量依次代入式 (8)~(10), 并令 $q = \sqrt{1 - c^2/c_{sh}^2}$, 即得

$$\left. \begin{aligned} & - \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q e^{kqh} A_1 + \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q e^{-kqh} B_1 - e_{15} e^{kh} A'_1 + e_{15} e^{-kh} B'_1 = 0 \\ & \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} e^{kqh} A_1 + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} e^{-kqh} B_1 + e^{kh} A'_1 + e^{-kh} B'_1 - e^{-kh} A_0 = 0 \\ & \varepsilon_{11} e^{kh} A'_1 - \varepsilon_{11} e^{-kh} B'_1 + \varepsilon_0 e^{-kh} A_0 = 0 \\ & - \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q A_1 + \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q B_1 - e_{15} A'_1 + e_{15} B'_1 + \\ & \quad \left(\frac{c'_{44}\varepsilon'_{11} + e'^2_{15}}{\varepsilon'_{11}} \right) A_2 - e'_{15} A'_2 = 0 \\ & A_1 + B_1 = A_2 \\ & \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A_1 + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} B_1 + A'_1 + B'_1 + \frac{e'_{15}}{\varepsilon'_{11}} A_2 - A'_2 = 0 \\ & \varepsilon_{11} A'_1 - \varepsilon_{11} B'_1 = \varepsilon'_{11} A'_2 \\ & A_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

以上各式可视为关于 $A_1, B_1, A'_1, B'_1, A_2, A'_2$ 及 A_0 的齐次线性方程组, 消去 A_2, A'_1, B'_1, A_1 及 A_0 , 得 B_1 及 A'_2 的方程组如下

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q (e^{kqh} + e^{-kqh}) B_1 - \frac{1}{2} e_{15} \left[\left(1 + \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} \right) e^{kh} - \left(1 - \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} \right) e^{-kh} \right] A'_2 = 0 \\ & \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} (e^{kqh} - e^{-kqh}) B_1 - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_0} + 1 \right) \left(1 + \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} \right) e^{kh} - \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \left(1 - \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} \right) e^{-kh} \right] A'_2 = 0 \\ & 2 \left(\frac{c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2}{\varepsilon_{11}} \right) q B_1 - \left(e_{15} \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} - e'_{15} \right) A'_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

由于附加条件 (10) 的出现, 导致 A_1, B_1, \dots, A_0 等 7 个待定常数要同时满足如式 (20) 所列的 8 个方程, 经化简后变成 B_1 及 A'_2 要同时满足式 (21) 中的 3 个方程, 在一般情况下这是不会有非平凡解的. 但若式 (21) 中有任意两式其 B_1 及 A'_2 的系数对应成比例时, 它们将成为线性相关的, 独立的方程个数就成为 2 个, 于是就可望得到 B_1, A'_2 的非平凡解. 仔细地运算和分析表明, 方程组 (21) 中第 1 和第 3 式的相关性是物理上所唯一地被允许的, 其余情况均因会导致材料性能常数超出其取值范围的荒谬结果而不能成立. 现使式 (21) 的 1, 3 式中 B_1 及 A'_2 的系数对应成比例, 即有

$$e^{kqh} + e^{-kqh} = \frac{\left(1 + \frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}}\right)e^{kh} - \left(1 - \frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}}\right)e^{-kh}}{\frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}} - \frac{e'_{15}}{e_{15}}} \quad (22)$$

或

$$\text{ch}(kqh) = \frac{\text{sh}(kh) + \frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}}\text{ch}(kh)}{\frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}} - \frac{e'_{15}}{e_{15}}} \quad (23)$$

在式 (22) 或 (23) 成立的条件下, 方程组 (21) 中只剩下第 1 和第 2 式, 或第 2 和第 3 式是相互独立的. 现以第 1 和第 2 式为 B_1 及 A'_2 的联立方程组, 由有非零解的必要且充分条件即得

$$\text{th}\left(kh\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{\text{sh}}^2}}\right) = \frac{(c_{44}\epsilon_{11} + e_{15}^2)\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{\text{sh}}^2}}\left[\left(\frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_0}\right)\text{sh}(kh) + \left(\frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_0} + 1\right)\text{ch}(kh)\right]}{e_{15}^2\left[\text{sh}(kh) + \frac{\epsilon'_{11}}{\epsilon_{11}}\text{ch}(kh)\right]} \quad (24)$$

这就是所求压电层状半空间能够传播的特殊电声波的相速度方程. 以上分析过程表明, 在关系式 (22) 或 (23) 成立的条件下, 若能从方程 (24) 求得 c^2 的正实根, 就证实了这种特殊运动的存在性.

3 自由表面电学短路的情况

以上仅讨论了特殊电声波在压电层状半空间自由表面电学开路情况下的传播条件, 为使所得结果具有实际意义, 还必须考察电学短路时的情形. 当自由表面有极薄的金属镀层时, 即为电学短路边界. 将金属层的电势取为零, 并用下式代换条件 (8)

$$\left. \begin{aligned} \tau_{zx1}(-h, y) &= 0 \\ \varphi_1(-h, y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

然后在条件 (25), (9) 及 (10) 下求解波动方程 (5) 和 (6), 就能得到问题的解答. 用和求解电学开路问题的相同方法, 可以导出这时特殊电声波的存在条件仍如 (22) 和式 (23) 式, 而相速度方程可简化为

$$\text{th}\left(kh\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{\text{sh}}^2}}\right) = \frac{(c_{44}\epsilon_{11} + e_{15}^2)\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{\text{sh}}^2}} \cdot [\epsilon'_{11}\text{sh}(kh) + \epsilon_{11}\text{ch}(kh)]}{e_{15}^2[\epsilon_{11}\text{sh}(kh) + \epsilon'_{11}\text{ch}(kh)]} \quad (26)$$

必须说明的是, 在覆盖层和基底介质以及几何参数 h 给定时, 由 (23) 与 (24) 解得的相速度和由 (23) 与 (26) 解得的相速度值是不同的.

4 数值算例及讨论

将式 (23) 代入式 (24) 和 (26), 分别得到自由表面电学开路 and 短路条件下的相速度方程为

$$\operatorname{sh}\left(kh\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{sh}^2}}\right) = \frac{(c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2)\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{sh}^2}}\left[\left(\frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}}\right)\operatorname{sh}(kh) + \left(\frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_0} + 1\right)\operatorname{ch}(kh)\right]}{e_{15}^2\left(\frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} - \frac{e'_{15}}{e_{15}}\right)} \quad (27)$$

$$\operatorname{sh}\left(kh\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{sh}^2}}\right) = \frac{(c_{44}\varepsilon_{11} + e_{15}^2)\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{sh}^2}}\left[\frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}}\operatorname{sh}(kh) + \operatorname{ch}(kh)\right]}{e_{15}^2\left(\frac{\varepsilon'_{11}}{\varepsilon_{11}} - \frac{e'_{15}}{e_{15}}\right)} \quad (28)$$

显然, 它们已满足了特殊波的传播条件. 注意到 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长, 并令 $\alpha = \varepsilon'_{11}/\varepsilon_{11}$, $\beta = e'_{15}/e_{15}$, 由以上二式可见, 若给定覆盖层及基底介质, 即可确定相速度 c 与 h/λ 的关系; 反之, 若给定波速 c 及厚度 h , 也可确定两种介质电学性能的匹配关系. 有关的数值结果如图 4 ~ 图 9 所示, 其中 $m = h/\lambda$, 图 4 和图 5 分别给出自由表面电学开路和短路情况下对于给定波速和 h/λ 值, α 与 β 的取值范围及变化关系; 图 6 和图 7 给出了在 α 取定值时波速 c 随 β 的变化规律; 图 8 和图 9 则给出了 β 取定值时 c 随 α 的变化规律. 数值结果表明, 覆盖层厚度 h 可以控制在一个波长的范围之内, 因频率 ω 与波数 k 及波长 λ 的关系为 $\omega = kc$ 及 $\lambda = 2\pi/k$,

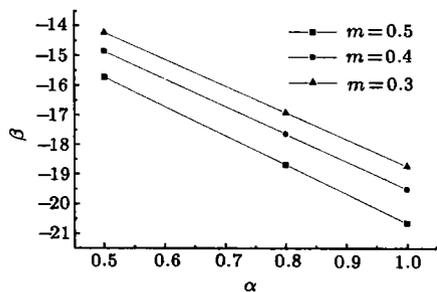


图 4 $c = 1000 \text{ m/s}$ 时 α 与 β 的关系 (电学开路情况)
Fig.4 Relationship between α and β with $c = 1000 \text{ m/s}$ (electrically open case)

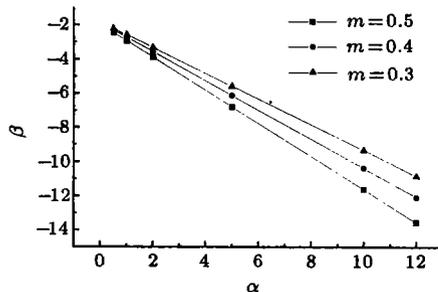


图 5 $c = 1000 \text{ m/s}$ 时 α 与 β 的关系 (电学短路情况)
Fig.5 Relationship between α and β with $c = 1000 \text{ m/s}$ (electrically shorted case)

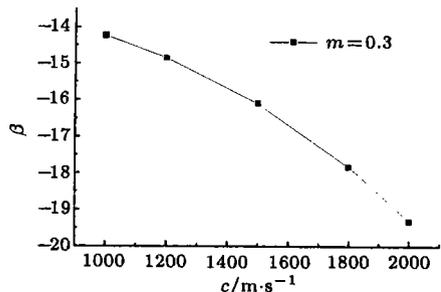


图 6 $\alpha = 0.5$ 时 β 与 c 的关系 (电学开路情况)
Fig.6 Relationship between β and c with $\alpha = 0.5$ (electrically open case)

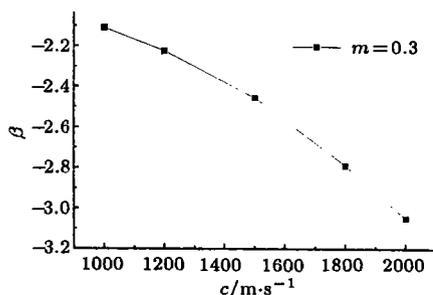


图 7 $\alpha = 0.5$ 时 β 与 c 的关系 (电学短路情况)
Fig.7 Relationship between β and c with $\alpha = 0.5$ (electrically shorted case)

可见,对确定的波速 c , 频率愈高波数愈大, 因而波长愈短, 这对于薄膜结构(基底之上的覆盖层为薄膜)在表声波技术中的应用是有很意义的. 由计算结果还可看出, 在任何情况下都有 $\beta = e'_{15}/e_{15} < 0$, 这说明为了实现本文所讨论的特殊运动, 覆盖层与基底两种压电介质的极化方向必须是相反的, 这是由它们的本构方程的性质及交接面处连续条件所决定的.

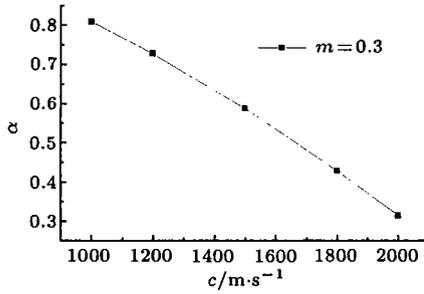


图 8 $\beta = -17$ 时 α 与 c 的关系 (电学开路情况)
Fig.8 Relationship between α and c with $\beta = -17$ (electrically open case)

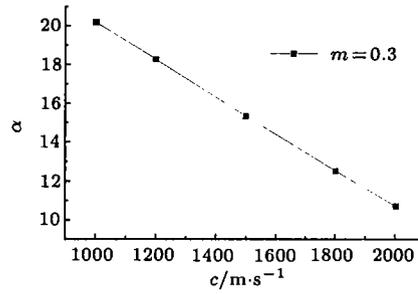


图 9 $\beta = -17$ 时 α 与 c 的关系 (电学短路情况)
Fig.9 Relationship between α and c with $\beta = -17$ (electrically shorted case)

5 结 论

本文证实,层状压电介质在一定条件下能够传播一种奇特的电声波,其机械扰动只发生在覆盖层中.这一结果将丰富人们对压电层合结构复杂多样的机-电耦合行为的认识,同时也为微波等技术领域中电声器件的设计开拓出新的思路.需要指出的是,根据理论分析对满足传播条件的压电层状结构能够激发并传播上述特殊波动是没有任何问题的,但对波的激发问题还需结合外加电场及电极形式作进一步的深入研究.

参 考 文 献

- 1 Zinchuk LP, Podlivenets AN, Shul'ga NA. Construction of dispersion equation for electroelastic shear wave in layered, periodic media. *Soviet Applied Mechanics*, 1990, 27(11): 89~93
- 2 Zinchuk LP, Podlivenets AN. Vibrational modes in a surface shear wave propagating in a regularly layered electroelastic half-space. *Soviet Applied Mechanics*, 1992, 27(8): 775~779
- 3 Dieulesaint E, Royer D. *Elastic Waves in Solids*. New York: John Wiley & Sons, 1980

A PECULIAR ACOUSTOELECTRIC WAVE IN PIEZOELECTRIC LAYERED STRUCTURE ¹⁾

Wang Zikun Liu Hua Liu Yongchao Shen Yapeng

(*Department of Engineering Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

Abstract The propagation characteristic of the Rayleigh wave in the piezoelectric solids can be applied to make many kinds of surface acoustic wave devices such as the filters, delay lines and amplifiers etc., these devices are utilized extensively in the fields of electronic, ultrasonic technology and microwave communication. But there is a kind of lateral and horizontal polarization surface wave (acoustoelectric wave or Bleustein-Gulyaev wave) which can only propagate in the piezoelectric medium. The characteristic of B-G wave is not utilized in general cases up to now for its large penetration depth.

As to a layered structure with different piezoelectric layer and substrate in ideal contact, it is discovered and proved by analytical method in this paper that when their piezoelectric and dielectric constants are satisfied with certain relationship, a peculiar acoustoelectric wave (shear surface wave) could propagate in the structure. As the wave propagates, its mechanical perturbation and electromagnetic perturbation are coupled, but its mechanical perturbation only takes place in the layer and the displacement of the particles in the substrate is always zero. The propagation condition of the above surface wave and its corresponding velocity equation are obtained, several numerical examples are also given. The results in this paper indicate that the thickness of the layer can be the same order as the wavelength, and even shorter than a wavelength. Therefore, the work of this paper not only reveal a peculiar motion in the piezoelectric layered structure, but provide the theoretical foundation for the practical utilization of acoustoelectric wave as well.

Key words piezoelectric layered structure, electro-mechanical coupling, peculiar acoustoelectric wave, velocity equation, microwave device

Received 14 April 1998, revised 6 December 1998.

¹⁾ The project supported by the National Natural Science Foundation of China.