

近地小行星极短弧定轨的进化算法研究¹⁾李鑫冉^{*,†,2)} 赵海斌^{*,**,3)}^{*}(中国科学院行星科学重点实验室, 紫金山天文台南京 210034)[†](月球与行星科学国家重点实验室, 澳门科技大学澳门 999078)^{**}(中国科学院比较行星学卓越创新中心合肥 230026)

摘要 近地小行星的巡天项目不断涌现, 得到了海量的观测数据. 而巡天观测方式使获得的数据弧段过短, 传统方法在定轨和识别上存在极大困难, 加之短弧定轨问题本身的病态性, 如何有效利用这些短弧数据对于发现、监测和评估小行星的威胁具有重要意义. 在进化算法下构建极短弧定轨的计算框架, 选用三变量的 (a, e, M) 优选法, 保持维数较低的同时, 使优化结果不再依赖观测量. 采用参数较少、操作简便的差分进化算法, 利用不同偏心率小行星的轨道模拟数据进行试验, 对获得的最优解及其分布聚集区域进行分析, 大偏心率轨道由于其本身的复杂性, 会对算法搜索的灵敏度产生影响, 需缩小搜索空间以提高搜索能力. 结果表明算法在小偏心率问题中表现较好, 可以得到有效结果为后续工作提供参考信息, 大偏心率问题在传统方法失效的情况下, 虽然最优解在整体分布中并不明显, 但分布仍包含真实解, 可结合分布密度和适值大小进行分析. 未来需要对大偏心率问题作进一步研究, 考虑其观测位置和观测时刻对算法产生的影响, 分类计算.

关键词 近地小行星, 初轨计算, 极短弧定轨, 进化算法

中图分类号: P135⁺.3 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-20-084

STUDY ON EVOLUTIONARY ALGORITHMS FOR INITIAL ORBIT DETERMINATION OF NEAR-EARTH ASTEROIDS WITH TOO-SHORT-ARC¹⁾Li Xinran^{*,†,2)} Zhao Haibin^{*,**,3)}^{*}(Key Laboratory of Planetary Sciences, Purple Mountain Observatory, CAS, Nanjing 210034, China)[†](State Key Laboratory of Lunar and Planetary Sciences, Macau University of Science and Technology, Macao 999078, China)^{**}(CAS Center for Excellence in Comparative Planetology, CAS, Hefei 230026, China)

Abstract Surveying projects of near-earth asteroids continue to emerge, and obtain massive observation data. However, this pattern makes the obtained arc too short, and the traditional methods have great difficulty in orbit determination and identification with ill-posed problem in itself when the arc is short. Then how to effectively use these short arc is of great significance for discovering, monitoring and evaluating the threat of asteroids. Under the evolutionary algorithms,

2020-03-12 收稿, 2021-01-15 录用, 2020-01-16 网络版发表.

1) 中科院先导 B 项目 (XDB41000000)、国家自然科学基金 (11903085, 11633009, 11273067)、澳门青年学者计划 (AM201920)、民用航天预研项目 (D020304, D020302)、中国科学院创新交叉团队、中国科学院红外探测与成像技术重点实验室基金和小行星基金会资助.

2) 李鑫冉, 助理研究员, 主要研究方向: 小行星轨道. E-mail:lixr@pmo.ac.cn

3) 赵海斌, 研究员, 主要研究方向: 太阳系小天体观测和研究, E-mail:meteorzh@pmo.ac.cn

引用格式: 李鑫冉, 赵海斌. 近地小行星极短弧定轨的进化算法研究. 力学学报, 2021, 53(3): 902-911

Li Xinran, Zhao Haibin. Study on evolutionary algorithms for initial orbit determination of near-earth asteroids with too-short-arc. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(3): 902-911

a calculation framework for too-short-arc is constructed with three-variable (a, e, M) optimization, which keeps the dimensionality low while makes the optimization results no longer rely on observational measurements. The differential evolution algorithm with fewer parameters and simple operation is used to conduct experiments using orbital simulation data of asteroids with different eccentricity, then the optimal solutions and their aggregation regions are analyzed. The large eccentricity orbits will have an impact on the sensitivity of the algorithm search due to its complexity, it is need to reduce the search space to improve the search ability. The results show that the algorithm performs well in small eccentricity problem, and can obtain valid results to provide information for subsequent work. And for large eccentricity problem, while the traditional method fails, the distribution of the algorithm still contains the real solution. For the phenomenon that the optimal solution is not obvious in the global distribution, it can be analyzed by combining the distribution density and fitness value. Further research on the issue of large eccentricity is needed in the future, the influence of different observation positions and observation time on the algorithm should be considered, and calculate by classification.

Key words asteroids, orbit determination, too-short-arc, evolutionary algorithm

引言

近地小行星是太阳系内一类特殊的天体, 部分近地小行星轨道可能与地球相交, 对地球安全和人类生存环境构成潜在威胁, 如 6500 万年的全球物种大灭绝^[1]、2013 年俄罗斯的车里雅宾斯克陨石坠落事件^[2-3]、发现于 2004 年 6 月著名的危险小行星 (99942) Apophis^[4]。因此, 发现、监测近地小行星并计算其与地球的碰撞概率、开展危险程度的评估等相关研究是十分重要的, 而其中能利用较少数据尽早确定近地小行星的轨道参数尤为关键, 小行星参数的精确度对碰撞模型和危害评估的结果有很大影响^[5], 准确的轨道参数可以为后续的预警工作提供可靠的输入, 而这就涉及到小行星的定轨问题。

NASA 在 2005 年提出对至少 90% 的直径超过 140 m 的近地天体进行编目和特性获取^[6], Pan-STARRS^[7]、Catalina^[8]、NEOWISE^[9] 及 LSST^[10]、NEOCam^[11] 等大量的近地小行星大视场巡天项目的开展使得巡天能力不断增强, 得到了大量的观测数据。但同时, 新的观测方式也使得无法对巡天中探测到的每一个目标进行后续的跟踪观测, 因此获得的弧长都很短, 通常只有一个晚上的拍摄^[12]。为了提高巡天效率, 未来采集的数据将会更为稀疏, 并且轨道参数分布范围很广, 包含众多大偏心率轨道, 这些短而稀疏的数据给轨道确定以及识别带来了很大困难。对于这些过短的观测弧段尤其是大偏心率极短弧段, 利用传统的 Laplace 和 Gauss 方法无法进行定轨, 加之短弧定轨本身具有的病态性^[12-16], 使得定轨难度大幅度增加。由此, 如何有效利用这些数据对小

行星进行极短弧定轨, 对巡天项目的充分利用及小行星的探测研究都有着重要意义。近年来针对这类问题, 极短弧定轨的概念被明确提出并成为研究热点。极短弧的具体弧长目前尚无严格的定义, 通常无法用经典方法得到合理定轨结果的观测弧段即称为极短弧, 以区别于传统意义上的短弧定轨^[12-13, 17-18]。

除经典计算方法外, 优选法也可被利用来解决定轨问题, 优选法克服了经典方法中迭代不收敛的现象, 但更适合于解决一维的优选问题。对于多维情况, 计算过程过于复杂。此外, 方法对于初值的要求较高, 而初值选取本身就是一个初轨计算问题, 对于极短弧轨道计算问题也不适用。

Ansalone 和 Curti^[18] 针对极短弧定轨问题下天基的模拟资料, 应用遗传算法 (genetic algorithm, GA), 将观测首末时刻的斜距作为优选变量, 使定轨问题转换为一个优化问题, 但采用的参数与通常选法相差较多。王志胜等^[19] 将算法运用到短弧定轨的问题上来, 研究基于测角资料的卫星短弧定轨。刘磊等^[20] 将遗传算法应用于天基的短弧定轨问题, 采用双 ρ 迭代模型, 对稀疏数据进行定轨。李鑫冉和王歆^[21-22] 对参数调整后遗传算法应用到了极短弧定轨问题中, 在地基的空间目标定轨问题中得到了较好的应用。进化算法在优选问题中可以将生物进化中优胜劣汰的现象应用到对最优解的搜寻中, 在探索过程中通过积累经验, 启发式地寻找最终解。算法已有较为成熟的理论基础, 在多个领域都有研究和应用^[23-24]。算法对先验信息的依赖性较小, 受数据中的噪声影响也较小, 采用进化算法研究定轨问题已成为新的趋势。除遗传算法外, 进化算法中还包含多种不同进化机制

的算法, 算法各有特点和优势, 粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)、差分进化算法 (differential evolution, DE), 及基于统计学思想的分布估计法 (estimation of distribution algorithm, EDA) 等已被应用于解决空间目标的短弧定轨问题, 并在近圆轨道下有较好表现。

本文将进化算法引入小行星的极短弧定轨问题, 构建计算框架, 以差分进化算法为代表采用模拟资料进行计算验证, 并比较算法在不同偏心率下短弧定轨问题中的表现, 探讨大偏心率下算法的特征。

1 进化算法

20 世纪 60 年代进化算法基于模拟自然进化的方法首次被提出, 70 年代出现了相关的理论研究, 直至 21 世纪基本成熟^[25]。

这其中最具代表性的就是 GA 算法, 算法通过模拟自然进化中优胜劣汰的过程搜索最优解, 基于适应度来选择父代进行杂交, GA 算法产生的子代有概率发生变异, 从而在进化的同时寻找新的可能性。从 20 世纪 70 年代被 Holland 和 De Jong 提出以来被广泛应用, 收敛性和全局搜索能力已得到证明^[25]。

PSO 算法于 1995 年被 Kennedy 和 Eberhart^[26] 提出, 源于对鸟类捕食行为的研究, 即鸟类找到食物最简单有效的方法就是搜寻当前距离食物最近的鸟的附近区域。与 GA 算法不同, 它基于群体智能而不是遗传操作, 利用群体中个体对信息的分享, 使整个群体的运动在问题求解空间中产生从无序到有序的演化, 最终获得最优解。

DE 方法在 1996 年由 Storn 和 Price^[27] 提出, 是目前最有效的随机参数优选算法之一, 它模拟生物进化, 将初始种群中两个个体的向量差作为变异方向, 叠加到第三个个体上, 以此产生新个体, 反复迭代使得适应环境的个体被保留下来。不同于遗传算法原本采用二进制编码适用于离散问题的求解, 它适用于求解连续变量的优化问题。算法构造思想借鉴了 GA 算法和 PSO 算法, 算法保留了 GA 算法的进化过程, 同时以类似于 PSO 算法中的更新方法替代 GA 算法中的遗传操作, 因此参数和算子较少, 计算复杂性降低。

进化算法的进化机制多种多样, 但通常的流程是相同的。一般将需要被优选的变量称为个体, 通

过优选方法随机生成一定数量的个体组成初始种群。种群内个体数目称为种群数, 种群数越大搜索能力也越强, 但计算效率随之降低。适值函数用于评估个体优劣, 即优选法中的目标函数, 对于最小化问题, 个体适值越小则越优秀。通过进化在满足预定条件时终止即得到最优解。具体流程如图 1。

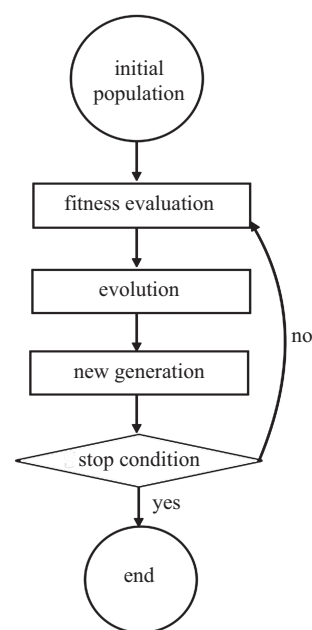


图 1 进化算法流程图

Fig. 1 The flowchart of Evolutionary Algorithm

2 初轨计算的差分进化算法

DE 算法的主要步骤与 GA 算法类似, 主要包括变异 (mutation)、交叉 (crossover)、选择 (selection) 三种操作, 但次序不同。算法随机生成初始种群 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{NP}\}$, 其中 NP 为种群数, $x_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}\}$ 为 D 维向量, D 为优选变量的维数。DE 算法先进行变异操作, 对每个个体 x_i 变异得到个体 V_i , 变异方式较 GA 算法大为简化, 常见的变异方式有以下三种

(1) DE/rand/1

$$V_i = x_{r0} + S(x_{r1} - x_{r2})$$

(2) DE/best/1

$$V_i = x_{\text{best}} + S(x_{r1} - x_{r2})$$

(3) DE/target-to-best/1

$$V_i = x_i + S(x_{\text{best}} - x_i) + S(x_{r1} - x_{r2})$$

其中 r 为互不相同的均匀分布的随机整数, $r_i \in [1, NP]$ 且 $r_i \neq i$; S 为缩放因子, 一般在区间 $[0, 1]$ 中取值, 但多数文献建议取较大的值, 综合文献 [27-30], 范围在 $[0.4, 1]$ 比较合适, S 取值决定了算法的全局搜索能力, 越大的取值全局搜索能力越强; x_{best} 为由适值函数所确定的当代最优的个体, $\text{DE}/^*/^*$ 是 DE 算法变异的表达方式, 两个 $*$ 依次表示变异基和差分数量. 经变异所得的种群 $V = \{V_1, V_2, \dots, V_{NP}\}$ 和原种群 X 交叉操作, 得到新种群 U . 具体如下

$$U_{ij} = \begin{cases} V_{ij}, & r < CR \text{ or } j = \text{rand} \\ x_{ij}, & \text{others} \end{cases}$$

其中 r 为 $[0, 1]$ 区间均匀分布的随机数, rand 为 $[1, D]$ 上均匀分布的随机整数, CR 为交叉概率. 此操作使得 U_i 以一定概率接受变异个体的分量, 但确保至少有一个分量来自变异个体, CR 决定了种群的多样性, 文献中建议 CR 取 0.1 或 0.9^[27-30] 作为初始尝试值. 最后进行选择操作, DE 算法采用了贪婪操作, 如果新个体优于初始个体, 则取而代之, 否则初始个体保留下来, 进入下一次的进化

$$x_i(k+1) = \begin{cases} U_i, & F(U_i) < F(x_i) \\ x_i(k), & \text{others} \end{cases}$$

这里 k 表示进化代数, 表示 $x_i(k)$ 进化到第 k 代的个体, 函数 $F(\cdot)$ 表示求解个体的适值. 从选择方式可看出最优个体一定会进入下一代, 每一代种群不会劣于前一代.

通过上述三个操作完成了一次种群的进化, 并通过不断迭代求解出最优解. 算法常用操作中的选择和交叉操作都只有一种方式, 而变异操作选择也比较少, 且基本形式是相同的.

3 (a, e, M) 优选法

3.1 变量选择

对于优化问题, 优化变量过高会带来求解困难的问题, 即使如今计算能力已有了大幅度的提升. 因此本文采用了 3 个 Kepler 根数, 即历元时刻 t_0 的 (a, e, M_0) 作为优化变量, 与 Ansalone 和 Curti^[18] 采用首尾观测时刻的斜距作为优化变量的方法不同, 在只增加一维的情况下, 使得优化结果不再需要依赖观测测量就可以得到完整的解, 便于资料处理.

3.2 初始种群生成和终止条件

根据先验信息定义优选变量的值域, 由于进化算法对初值要求较低, 无确切信息时可将范围取的大一些: $a \in [a_l, a_u]$, $e \in [e_l, e_u]$, $M_0 \in [M_l, M_u]$. 初始种群中每个个体的每个变量都在取值范围内随机选取, 重复 NP 次即得到整个种群 $\{x_{NP}\}$. 终止条件选取较为普通的迭代次数达最大进化代数 G 终止或连续 C 代没有进化.

3.3 适值函数

令已知一组观测量 $\{t_i, \alpha_i, \delta_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, (α_i, δ_i) 代表 t_i 时刻的赤经和赤纬, 则由历元时刻 t_0 的 (a, e, M_0) 可得 t_i 时刻黄道坐标下的近点角 M_i , f_i 和 E_i , 进一步可得

$$\left. \begin{aligned} r_i &= a(1 - e \cos E_i) \\ \rho_i &= \pm \sqrt{r_i^2 - R_i^2 + (L_i \cdot R_i)^2} - L_i \cdot R_i \\ r_i &= \rho_i L_i + R_i \\ R_i &= R_S + R_e \end{aligned} \right\}$$

其中 $L_i = (\cos \delta_i \cos \alpha_i, \cos \delta_i \sin \alpha_i, \sin \delta_i)^T$, r_i 为 t_i 时刻目标的日心位置矢量, $r_i = |r_i|$, ρ_i 为目标斜距, R_i 为测站的日心位置矢量可由测站地心位置矢量 R_e 和地日位置矢量 R_S 得到. 由于地球与小行星的为相对位置分地内和地外两种情况, 因此依据 R 和 L 的夹角对观测几何进行分类讨论.

当 $R \cdot L < 0$ 时, 即图 2 所示, 此时观测目标的所在位置有 A, B, C 三种情况:

(1) 当 $|r| < \sqrt{R^2 - (L \cdot R)^2}$ 时, 即观测目标距日心的最大距离小于观测路径距离日心的垂直距离, 这显然是不可能的, 因此直接剔除此类情况;

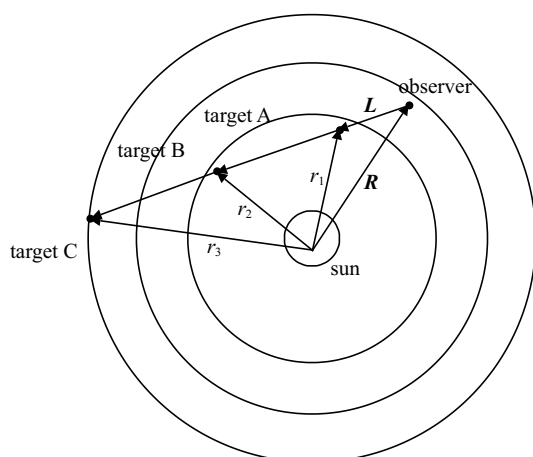
(2) 当 $|r| > |R|$ 时, 即小行星的轨道高于地球, 处于位置 C;

(3) 其他, 此时目标位置有两种可能 A 或 B, 无法根据已有条件确定其具体位置, 需分别计算. 但这一计算非常容易, 不会造成过多负担.

当 $R \cdot L > 0$ 时, 即图 3 所示, 有 2 种情况.

(1) $|r| < |R|$ 时, 目标轨道低于地球, 但考虑到 R 和 L 的夹角, 此情况不可能发生;

(2) 其他, 此时目标只可能位于 A, 即轨道在地球之上.

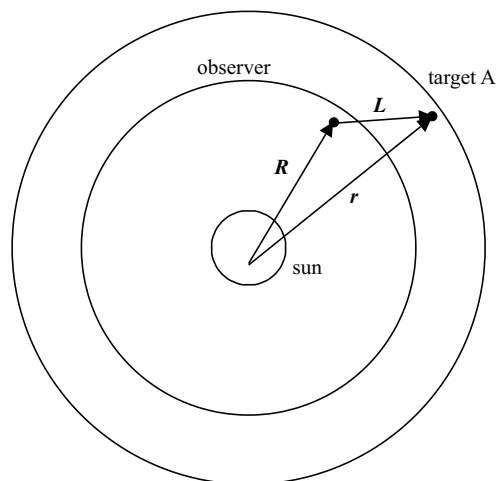
图 2 $R \cdot L < 0$ 时地球与小行星的位置Fig. 2 The locations of Earth and asteroid when $R \cdot L < 0$

基于上述分析,则可得式(1).当目标位于图2位置B、C,及图3位置A时,式中取“+”,其他情况取“-”,则任意一对观测时刻 (t_k, t_j) 且 $t_k > t_j$,可得对应的 (r_k, r_j) 、 (f_k, f_j) ,此时有适值函数

$$\Delta_{jk} = f_k - f_j - \cos^{-1} \left(\frac{r_k \cdot r_j}{r_k r_j} \right),$$

$$F(x_i) = F((a, e, M)_i) = \left(\frac{2}{N(N-1)} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (\Delta_{jk})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

可以看出,适值越小表示个体越优.

图 3 $R \cdot L > 0$ 时地球与小行星的位置Fig. 3 Locations of Earth and asteroid when $R \cdot L > 0$

3.4 (i, Ω, ω) 的求解

通过以上计算已可得 t_0 的 (a, e, M_0) ,从而得到每个观测时刻的位置矢量 r_i ,从而可得 (i, Ω, ω) ,考虑到计算精度,可由每对 (r_i, r_j) 得到的 (i, Ω, ω) 取多组结果的中值作为最后结果.

4 数值试验

基于DE算法采用MATLAB编写程序,算法参数选择 $NP = 300$, $S = 1.0$, $CR = 0.9$,变异方法选择DE/rand/1,最大迭代次数 $G = 200$,连续迭代次数 $C = 30$ 最优适值的相对变化小于 10^{-12} 则提前结束计算.考虑到近地小行星,令值域选择范围为 $a \in [0.8, 4.0]$, $M \in [0, 2\pi]$.

选取三组偏心率不同的轨道,分别计算其轨道根数,并传统的Laplace方法进行比较.表1给出了实测数据与模拟数据的定轨结果,模拟数据基于其观测数据的初始时刻、观测时刻和测站数据生成,同时保留了观测的几何构型,其中POD代表已获得的轨道根数,作为参考标准.

表 1 小行星实测数据与模拟数据定轨结果

Table 1 The results of orbit determination with measured data and simulated data

		a/AU	e	$M/(^{\circ})$	Fitness($''$)
Measured Data					
2001 FR85	POD	0.984 503	0.031 113	133.346 404	
	Laplace	0.995 914	0.020 222	113.348 185	
	DE	1.017 569	0.018 538	51.355 262	
2006 SV189	POD	1.910 483	0.322 444	327.572 296	
	Laplace	1.210 928	0.483 620	42.871 209	
	DE	1.196 976	0.390 417	53.232 234	
2019 UJ10	POD	3.224 325	0.604 047	341.973 334	
	Laplace	—	—	—	
	DE	1.534 307	0.602 229	50.961 877	
Simulated Data					
2001 FR85	POD	0.984 503	0.031 113	133.346 404	
	Laplace	0.984 503	0.031 113	133.346 500	
	DE	0.986 985	0.030 011	130.888 285	
2006 SV189	POD	1.910 483	0.322 444	327.572 296	
	Laplace	1.910 547	0.322 472	327.573 488	
	DE	2.082 770	0.315 995	331.524 987	
2019 UJ10	POD	3.224 325	0.604 047	341.973 334	
	Laplace	3.226 270	0.604 316	341.993 750	
	DE	3.397 868	0.620 189	342.473 476	

可以看出,模拟数据下两种方法都可得到初轨结果,Laplace方法更接近准确值.采用实测数据时,当偏心率较小,DE算法的结果偏差稍大,当偏心率逐渐增大时,Laplace方法的结果偏离程度增大,至 $e > 0.6$

时,已得不到有效结果,而 DE 算法虽然出现偏差,依然可以得到有效解为后续工作提供轨道范围的参考信息.另一方面,Laplace 方法只能由单一解判断轨道信息,当计算出现困难时,得到的结果完全无效,无法指导后续工作.而进化算法的结果并不仅仅是单一的解,有效范围内的解都是有效的,可根据多组解的分布判断结果的有效性,并提示其存在范围.对于大偏心率极短弧轨道,DE 算法的适用性更广.

极短弧定轨问题本身存在困难,当偏心率增大时变得更为复杂,稀疏数据中的误差也可能对计算带来很大影响,因此,为了重点关注算法的计算规律,采用模拟数据对问题进行简化,主要探讨 DE 算法在极短弧下解的特征.增加不同偏心率的小行星进行比较,选取 MPC 中小行星共 9 组,已经确定的轨道如表 2,偏心率覆盖 $[0, 0.7]$ 的范围,每组数据的时间跨度为 1-3 天,数据点不足 10 个.

表 2 小行星轨道根数
Table 2 Orbital elements of asteroids

Astroids	a/AU	e	$i/(^{\circ})$	$\Omega/(^{\circ})$	$\omega/(^{\circ})$	$M/(^{\circ})$
2011 AA37	1.095 827	0.017 100	3.817 45	275.927 77	128.532 85	82.740 392 0
2003 YN107	1.003 992	0.027 646	4.416 96	269.672 98	123.627 11	56.500 390 0
2001 FR85	0.984 503	0.031 113	5.319 03	184.116 62	231.569 73	133.346 404 9
2011 FS2	1.079 097	0.114 917	13.957 02	180.371 32	76.447 69	299.779 411 5
2018 XB5	1.412 314	0.310 591	25.881 03	263.091 90	151.367 84	22.001 488 2
2006 SV189	1.910 483	0.322 444	16.230 0	4.362 93	60.644 82	327.572 296 4
2011 HT	1.926 796	0.450 236	7.105 66	90.135 39	163.553 17	351.861 340 6
2000 BO28	1.619 994	0.562 540	5.823 93	320.384 40	301.961 48	303.150 690 5
2019 UJ10	3.224 325	0.604 047	12.516 05	90.007 79	3.940 12	341.973 334 2

图 4 给出了小行星 2001 FR85 在一次完整计算过程中轨道半长径 a 和适值的变化. 其中 $e \in [0.0, 0.3]$, $NP = 300$. 可以看出 DE 算法的效率很高,收敛速度很快.

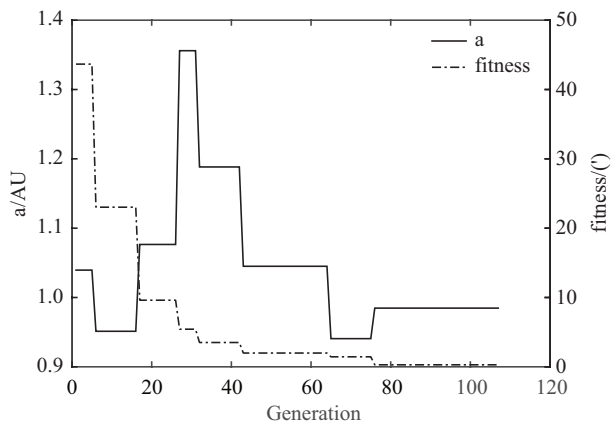


图 4 半长径 a 和适值 F 的收敛过程

Fig. 4 The convergence process of the semi-major and fitness value

考虑到大偏心率定轨相较近圆轨道更为复杂,不易求解,试验时偏心率 e 的取值范围不直接扩大到 $[0, 1]$,而是对 9 组数据进行分类计算: 当

$e \in [0.0, 0.3]$ 时,值域选择范围为 $e \in [0.0, 0.3]$; 当 $e \in [0.3, 0.6]$ 时,值域选择范围为 $e \in [0.3, 0.6]$; 当 $e \in [0.6, 1)$ 时,值域选择范围为 $e \in [0.6, 0.9]$. 为避免随机数对结果的影响,采用不同随机数对每组数据重复计算 300 次. 计算发现,与在空间碎片的计算结果不同,优化结果的适值差异明显,并不像近圆轨道的解那样彼此接近,因此适值的差异性同样需要关注. 表 3 列出了 2001 FR85, 2006 SV189, 2019 UJ10 各自适值最小的前 5 组优选结果. 算法虽然不同于空间碎片近圆轨道下可以迅速准确找到轨道信息的表现,但从适值大小分析,真实解在适值上仍具有较为明显的优势,且小偏心率的适值优势比大偏心率更加突出. 仅依靠 1-3 天的观测数据,得到的最优解与 MPC 中给的轨道根数基本一致.

图 5 给出了 9 条轨道的 (a, e) 概率密度分布图,图中颜色越浅表示聚集度越高. 可以看到,当偏心率较小 ($e < 0.1$) 时,最优解主要集中分布在真实轨道附近,且与适值最小的结果相吻合,DE 算法可以得到有效的结果. 而当偏心率逐渐增大 ($e > 0.3$) 时,求得解的分布区域发生偏离,或出现多个分布区域,且

表 3 各组小行星轨道根数

Table 3 Orbital Elements of Different Asteroid

a/AU	e	$M/(^{\circ})$	Fitness/ $(^{\circ})$
2001 FR85			
0.986 985	0.030 011	130.888 285	0.181 778
0.984 318	0.030 567	133.393 316	0.475 931
0.990 014	0.027 876	127.321 475	0.515 531
1.006 797	0.025 788	102.020 195	0.548 881
0.986 895	0.029 784	130.890 601	0.558 875
2006 SV189			
2.082 770	0.315 995	331.524 987	0.037 715
2.010 468	0.302 787	330.246 984	0.039 878
2.229 032	0.441 947	333.641 082	0.042 658
1.862 698	0.362 860	327.127 992	0.046 913
2.377 135	0.506 021	336.745 957	0.048 914
2019 UJ10			
3.397 868	0.620 189	342.473 476	0.051 316
2.262 050	0.873 037	216.492 927	0.080 805
2.825 896	0.866 400	279.269 031	0.080 884
3.345 057	0.876 144	302.300 839	0.081 220
2.253 552	0.872 341	215.462 254	0.081 269

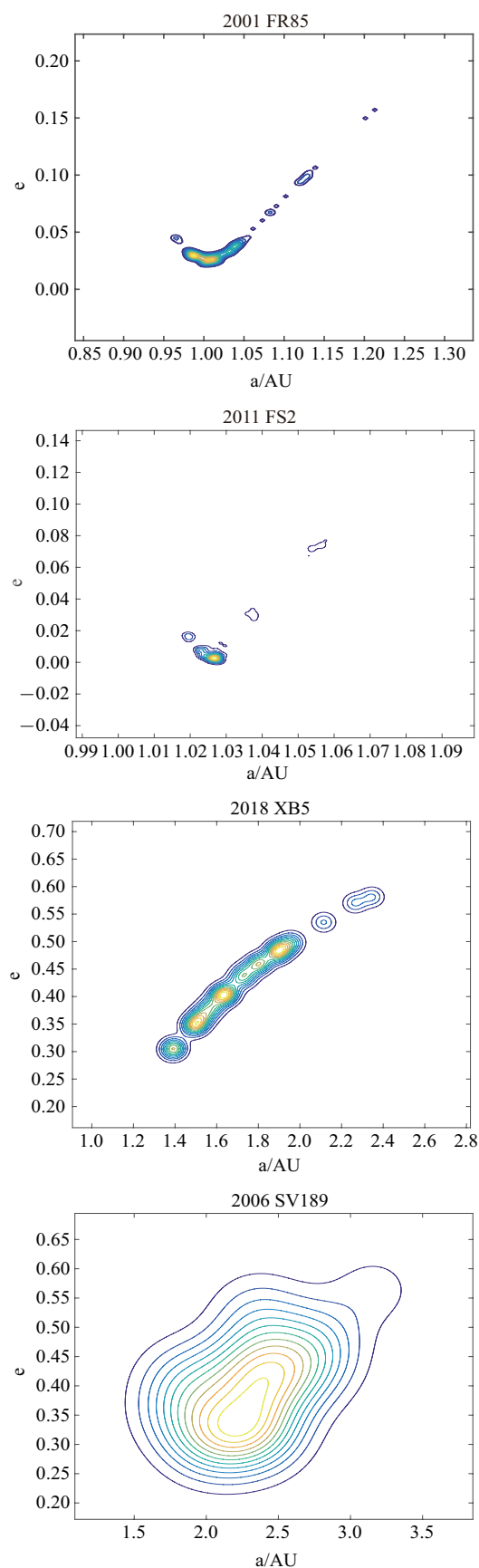
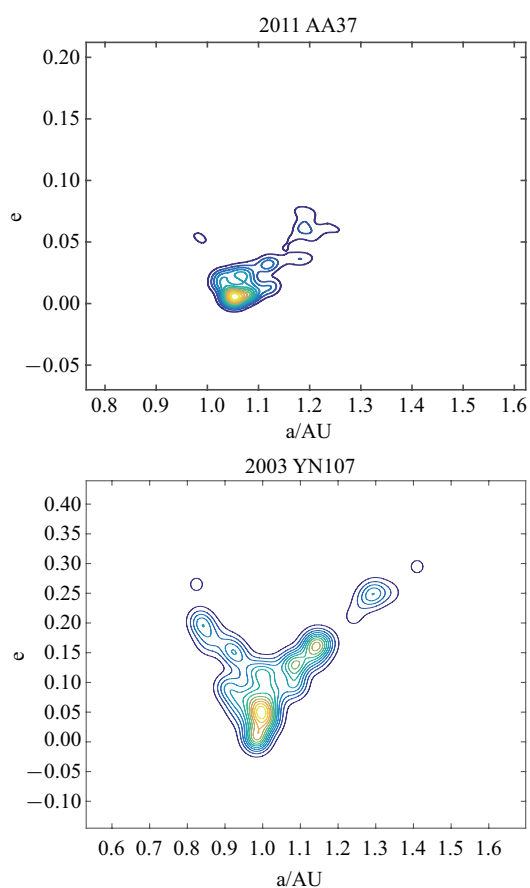


图 5 概率密度分布图

Fig. 5 Probability Density

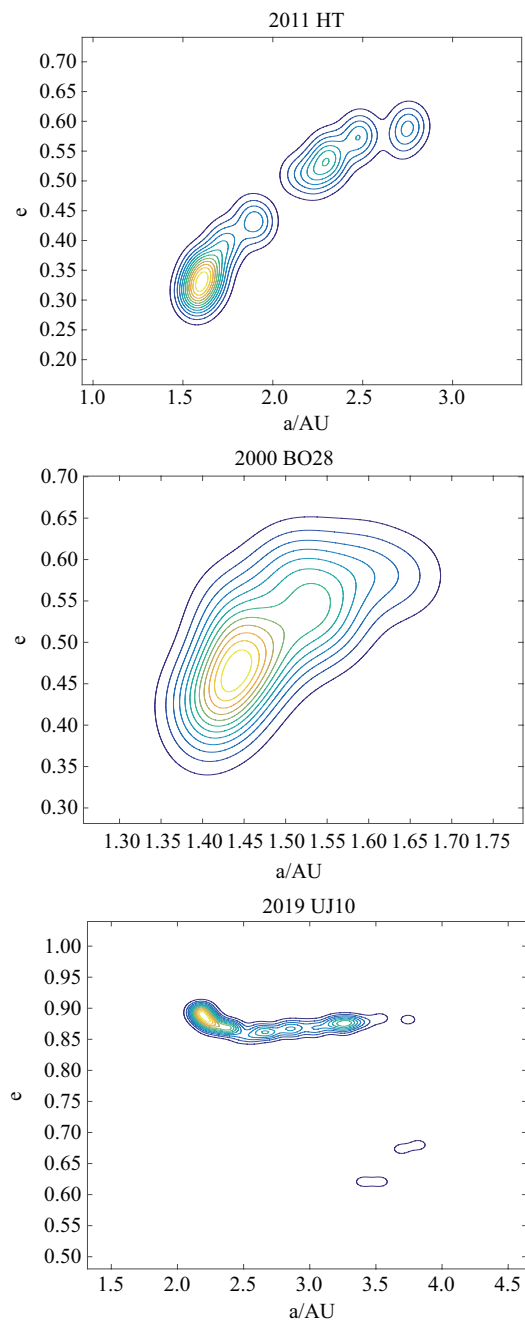


图 5 概率密度分布图 (续)

Fig. 5 Probability Density (continued)

分布最集中的区域也并不是真实解的所在区域, 分布不再明显集中于真实轨道附近. 2018 XB5 和 2011 HT 有多个分布聚集的区域, 真实解包含在其中的某个区域但不是聚集度最有优势的区域. 虽然 DE 算法搜索到了真解, 但它在获得的多个解中并没有明显优势, 个体分布较少. 小偏心率的轨道更为稳定从而更易被搜索得到解, 而当偏心率增大时, 进化过程对观测数据的敏感性可能产生变化.

因此, 对于小偏心率轨道, 算法易于直接寻找到

最优解, 而对于大偏心率轨道, 需结合分布密度和解的适值进行选择, 偏心率的增大使轨道更为复杂, 也导致算法在搜寻最优解的灵敏度上有所下降, 在搜寻过程中容易发生最优解搜寻方向的偏离, 虽然可以找到适值最优的解, 但数量较少, 适值不具有优势的解会被大量搜索到, 真实解的小范围内的聚集现象, 在整体分布上没有明显优势.

2011 FS2 仅包含半天的观测数据, 而 2019 UJ10 偏心率较大, 其在概率密度分布图上的聚集更加难以显现. 因此将搜索的解空间进行缩小, 提高算法的灵敏度, 再次进行试验. 表 4 中列出了 2011 FS2 分别在 $e \in [0.0, 0.3]$ 和 $e \in [0.1, 0.2]$ 内搜寻的结果, 均为适值最小的 5 个解. 可以看到随着搜索区间的缩小, 搜索效率得到提高, 最优解的存在被凸显出来. 将 2019 UJ10 的搜索空间缩小至 $e \in [0.6, 0.7]$ 得到了图 6 的概率密度分布图. 可知, 虽然仍有另一个干扰解的存

表 4 小行星 2011 FS2 轨道根数

Table 4 Orbital Elements of 2011 FS2

a/AU	e	$M/(\text{^\circ})$	Fitness/ ('')
$e \in [0.0, 0.3]$			
1.027 265	0.004 585	258.835 833	0.017 129
1.057 837	0.076 810	295.051 426	0.021 945
1.033 584	0.021 779	284.625 207	0.022 782
1.052 979	0.067 073	293.707 137	0.023 763
1.026 038	0.002 329	162.882 101	0.024 745
$e \in [0.1, 0.2]$			
1.080 318	0.117 711	299.989 662	0.011 945
1.086 512	0.127 705	301.139 081	0.016 160
1.082 233	0.121 021	300.353 267	0.016 728
1.111 677	0.164 917	305.239 106	0.020 154
1.112 930	0.167 321	305.441 476	0.022 636

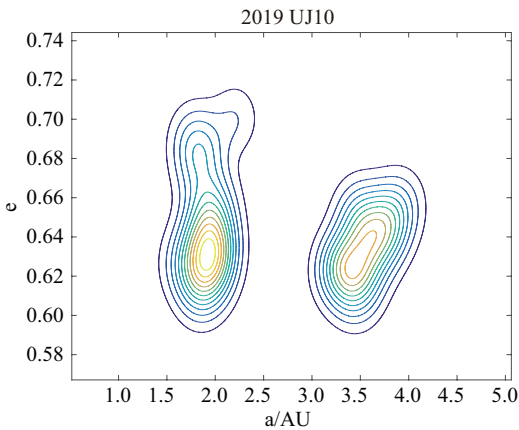


图 6 $e \in [0.6, 0.7]$ 概率密度分布图

Fig. 6 Probability density of $e \in [0.6, 0.7]$

在,但算法明显搜索到真实解的存在区域,并且在此范围内呈现聚集状.因此算法在计算大偏心率及过短弧段的轨道时,搜索空间中真实解是存在的,只是在大范围搜索中不易搜到,聚集分布不明显.计算时可以通过将区间进行约束划分,分段计算最优解,来提高算法的灵敏度及搜索能力,提升聚集程度,同时,结果需结合解的分布聚集区域和适值最优的个体考虑.

不同类型轨道受误差的影响不同,对多组模拟数据加入随机观测误差在DE算法下进行比较.表5给出了分别加入 $0.1''$ 、 $0.2''$ 误差的2001 FR85,

表5 加入误差的定轨结果

Table 5 The results of orbit determination with error			
a/AU	e	$M/(^\circ)$	Fitness/ $(''$)
2001FR85 $0.1''$			
0.999 619	0.019 654	107.957 672	0.041 248
1.002 358	0.017 911	99.1877 84	0.045 113
0.988 085	0.030 174	129.770 443	0.127 206
1.132 064	0.111 704	357.291 704	0.131 164
0.935 180	0.084 773	152.628 119	0.135 407
2001FR85 $0.2''$			
0.978 638	0.037 070	138.512 470	0.022 375
0.995 247	0.021 935	117.245 573	0.030 564
1.098 669	0.085 014	359.416 225	0.068 457
1.007 197	0.016 404	81.631 699	0.078 731
1.070 656	0.060 428	3.716 294	0.085 410
2006 SV189 $0.1''$			
1.944 146	0.323 988	328.258 906	0.022 012
1.841 636	0.326 713	326.207 099	0.036 506
2.044 408	0.336 463	330.171 249	0.037 213
1.953 433	0.413 790	329.787 036	0.040 055
2.354 393	0.431 933	334.921 945	0.042 248
2006 SV189 $0.2''$			
2.485 266	0.515 720	337.823 844	0.045 720
2.258 492	0.462 591	334.452 402	0.052 731
1.704 182	0.342 562	324.050 662	0.052 974
1.730 160	0.314 588	323.892 115	0.059 503
2.685 304	0.372 031	342.314 194	0.064 788
2019 UJ10 $0.1''$			
3.356 890	0.621 594	343.288 181	0.052 986
2.468 214	0.868 742	247.505 268	0.054 670
2.278 942	0.874 385	218.089 595	0.058 740
2.333 013	0.852 230	238.272 460	0.059 685
3.248 946	0.872 978	299.276 790	0.061 447
2019 UJ10 $0.2''$			
3.966 946	0.885 872	318.246 089	0.036 671
3.544 484	0.622 052	339.782 510	0.042 862
2.157 960	0.860 626	201.924 056	0.051 058
2.431 080	0.841 721	253.152 155	0.065 566
2.729 538	0.755 464	37.511 735	0.067 517

2006SV189 和 2019UJ10 的定轨结果. 可以看到在 $0.1''$ 的误差下, 仍可得到有效的定轨结果. 当误差扩大到 $0.2''$ 时, 解的分布仍涵盖真实解, 可提示轨道信息的参考范围, 但随着偏心率增大, 受误差影响也增大了, 大偏心率的轨道定轨结果会受到明显影响. 图7给出了约束解空间后加入 $0.2''$ 误差的2011 FS2的概率密度分布图, 星号表示真实解所在位置, 在加入误差后解的分布仍覆盖真实解.

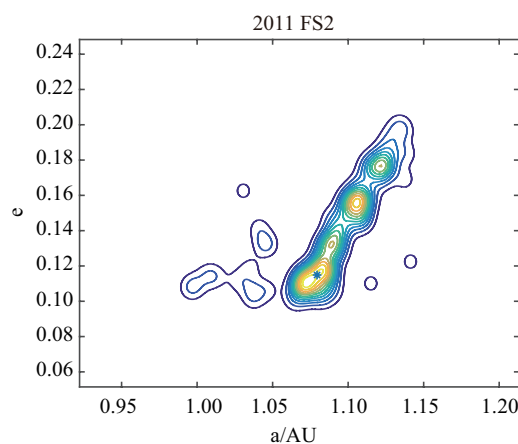


图7 加入 $0.2''$ 误差2011 FS2的概率密度分布图

Fig. 7 Probability Density of 2011 FS2 with $0.2''$ error

5 结论

极短弧定轨问题采用经典方法存在很大困难,甚至无法得到有效解,包括DE算法在内的进化算法将这一反问题正向处理,避免了经典方法固有的病态性,并且DE算法参数较少,操作简便,易于实现.进化算法计算框架基本一致,只是进化机制和侧重不同,对于不同需求的问题改用不同进化算法时操作更为便捷,如EDA方法更注重整体搜索,DE算法更注重局部搜索,换用不同进化算法时计算框架可保持不变.

根据进化算法的特点,将其应用于近地小行星的极短弧定轨进行探索.对于小偏心率轨道,DE算法利用少于3天的少量数据得到的轨道信息与利用多天多站定轨下的信息一致,可为后续工作提供可参考的信息.对于复杂的大偏心率轨道和弧段更短的轨道,进化算法的表现不如小偏心率轨道下良好,搜索灵敏度降低,不易搜索到最优解,仅在局部有向最优解聚集的现象.因此,需要缩小搜索空间提高算法灵敏度,并结合分布区域和适值最优进行讨论.加入误

差后, 较小的误差对定轨结果影响较小, 随着误差增大, 尽管适值最优解受到干扰, 尤其大偏心率轨道的定轨受影响较大, 解的分布仍涵盖真实解所在区域。

小行星轨道较为多样, 大偏心率轨道数量较多, 并且实际观测中观测位置不同、与地球的相对位置不同, 也会对算法产生影响, 尤其对于极短弧定轨问题, 数据量较少, 观测数据差异和误差的影响更不可忽视。在模拟数据的研究基础上, 未来需对观测位置和时刻做进一步研究, 在不同情况下分类计算, 提高算法在大偏心率下的搜索效率, 完善进化算法在小行星极短弧定轨方面的应用。

参 考 文 献

- Schulte P, Alegret L, Arenillas I, et al. The chixulub asteroid impact and mass extinction at the cretaceous-paleogene boundary. *Science*, 2010, 327: 1214-1218
- Proud SR. Reconstructing the orbit of the Chelyabinsk meteor using satellite observations. *Geophysical Research Letters*, 2013, 40(13): 3351-3355
- Marcos CDLF, Marcos RDLF. The Chelyabinsk superbolide: a fragment of asteroid 2011 EO40? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, 436(1): 15-19
- Yeomans D, Chodas P, Chesley S. Possibility of an Earth Impact in 2029 Ruled Out for Asteroid 2004 MN4, NASA's Near Earth Object Program Office
- 党雷宁, 柳森, 白智勇等. 小行星进入与撞击效应评估模型敏感性研究. *力学学报*, 2021, 53(1): 278-292 (Dang Leining, Liu Sen, Bai Zhiyong, et al. Shi Yilei. Sensitivity research on models of Earth entry and impact effects by asteroids. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(1): 278-292 (in Chinese))
- Cheng AF, Michel P, Jutzi M, et al. Asteroid impact & deflection assessment mission: Kinetic impactor. *Planetary and Space Science*, 2016, 121: 27-35
- Chambers KC, Magnier EA, Metcalfe N, et al. The Pan-STARRS1 Surveys, astro-ph.IM, 2016, arXiv: 1612.05560
- Mikael GA, Robert J. Debaised orbit and absolute-magnitude distributions for near-Earth objects. *Icarus*, 2018, 312(15): 181-207
- Mainzer A, Bauer J, Grav T, et al. The population of tiny near-earth objects by NEOWISE. *The Astrophysical Journal*, 2014, 784: 110-116
- Grav T, Mainzer AK, Spahr T, et al. Modeling the performance of the lsst in surveying the near-earth object population. *Astronomical Journal*, 2016, 151(6): 172-178
- Mainzer A, Grav T, Bauer J, et al. Survey simulations of a new near-earth asteroid detection system. *Astronomical Journal*, 2015, 149(5): 172-189
- Milani A, Gronchi GF, Vitturi MD, et al. Orbit determination with very short arcs. I admissible regions. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2004, 90(1): 57-85
- Milani A, Gronchi GF, Knežević Z, et al. Orbit determination with very short arcs. II Identifications. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2005, 179(2): 350-374
- 贾沛璋, 吴连大. 论初轨计算的最佳精度及二重解. *天文学报*, 1998, 39(4): 337-343 (Jia Peizhang, Wu Lianda. On the optimal accuracy and double solution in the calculation of initial orbits. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 1999, 23(3): 384-389 (in Chinese))
- 刘林. 航天器轨道理论. 北京: 国防工业出版社, 2000 (Liu Lin. Orbit Theory of Spacecraft. Beijing: National Defense Industry Press, 2000 (in Chinese))
- 吴连大, 贾沛璋. 初轨计算中的病态分析. *天文学报*, 1997, 38(3): 288-296 (Wu Lianda, Jia Peizhang. An analysis of the ill-condition in initial orbit determination. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 1997, 38(3): 288-296 (in Chinese))
- Tommei G, Milani A, Rossi A. Orbit determination of space debris: admissible regions. *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, 2007, 97(4): 289-304
- Ansalone L, Curti F. A genetic algorithm for initial orbit determination from a too short arc optical observation. *Advances in Space Research*, 2013, 52: 477-489
- 王志胜, 周军, 王道波等. 基于角度量观测的卫星初轨计算技术研究. *弹箭与制导学报*, 2002, 22(4): 190-193 (Wang Zhisheng, Zhou Jun, Wang Daobo, et al. A study on initial orbit determination for satellites based on angle measurements. *Journal of Projectiles Rockets, Missiles and Guidance*, 2002, 22(4): 190-193 (in Chinese))
- 刘磊, 郝晓宁, 戎志鹏等. 一种稀疏测向数据下的天基初轨确定模型及其算法. *宇航学报*, 2009, 30(3): 870-876 (Liu L, Xi XN, Rong ZP, et al. An method and corresponding arithmetic of initial orbit determination based on sparse space-based angle measurements. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(3): 870-876 (in Chinese))
- 李鑫冉, 王歆. 基于遗传算法的极短弧定轨. *天文学报*, 2016, 57(1): 66-77 (Li Xinran, Wang Xin. Genetic algorithm for initial orbit determination with too short arc. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 2016, 57(1): 66-77 (in Chinese))
- 李鑫冉, 王歆. 基于遗传算法的极短弧定轨 (续). *天文学报*, 2016, 57(2): 181-187 (Li Xinran, Wang Xin. Genetic algorithm for initial orbit determination with too short arc (Continued). *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 2016, 57(2): 181-187 (in Chinese))
- 谢晨月, 袁泽龙, 王建春等. 基于人工神经网络的湍流大涡模拟方法. *力学学报*, 2021, 53(1): 1-16 (Xie Chenyue, Yuan Zelong, Wang Jianchun, et al. Artificial neural network-based subgrid-scale models for large-eddy simulation of turbulence. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(1): 1-16 (in Chinese))
- 覃霞, 刘珊珊, 谌亚菁等. 基于遗传算法的弹性地基加肋板肋梁无网格优化分析. *力学学报*, 2020, 52(1): 93-110 (Qin Xia, Liu Shanshan, Shen Yajing, et al. Rib meshless optimization of stiffened plates resting on elastic foundation based on genetic algorithm. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(1): 93-110 (in Chinese))
- De Jong KA. Evolutionary Computation — A Unified Approach. Cambridge: MIT Press, 2006
- Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV. 1995: 1942-1948
- Storn R, Price KV. Differential evolution-A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous Spaces. *Journal of Global Optimization volume*, 1997, 11(4): 341-359
- Rönkkönen J, Kukkonen S, Price KV. Real-parameter optimization with differential evolution. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2005, 1: 506-513
- Liu J, Lampinen J. A fuzzy adaptive differential evolution algorithm. *Soft Computing*, 2005, 9(6): 448-462
- Qin AK, Huang VL, Suganthan PN. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 398-417