

# 电流变液的多链相互作用<sup>1)</sup>

高向阳\* 赵晓鹏\*,\*\* 郑长卿\*

\*(西北工业大学电流变技术研究所, 西安 710072)

\*\* (中国科学院国际材料物理中心, 沈阳 110015)

**摘要** 用等效电导平板建立了非极性液体中单链粒子之间以及链与链之间相互作用力的计算方法. 分别计算了单链、平面密排结构、平面矩排结构的准静态应力应变关系和屈服应力. 通过和单链结构比较发现, 平面密排结构中链链之间的相互作用力使结构的屈服应力(平均到每条链)增大, 且随着链数的增加, 增强作用显著.

**关键词** 电流变液, 多链相互作用力, 屈服应力

## 引 言

预测屈服应力是电流变液研究的一个热点问题. 在电场作用下, 电流变液的颗粒在电极之间形成沿电场方向的链或链簇(柱). 链中的颗粒之间以及链与链之间的相互作用是构成宏观屈服应力的微观基础. 因此研究这些相互作用力以及将这些相互作用力与链柱结构结合起来是预测电流变液强度的合理途径. Foulc<sup>[1]</sup> 和 Felici<sup>[2]</sup> 针对颗粒的电导率远大于液体电导率的情形提出了电导模型, 但是上述电导模型难以用于计算长链结构中颗粒的相互作用, 更不用说用于链簇结构. 我们把 Felici 的电导模型作了简化, 并用该方法初步计算了单链中粒子之间的相互作用力<sup>[3,4]</sup>. 本文首先在此基础上完善了单链颗粒之间的作用力的计算方法, 然后通过计算链簇中链与链之间的相互作用力, 得到了平面结构的抗剪切强度.

## 1 链间相互作用力

电流变液的每个颗粒可等效为一个圆柱状平板, 其厚度为  $2r_{eq}$ <sup>[3]</sup>

$$r_{eq}/a = \sqrt{1 - \left(0.462 + 0.031 \lg A - 0.042 \lg \Gamma + 0.285 \lg \frac{E_0}{E_c}\right)^2} \quad (1)$$

其中,  $\Gamma = \sigma_p/\sigma_f(0)$  是颗粒与液体电导率之比,  $E_0$  是外加电场强度. 如下分析仅考虑静电相互作用力, 同时认为链是直的和完整的. 剪切过程中, 平板颗粒随链一起偏转距离保持均匀, 且其表面上的电荷保持不变.

### 1.1 单链

选定一个颗粒  $A$  分析它的受力情况, 如图 1. 若忽略布朗力等动态作用, 则颗粒  $A$  总是处于平衡状态, 一侧所有颗粒对它总的作用力

$$F_s = F_{BA} + F_{CA} + F_{DA} + \cdots = \sum_{i=1}^m [g(iD - 2r_{eq}) + g(iD + 2r_{eq}) - 2g(iD)] \quad (2)$$

1997-08-11 收到第一稿, 1999-04-04 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目(59832090)和航空科学基金资助课题.

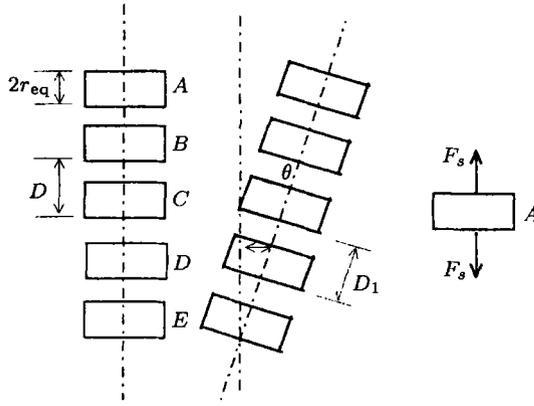


图 1 单链的剪切变形及受力分析

Fig.1 Shear deformation and forced analysis of a single chain

其中， $D$  是一条链上相邻颗粒的中心距

$$g(z) = \frac{\sigma^2 a^2}{4\pi\epsilon_f} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{2z}{(x_1 - x)^2} \left( \sqrt{(x_1 - x)^2 + z^2 + 2 - x^2 - x_1^2} + 2\sqrt{(1 - x^2)(1 - x_1^2)} - \sqrt{(x_1 - x)^2 + z^2 + 2 - x^2 - x_1^2} - 2\sqrt{(1 - x^2)(1 - x_1^2)} \right) dx dx_1 \quad (3)$$

是两个相距  $z$ ，半径为  $a$ ，电荷密度为  $\sigma$  的平行带电圆片之间的相互作用力。 $\epsilon_f$  是电流变液分散液体的介电常数， $m$  是  $A$  一侧的颗粒数目。当链承受剪切应变  $\gamma$  时，链偏转角度  $\theta$ ， $\theta = \tan^{-1}\gamma$ ，此时颗粒之间距离为  $D_1 = D / \cos\theta$ ，颗粒  $A$  一侧所受作用力，

$$F_s = \sum_{i=1}^m [g(iD / \cos\theta - 2r_{eq}) + g(iD / \cos\theta + 2r_{eq}) - 2g(iD / \cos\theta)] \quad (4)$$

### 1.2 双链和平面结构

双链时取某一层两个粒子，计算它们一侧所有颗粒对两颗粒作用力之和，这时除了两个单链力之外，还有链链之间的相互作用力，即

$$F_2 = 2F_s + F_{mutual} \quad (5)$$

链链之间的相互作用力

$$F_{mutual} = (F_{CB} + F_{EB} + \dots) + (F_{DA} + F_{FA} + \dots) = \sum_{i=1}^m [f(iD - d + 2r_{eq}, Dx) + f(iD - d + 2r_{eq}, Dx) - 2f(iD - d, Dx) + f(iD + d - 2r_{eq}, -Dx) + f(iD + d + 2r_{eq}, -Dx) - 2f(iD + d, -Dx)] \quad (6)$$

其中

$$f(z, Dx) = \frac{\sigma^2 a^2}{4\pi\epsilon_f} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{2z}{(Dx + x_1 - x)^2}$$

$$\left( \sqrt{(Dx + x_1 - x)^2 + z^2 + 2 - x^2 - x_1^2 + 2\sqrt{(1-x^2)(1-x_1^2)}} - \sqrt{(Dx + x_1 - x)^2 + z^2 + 2 - x^2 - x_1^2 - 2\sqrt{(1-x^2)(1-x_1^2)}} \right) dx dx_1 \quad (7)$$

是带电圆片水平错开  $Dx$  时的相互作用力,  $d$  是在链长方向上颗粒初始错开的距离.

对于密排双链结构, 当外加剪切力使链偏转角度  $\theta$  后, 链间相互作用力

$$F_{\text{mutual}}^{2C} = \sum_{i=1}^m [f(iD_1 - d_1 - 2r_{eq} - p_{2C}, q_{2C}) + f(iD_1 - d_1 + 2r_{eq} - p_{2C}, q_{2C}) - 2f(iD_1 - d_1 - p_{2C}, q_{2C}) + f(iD_1 + d_1 - 2r_{eq} + p_{2C}, -q_{2C}) + f(iD_1 + d_1 + 2r_{eq} + p_{2C}, -q_{2C}) - 2f(iD_1 + d_1 + p_{2C}, -q_{2C})] \quad (8)$$

其中

$$D_1 = D / \cos \theta, \quad p_{2C} = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \tan \theta \right) D \sin \theta, \\ q_{2C} = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \tan \theta \right) D \cos \theta, \quad d_1 = D / 2 \cos \theta$$

一般地, 对于  $n$  条链的平面密排结构

$$F_{nC} = nF_s + F_{\text{mutual}}^{nC} \quad (9)$$

$$F_{\text{mutual}}^{nC} = \sum_{j=1}^n (n-j) \sum_{i=1}^m [f(iD_1 - d_1 - 2r_{eq} - jp_{2C}, jq_{2C}) + f(iD_1 - d_1 + 2r_{eq} - jp_{2C}, jq_{2C}) - 2f(iD_1 - d_1 - jp_{2C}, jq_{2C}) + f(iD_1 + d_1 - 2r_{eq} + jp_{2C}, -jq_{2C}) + f(iD_1 + d_1 + 2r_{eq} + jp_{2C}, -jq_{2C}) - 2f(iD_1 + d_1 + jp_{2C}, -jq_{2C})] \quad (10)$$

同样, 我们也计算了平面矩排结构的相互作用力.

## 2 剪切力计算结果

当电流变液承受剪切作用时, 剪切方向上的剪切力  $F_x$  和剪应变  $\gamma$  之间的关系就是链柱的应力应变关系,  $F_x$  的最大值, 即是链柱的抗剪切强度. 将  $F_x$  归一化为  $F_x/k$ ,  $k = \frac{\sigma^2 a^2}{4\pi\epsilon_f}$ . 引入参数  $\epsilon_p = 1.8$ ,  $\sigma_p = 1.5 \times 10^{-5} \text{S/m}$ ,  $\epsilon_f = 2.5$ ,  $\Gamma = 1.0 \times 10^6$ , 分别计算了平面密排和平面矩排的双链, 三链和五链结构的剪切力与应变的关系. 为便于和单链结果比较, 我们给剪切力都除以所计算的链数. 从图 2 中可以看出, 平面密排多链结构中平均每条链的抗剪强度比单链有显著增强, 而且随着链数的增加, 这种增强效应增大, 例如密排双链的剪切应力比单链大 35%, 密排五条链的剪切应力比单链大 61%. 图 3 是平面矩排结构的剪切力与应变的关系, 可以看出, 平面矩排多链结构的抗剪强度随着链数的增加反而减小, 而且其抗剪强度都比单链的要低, 矩排双链的剪切应力比单链小 38%, 矩排五条链的剪切应力比单链小 50%, 这可以解释通常观察到的电流变液呈现密排形式的结构 [5].

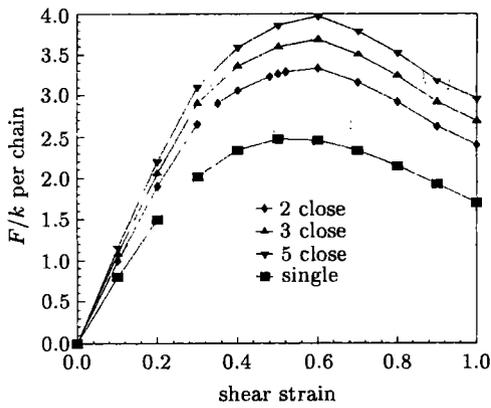


图 2 平面密排结构的剪切力 - 应变关系

Fig.2 Shear force-strain relationship of two-dimension close pocked structure

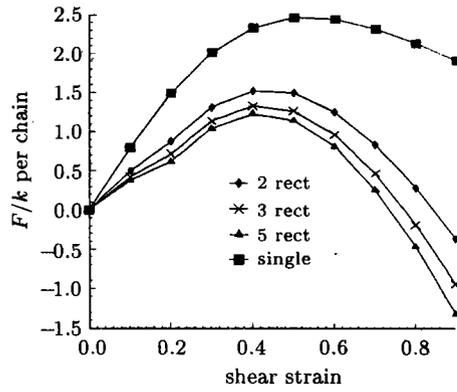


图 3 平面矩排结构的剪切力 - 应变关系

Fig.3 Shear force-strain relationship of two-dimension rectangular pocked structure

### 3 结论

1) 用等效电导平板建立了单链中粒子间及链链之间的相互作用力的计算方法, 该方法可以计算平面结构中存在的相互作用力。

2) 得到了不同结构的应力应变关系. 与单链比较发现, 在平面结构中, 密排形式链链之间的相互作用力使结构的屈服应力(平均到每条链)增大, 且随着链数的增加, 增强作用显著, 矩排形式链链之间的相互作用则使结构的屈服应力减少。

### 参 考 文 献

- 1 Felici N, Foulc JN, Atten P. A conduction model of electrorheological effect. In: Tao R ed. *Electrorheological Fluids*. Singapore: World Scientific, 1994. 139
- 2 Foulc JN. *J Electrostatic*, 1994, 33(1)
- 3 高向阳, 赵晓鹏, 郑长卿. 电流变液的等效平板电导模型. *西北工业大学学报*, 1998, 16(2): 232 (Gao Xiangyang, Zhao Xiaopeng, Zheng Changqing. An equivalent plate conductivity model for electrorheological effect. *J Northwestern Polytechnical University*, 1998, 16(2): 232)
- 4 高向阳, 赵晓鹏, 郑长卿. 电流变液的多粒子相互作用. *应用科学学报*, 1998, 16(2): 249 (Gao Xiangyang, Zhao Xiaopeng, Zheng Changqing. The multi-particle interaction of electrorheological fluids. *J Applied Sciences*, 1998, 16(2): 249)
- 5 Tao R, Sun JM. Three-dimensional structure of induced electrorheological solid. *Phys Rev Lett*, 1991, 67(3): 398

## THE MULTI-CHAINS INTERACTION OF ELECTORRHEOLOGICAL FLUIDS <sup>1)</sup>

Gao Xiangyang\*      Zhao Xiaopeng\*<sup>\*\*,\*</sup>      Zheng Changqing\*

\* (*Institute of Electrorheological Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

\*\* (*International Center for Materials Physics, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110015, China*)

**Abstract** With the concept of equivalent conductivity plate, we presented a calculating method for the interactions among particles in a single chain and among chains in a nonpolar liquid. Thus the interactions in a single chain and in different 2D structure is obtained. Further, we get their stress-strain relationship. The results show the interactions among chains significantly enhanced the anti-shear capacities of ER fluids.

**Key words** electrorheological fluids, multi-chain interaction, yield stress

---

Received 11 August 1997, revised 4 April 1999.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China and Aeronautical Science Foundation.