流体力学

二维衰减湍流的速度加速度结构函数"

周泽友2)

(清华大学能源与动力工程系燃烧能源中心,北京100084)

摘要 湍流场中二阶速度加速度结构函数 (velocity-acceleration structure function, VASF) 被认为与尺度间能量或 者拟涡能的传递相关,其正负表明传递的方向. 三维湍流中,能量从大尺度向小尺度传递,VASF 为负. 在二维湍 流中,能量反向传递到大尺度,拟涡能正向传递到小尺度,因此理论上 VASF 无论在反向能量级串区还是在正 向拟涡能级串区均为正. 然而,相对于三维湍流中 VASF 的充分研究,二维湍流中 VASF 的正负性迄今尚无实 验或数值模拟数据验证. 本文通过三维二维湍流中普适的公式推导,指出在空间非均匀湍流场中,VASF 除了尺 度间传递,还受到非均匀项的影响. 一种常见的空间非均匀湍流场是在实验研究中常用的风洞或水洞中,湍流发 生装置 (如栅格) 后的湍流. 该流场中,湍流强度随下游位置增大而逐渐衰减,这种衰减则带来空间上的非均匀 性. 本文在基于竖直流动皂膜的二维衰减湍流场中,利用拉格朗日粒子追踪法测得在拟涡能级串区的 VASF, 并分析各部分的影响. 结果表明,虽然尺度间传递项为正值,但由于衰减带来的非均匀项为负值,使得 VASF 的 值为负,使之失去了表征拟涡能传递方向的意义. 因此,在类似风洞、水洞、水槽等衰减流场中对 VASF 的讨论 不应忽略非均匀项. 最后对与 VASF 密切相关的弥散过程进行分析,发现后期弥散过程变慢是由于负的 VASF 导致.

关键词 二维湍流,速度加速度结构函数,衰减湍流,弥散

中图分类号: O354.5 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-20-056

VELOCITY-ACCELERATION STRUCTURE FUNCTION IN TWO-DIMENSIONAL DECAYING TURBULENCE¹⁾

Zhou Zeyou²⁾

(Center for Combustion Energy and Department of Energy and Power Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Second order velocity-acceleration structure function (VASF) is related to energy or enstrophy scale-to-scale transfer both in two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) turbulence, whose sign indicates the transfer direction. In 3D turbulence, energy transfers to smaller scale which results in negative VASF. In 2D turbulence, energy transfers to larger scale and enstrophy transfers to smaller scale, so the VASF are supposed to be positive in both inverse energy cascade range and direct enstrophy cascade range. However, comparing the abundant VASF researches in 3D turbulence, the sign of VASF in 2D turbulence is still lack of identification in neither experiment nor simulation. In this work, we give a general derivation which points out that apart from the scale-transfer term, the inhomogeneous term will also affect the VASF in spatial inhomogeneous turbulence. A commonly-used spatial inhomogeneous turbulence is that the turbulence below the turbulence generating device (such as comb) in wind tunnel or water tunnel. As flowing downstream, the

1) 清华大学资金资助.

2) 周泽友,博士研究生,主要研究方向:二维湍流,拉格朗日粒子追踪法. E-mail: zeyouzhou@163.com

引用格式:周泽友.二维衰减湍流的速度加速度结构函数.力学学报,2020,52(4):1035-1044

Zhou Zeyou. Velocity-acceleration structure function in two-dimensional decaying turbulence. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(4): 1035-1044

²⁰²⁰⁻⁰²⁻²⁶ 收稿, 2020-05-20 录用, 2020-05-21 网络版发表.

1036

turbulence intensity will decay, which brings the spatial inhomogeneity. We built a 2D decaying setup based on vertical soap-film flow, and performed particle tracking to measure VASF and its two components. Results show that the scale-transfer term is positive, but the inhomogeneous term is negative and dominates the VASF. As a result, the VASF is negative and lose its significance to identify the enstrophy transfers direction. Thus in similarly decaying turbulence, such as wind tunnel, water tunnel, sink et al., we shouldn't ignore the inhomogeneous term anymore. Finally, we discuss the dispersion process and find the slower dispersion is owing to the negative VASF.

Key words two-dimensional turbulence, velocity-acceleration structure function, decaying turbulence, dispersion

引 言

在人们生活的三维世界中,从咖啡的溶解到威 力巨大的台风,湍流现象是随处可见的.而在一些自 然界与工程应用的三维流动中,由于边界尺寸限制 或者外力的作用,其中一个维度上的运动被抑制,流 动呈现出近似二维流动的特征.例如大气与海洋中 的大尺度流动——由于地球半径约为 6400 km,而大 气层和海洋的厚度仅为 10 km 左右,因此台风等的大 尺度运动往往可以被看作二维流动.无论是三维湍流 还是二维湍流,湍流场都是一个耗散系统.流场中的 湍动能 *u*²/2 会不断被耗散,并需要不断的能量补充 来维持稳定的流场.在局部均匀湍流场中,欧拉场的 二阶混合速度加速度结构函数 (velocity-acceleration structure function, VASF),表示两个粒子间相对湍动 能的变化速率,与尺度间的能量传递率相关^[1-4]

$$\langle \delta \boldsymbol{u} \cdot \delta \boldsymbol{a} \rangle_{R_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left\langle \frac{1}{2} \delta u^2 \right\rangle_{R_0} = -2\varepsilon$$
 (1)

其中, δu 和 δa 为两个粒子间的相对速度和相对加速度, $\langle \cdot \rangle$ 代表系综平均,下标 R_0 表示是对相对距离 R_0 在惯性区的粒子对进行条件统计; ε 为湍流场的能量传递速率,其符号表示能量传递的方向^[4].当能量从大尺度传到小尺度, $\varepsilon > 0$;当能量从小尺度传到大尺度, $\varepsilon < 0$.

在三维湍流中,能量从大尺度向小尺度传递形成正向的能量级串^[5],能量耗散率 $\varepsilon > 0, \langle \delta u \cdot \delta a \rangle < 0$,并且两者之间的常系数"-2"也在实验中得到验证^[6].自然地,人们将式(1)推广到二维湍流的能量惯性区.在二维湍流中,涡量拉伸(vortex stretching)不复存在,湍动能的小尺度黏性耗散几乎为零,此时大尺度的摩擦耗散起到主导作用.湍动能将从能量注入尺度 L_F 向更大的摩擦耗散尺度 L_α 传递,形成反向的能量级串^[7-9].此时 $\varepsilon < 0$,这一点已经在能谱^[10],三阶结构函数^[11],尺度间的能量传递^[12]等

方面都得到了证实. 但 $\langle \delta u \cdot \delta a \rangle > 0$ 则有待进一步的 验证.

二维湍流除了能量的反向传递,另一个重要物理过程是拟涡能(enstrophy,又称为涡量拟能) $\omega^2/2$ 的正向传递,其中 ω 为涡量.外力在作用尺度 L_F 以速率 β 注入拟涡能,其不断往小尺度传递,最终在黏性作用尺度 η 下被黏性耗散掉.当初始距离在反向能量级串区($L_F \ll R_0 \ll L_\alpha$),式(1)是成立的.当初始距离在正向拟涡能级串区($\eta \ll R_0 \ll L_F$),拟涡能传递率 β 起主导.量纲分析可得

$$\langle \delta \boldsymbol{u} \cdot \delta \boldsymbol{a} \rangle_{R_0} \sim \beta R_0^2 \tag{2}$$

其中, R₀ 为两个粒子的相对距离, 正的β代表拟涡 能从大尺度往小尺度进行传递, 上式左右两边存在 待定的常系数.式(2)只在均匀流场中成立, 但实际 中的许多湍流场是衰减的. 也即拟涡能只在初始时 刻或者初始位置上注入, 随后注入源消失. 例如海洋 上形成的强台风, 在登陆后由于耗散作用其气旋强 度会逐渐降低.

本文将对二维湍流的 VASF 进行研究,并重点 考察衰减对 VASF 的影响.在第1节推导二维湍流场 中正向级串区和反向级串区的 VASF 理论公式,发 现除了式(1)或式(2)代表的能量或拟涡能在尺度间 的传递项外,还存在衰减带来的非均匀项.两者一正 一负,呈现竞争关系.第2节介绍基于皂膜的二维衰 减湍流的实验装置.为了获取速度,特别是加速度, 以及粒子位置随时间的演化信息,本文采用拉格朗 日粒子追踪法对流场进行测量.并实现了在每一步 时间匹配推进上,复杂度从 N²到 N log₂ N 的算法优 化.第3节对 VASF 在正向拟涡能级串区的测量结 果进行讨论.实验发现尺度间拟涡能传递项是正的, 但非均匀项为负的,并且占主导作用.因此在二维衰 减湍流中 VASF 甚至可能会小于 0,其符号也失去了 表征涡量拟能传递方向的意义.第4节对与 VASF 密 切相关的弥散过程进行讨论,通过负的 VASF 解释 了弥散过程后期变慢现象.最后一节对本文工作进 行总结.

1 理论

对于二维流场中的任意时刻上的任意两 点 (**x**, t)和(**x**', t'),这里以及下文中的上标 '表示另 一个点的信息.这两点距离为**r** = **x** - **x**',中间位置 为**X** = (**x** + **x**')/2.时间间隔为 τ = t - t',平均时间 为**T** = (t + t')/2. 两点的速度为 $u_i(x,t)$ 和 $u'_i(x',t')$, 加速度分别为 $a_i(x,t) = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ 和 $a'_i(x',t') = \frac{\partial u'_i}{\partial t'} + u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x'_k}$.那么速度和加速度的混合结构函数为

$$\delta u_j \delta a_i = (u_j - u'_j) \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u'_i}{\partial t'} - u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x'_k} \right) \quad (3)$$

其中相对加速度中的相对对流项为

$$u_{k}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} - u_{k}'\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}'} = \frac{u_{k} + u_{k}'}{2}\frac{\partial (u_{i} - u_{i}')}{\partial X_{k}} + (u_{k} - u_{k}')\frac{\partial (u_{i} - u_{i}')}{\partial r_{k}}$$
(4)

上式中用到了空间坐标自变量 (x, x') 与 (X, r) 的相 互转化^[13]

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{X}} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}, \quad \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}'} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{X}} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{X}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}'}, \quad \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}'} \right)$$
(5)

同理可以得到相对加速度中的非稳态项为

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial u'_i}{\partial t'} = \frac{\partial (u_i + u'_i)}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial (u_i - u'_i)}{\partial T} = \frac{\partial (u_i - u'_i)}{\partial T}$$
(6)

将式 (4) 和式 (6) 代入到式 (3), 取其缩并, 系综平均 得到

$$\langle \delta u_i \delta a_i \rangle = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial D_{ii}}{\partial T}}_{\text{unsteady}} + \underbrace{\frac{U_k}{2} \frac{\partial D_{ii}}{\partial X_k}}_{\text{inhomogeneous}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial D_{iik}}{\partial r_k}}_{\text{scaletransfer}}$$
(7)

其中, U = (u + u')/2 是流场的平均速度, $D_{ii} = \langle \delta u_i \delta u_i \rangle$ 和 $D_{iik} = \langle \delta u_i \delta u_i \delta u_i \rangle$ 分别为二阶和三阶的欧 拉速度结构函数. 上式的推导是一个通用的表达 式, 并未用到任何假设. VASF 虽然是绝对坐标 X 和 相对距离 r 的多元函数, 但是这两个自变量之间没 有显著耦合 (即使 D_{ii}, D_{iik} 是这两个自变量的二元函 数),这为实验数据的分析带来了极大的便利.可以 看到 〈δu_iδa_i〉由3部分组成.第1项为时间的非稳态 项,在稳态流场中为0.第2项是非均匀项,在局部 均匀流场中结构函数 D_{ii}只是相对距离r的函数, 对当地绝对位置 X 微分为0.因此在稳态局部均匀 流场中,只剩下第3项.同三阶速度结构函数物理 含义一样,该项代表能量或拟涡能在尺度间的传递. 第3项在任意流场中是没有普适表达式的.为进一 步对该项进行分析,本文讨论该项在不可压均匀各 向同性湍流的条件下的表达式.参考三维湍流中相 关推导^[14-16],本文得到二维和三维湍流中该项的通 用表达式

$$\frac{\partial D_{iik}}{\partial r_k} = \frac{\partial D_{iiL}}{\partial r} + \frac{(d-1)D_{iiL}}{r} = \frac{1}{3} \left[r \frac{\partial^2 D_{LLL}}{\partial r^2} + (2d+1) \frac{\partial D_{LLL}}{\partial r} + (d^2-1) \frac{D_{LLL}}{r} \right]$$
(8)

其中, d 代表维数, 在二维湍流中 d = 2, 在三维湍流中 d = 3. $D_{iiL} = \langle \delta u_i \delta u_i \delta u_i \delta u_i \delta u_i \delta u_i \delta u_k r_k / |\mathbf{r}| \rangle$, 下标 L 表示相对速度在相对距离径向方向 $r_k / |\mathbf{r}|$ 的投影. 进一步的, $D_{LLL} = \langle \delta u_L \delta u_L \delta u_L \rangle$ 为三阶径向速度结构函数, 在能量和拟涡能惯性区分别为^[16-17]

$$D_{LLL} = \begin{cases} -\frac{12}{d(d+2)}\varepsilon r & \text{(energy range in 2D/3D)} \\ \frac{1}{8}\beta r^3 & \text{(enstrophy range in 2D)} \end{cases}$$
(9)

将式 (9) 代入式 (8),得到 VASF 中的能量/拟涡能在 尺度间传递项的表达式

$$\frac{1}{2} \frac{\partial D_{iik}}{\partial r_k} = \begin{cases} -2\varepsilon < 0 & (3\text{D energy range}) \\ -2\varepsilon > 0 & (2\text{D energy range}) \\ \beta r^2/2 > 0 & (2\text{D enstrophy range}) \end{cases}$$
(10)

式中, $\varepsilon > 0, \beta > 0$ 代表着能量和拟涡能分别从大尺 度传向小尺度.在三维均匀各向同性湍流中,能量往 小尺度传递, $\langle \delta u_i \delta a_i \rangle = -2\varepsilon < 0$.而在二维均匀各向 同性湍流中,能量往大尺度传递,拟涡能往小尺度传 递,所以两个惯性区间 $\langle \delta u_i \delta a_i \rangle > 0$ 皆成立^[18-19].

本文从相对速度和相对加速度的定义出发, 重现了在均匀各向同性湍流中式(1)和式(2)的 VASF表达式,并确定了在拟涡能级串惯性区表达 式前的系数"1/2". 而在一般湍流场中,VASF更 普适的表达式中包含时间维度(非稳态项),空间维 度(非均匀项),尺度维度(尺度间传递项)三者共同 的影响.为比较这三项的相对大小,本文开展了基于 皂膜的二维衰减湍流实验研究.为此接下来一小节 先对实验装置及流场测量方法进行介绍.

2 实验方法和粒子跟踪技术

二维湍流的研究,已经在理论和数值计算上开 展了大量的工作^[20-21].实验上, Couder 提出了基于 皂膜的实验装置^[22],并得到了广泛应用^[23-27],在前 人工作的基础上,本文搭建了皂膜流动实验台.其详 细描述可参考之前的报道[28-29],本文在此进行补充 说明. 皂膜实验装置如图 1(a) 所示. 含 2% Dawn 洗 碗液的皂液沿着直径为6mm的狭长喷嘴流出.在喷 嘴出口处,两根直径为0.32mm的红色尼龙绳组成 了长 X₁ = 106 cm 的逐渐扩张平面. 皂液在此逐渐展 开形成皂膜,并被重力不断加速.在长 $X_2 = 194 \, \text{cm}$, 宽 W = 5 cm 的实验段达到充分发展. 最后流入下水 箱,被蠕动泵送入上水箱,形成往复循环.通过调整 泵的流量, 皂膜的平均速度可在1~3m/s 的范围内 进行调整, 根据干涉条纹和速度剖面测得皂膜的平 均厚度在 4~9 µm 之间^[29],小于另外两个维度四到 六个量级,因此可以被视为二维湍流.本文的皂膜流 量工况为 40 ml/min, 平均流速为 2.7 m/s.

为了形成强湍流场,类似于三维风洞中插入平 面栅格的方式,本文在皂膜上游处水平插入一排栅 格,如图 1(a)中虚线方框中所示. 栅格间距 *M* = 5 mm,组成栅格的圆棒直径为 1.14 mm. 栅格的布置 实物图如图 1(b) 所示,栅格是以一块铝板为基底, 在表面通过线切割开半圆形槽,放入不锈钢针作为 圆柱小棒制成,并以磁铁加以固定. 图中两根竖直的 亮线为构成皂膜的两根尼龙绳,皂膜在两根尼龙绳 中间往下流动.

当皂膜流过栅格后, 会形成强烈湍流脉动. 本文 在距离栅格为 *S* = (12.5 ~ 67.5)*M* 的下游位置对流 场进行测量, 如图 1(a) 中的绿色区域. 在对流场进 行速度测量时, 粒子图像测速法 (particle image velocimetry, PIV) 是一个成熟和普遍使用的方法, 该方 法可以获得速度的欧拉场. 但利用欧拉速度场求取 加速度时, 涉及到对流项的空间求导, 要求流场空 间分辨率应达到拟涡能耗散尺度的量级. 此外湍流 中的非稳态项 *∂u_i/∂t*和对流项*u_k∂u_i/∂x_k* 两者十分接 近且正负相反, 利用这两者的和得到的加速度不确 定度往往极大^[30]. 为此本文采用拉格朗日粒子追踪 法 (lagrangian particle tracking, LPT) 对速度和加速度 进行测量^[31]. 首先在皂液中加入直径 1 µm 的示踪粒子, 粒子直径小于皂膜厚度, 因此可以忽略对皂膜的影响. 一台波长 532 nm, 功率为 100 W 的脉冲激光器 照亮待测流场区域中的示踪粒子. 如图 1(a) 所示, 两台高速相机沿流向依次排列, 在保证分辨率的情况下获得足够长的流场视野. 两台相机的合成分辨率为 (2×) 2560×472, 可以拍得 100 mm×12 mm 的狭长流场区域. 通过移动相机和栅格的相对位置实现更长范围内的测量. 采用同步器将两台相机和激光器进行同步, 采样频率为 5000 Hz. 整个实验系统通过基于 *Qt* 环境下编写的数据采集平台进行控制, 实现数据的自动采集、传输和存储.



图1 (a) 二维水洞装置图, x 方向为重力方向, y 方向为水平方向, z 方向为皂膜厚度方向. 皂膜平面由两根直径为 0.32 mm 的尼龙绳 组成. 为了形成湍流场, 在皂膜上游水平插入一排栅格. 激光器照亮 距离栅格为 S 的下游绿色区域, 该区域内的流场轨迹信息被两台高 速相机捕捉. (b) 栅格布置的实物图. 上方水平排列的圆柱小棒为 栅格, 竖直的亮线为尼龙绳, 两根尼龙绳中间为竖直往下流动的 皂膜. 由于 532 nm 激光的散射, 整个流场呈现绿色背景

Fig. 1 (a) Two-dimensional water tunnel setup, x axis is the gravity direction, y axis is the horizontal direction, z axis is the film thickness direction. The plane of soap film is consisted by two nylon ropes whose diameter are 0.32 mm. To create turbulent flow, we insert a comb in the

upstream. The laser illuminates the downstream regions below the comb, whose flow trajectories are recorded by two high speed cameras. (b) The real image of comb equipment. The upper cylinders make up a comb, the vertical bright lines are nylon ropes, and the soap film flows down between the ropes. The whole flow are in green background,

owing the scatter from 532 nm laser

在获得原始的粒子图像后,首先通过亚像素定 位获得示踪粒子在像素坐标系上的位置. 第二步经 过标定还原到真实的物理空间坐标系.对于单台相 机的二维标定,一般是假设皂膜平面和标定板平面 重合. 但在两台相机的二维标定中, 可以求得皂膜平 面和标定板平面的距离并调节使之真正重合.接下来 一个重要的步骤是实现粒子在不同时刻的匹配,这 是LPT算法的核心以及计算资源消耗最大的一步.每 一个瞬时场都有数百个粒子,从上一个时刻到下一 个时刻需要实现这上百个粒子的一一匹配. 由于粒 子的形态大小是无法区分的,因此一般是通过历史 的位置、速度和加速度场信息进行匹配^[31].假设每 个时刻粒子平均个数为 N. 若采用暴力匹配算法, 对 *t* 时刻的 N_t 个粒子, 需匹配 *t* + 1 时刻的 N_{t+1} 个 粒子,每推进一个时间步的复杂度为 N². 但本文 注意到皂膜流场是长 100 mm 的狭长形区域. 流场的 竖向脉动速度方差约为 0.2 m/s, 考虑到大约 5 倍脉 动速度的事件概率很低以致可忽略不计. 那么在高 达 5000 Hz 的拍摄频率下, 粒子的位置波动为 0.2 × 5/5000 = 0.2 mm. 因此本文事先就可以预估出粒子 下一个时刻的位置限定在 ±0.2 mm 范围内, 而不必 在整个 100 mm 的流场范围内进行匹配.

基于上面的分析,本文提出实现粒子时间匹配的两步走快速匹配算法.首先对每一个时刻内的流场粒子以 x 坐标为基准进行排序,例如快速排序等,复杂度为 N log₂ N. 其次在已经排序好的 t + 1 时刻流场中,通过二分查找等算法迅速完成 ±0.2 mm 位置范围的定位,复杂度为 log₂ N. 对这 ±0.2 mm 预判区的粒子进行一一匹配,一般预判区内粒子个数为 O(1).这一个步骤需要对 t 时刻的每一个粒子进行依次操作.因此每推进一个时间步的复杂度为

$$N\log_2 N + N_t \log_2 N_{t+1} = O(N\log_2 N)$$
(11)

为此基于对特定流场的分析实现了快速的 LPT 算法. 其实也可以在亚像素定位步骤中,按照 x 坐标 依次遍历识别粒子,从而节省上述算法中的空间排 序步骤.此外实际计算中,为了保证匹配准确率,本 文会同时验证 t+1 时刻和 t+2 时刻的粒子信息.为 了表述方便,上文中只阐述根据 t+1 时刻信息进行 匹配的算法. 但两种算法都可以通过上面的思路进 行改善,将推进复杂度从 O(N²) 降低至 O(N log₂ N). 匹配问题体现在生产生活中的方方面面,本文提出 的 O(N log₂ N) 匹配算法是基于粒子位置信息的强预 测性. 对于有着同样性质的问题,可以将本文思路进 行推广并应用.

在获得流场轨迹信息后,最后一步是通过位置 场进行速度和加速度场的计算.根据粒子轨迹信 息,可以通过对空间位置的一次时间微分得到速 度.进一步地,直接对空间位置的二次时间微分得到 加速度,而不需要通过速度场再来计算加速度,从 而LPT方法实现了加速度的准确测量.实际计算中, 由于轨迹信息在时间上是离散的,一般是通过对位 置信息卷积速度核函数和加速度核函数以分别得到 速度和加速度^[31].

3 VASF实验结果与讨论

通过LPT测量,本文获得了皂膜流场中粒子轨迹 上的速度和加速度.进一步对轨迹进行时间排序,得 到速度和加速度的欧拉场. 假如本文对欧拉场中任 取两点来计算式 (7) 中的 VASF 或者两阶及三阶速 度结构函数,那么得到的将是待测区域的统计特性 的平均值. 但皂膜流场的脉动速度在主流 x 方向是 不断衰减的, β 和 ε 都是空间位置 x 的递减函数. 理 想情况下, 按照定义式 (7), 要想计算各部分在当地 位置 x 的值, 需要选取 x - r/2 和 x + r/2 两个点的速 度进行计算. 但实际上这样的数据点极少, 难以形成 收敛的统计量.为了获取收敛的结构函数,本文采 用泰勒冻结假设. 流场的脉动速度 u 虽然在不断衰 减,但平均速度 U = 2.7 m/s 几乎保持不变. 流场的 湍流强度 u/U = 5% ~ 10% ≪ 1,因此满足泰勒冻结 假设[32]. 泰勒冻结假设并非适用于所有的流场, 但 在三维风洞中的运用已经得到广泛的认可[33]. Belmonte 等^[34]在二维皂膜流动中,也已经验证了泰勒 冻结假设的正确性. 该假设认为湍流场的信息被冻 结着以对流速度进行传递,那么

$$u(x + r, t + \tau) = u(x + r - U\tau, t)$$
(12)

因此速度的二阶结构函数为

$$D_{ii}(r,\tau;x) = \langle [u_i(x+r,t+\tau) - u_i(x,t)]^2 \rangle =$$
$$\langle [u_i(x+r - U\tau,t) - u_i(x,t)]^2 \rangle =$$
$$D_{ii}(r - U\tau,0;x)$$
(13)

在风洞中使用热线法测速时,也是利用泰勒冻结假 设获得在热线当地位置处的结构函数^[35],自变量相 对距离只包含时间距离.相同的,式(13)参与运算 的是两个在当地位置 x 的点的脉动速度信息,得到 的是当地 x 的二阶结构函数. 唯一不同的是,这里 自变量相对距离 $r - U\tau$ 既包含两点之间的空间距 离r,也包含时间距离 τ .为了获得当地位置 x上的 真实条件统计,空间波动范围 r 的选取不宜太大. 一 般的,本文设置其最大值为 r = 0.2 mm,也即计算在 位置 $x \pm 0.2 \text{ mm}$ 处的当地统计特性. r 的范围是根据 拟涡能耗散率尺度选定的,其值为 $0.3 \sim 0.5 \text{ mm}^{[28]}$, 并随着往下游的发展而逐渐增长.

图 2(a) 展示的是利用泰勒冻结假设计算得到 的,当地位置 x 的二阶结构函数 $D_{ii}(r;x)$,如右边的 颜色坐标所示,不同的颜色代表不同的当地位置 x. 在距离栅格下游的 12.5M 一直增长到 67.5M, 颜色 也从深蓝变为深红. 根据 Kraichnan 的理论^[7],在正 向拟涡能级串区 $(\eta \ll r \ll L_F)$,结构函数由 β 控制. 量纲分析得到 $D_{ii} \sim \beta^{2/3} r^2$. 图 2(a) 显示在 r < M 区 间存在 D_{ii}~r^{1.6} 幂次律,对应着流场中的正向级串 区. 偏小的幂次律在其他皂膜实验中也被普遍观察 到,并被认为是由于有限雷诺数等原因导致[11,36].在 衰减过程中,理论上,正向级串区的雷诺数 Re_{ω} = $u_{\rm F}L_{\rm F}/v = (L_{\rm F}/\eta)^2 \sim t^0$. $L_{\rm F}$ 和 η 均以 $t^{1/2}$ 的幂次律进行 增长,整个正向级串惯性区的宽度不会发生显著变 化. 实验中发现 r^{1.6} 的幂次律得到自相似的往下游 发展,并未得到显著升高或降低.不变的惯性区间宽 度和不变的幂次律和理论预测是一致的,但为了明 确有限雷诺数的影响还需进一步实验.此外,拟涡能 是由栅格带来的扰动注入,一般认为拟涡能注入尺 度 L_F ~ M,这也与本文观察的一致. 栅格不仅在尺 度LF上注入拟涡能,同时也注入能量,并往大尺度 传递. Kraichnan 指出在反向级串区 ($L_F \ll r \ll L_\alpha$), 结构函数由能量耗散率决定,量纲分析得到 D_{ii} ~ (*εr*)^{2/3}. *r*^{2/3} 的幂次律十分平缓,并受到有限惯性





图 2 (a) 运用泰勒冻结假设, 计算当地下游位置 $x \pm 0.2 \text{ mm}$ 处 的 D_{ii} 与尺度 r 的关系. 不同的颜色代表对应的距离栅格的距 离 x/M. 两台相机一次的拍摄视野只有 100 mm = 20M. 为获得距离 栅格更宽范围的统计特性,本文通过移动栅格使相机距离栅 格 S/M = 12, 20, 30 和50, 分 4 次实验完成. (b) – $\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$ 与尺 度 r 的关系,在正向级串区表现出 $r^{1.5}$ 的幂次律. 图中的各颜色代 表不同的空间位置,同 (a) 中一致.本图和上图的竖直实线为尺 度 r = 0.35M,其与各种颜色线的交点即为各下游位置

在 r = 0.35M 上的 $-\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$ 和 D_{ii}

Fig. 2 (a) Using Taylor frozen flow hypothesis, we calculate the relationship between D_{ii} and r in local downstream location $x \pm 0.2$ mm. Different colors correspond to different separation below the comb x/M. The capture window of two cameras is 100 mm =20 M in each time. To obtain a wider regions statistics, we set the relative separation between camera and comb as S/M = 12, 20, 30 and 50. (b) The relationship between $-\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$ and r, which shows $r^{1.5}$ power law in direct enstrophy range. The colors mean different downstream locations which are the same with (a). The vertical solid line lies in r = 0.35M, whose cross points with different colorful lines are $-\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$

and D_{ii} in r = 0.35M

区间的影响,本文的实验结果并没有看到一段清晰的 r^{2/3} 幂次律.但本文仍可以看到在 r = M 附近,正 向级串区和反向级串区的转变.并且随着往下游的衰 减,转折点在不断增大.表征有效注入尺度的增长, 这是二维湍流和三维湍流的一个重要差别,这一现 象在衰减能谱上也可以看到^[28].

同计算式 (13) 一样,运用泰勒冻结假设,本文 也计算了各下游位置的 VASF,如图 2(b) 所示. 在 二维均匀各向同性湍流中,式 (10) 表明无论在正向 级串区还是反向级串区,VASF 的尺度间传递项, 1 <u>∂D_{iik}</u> > 0. 但实验结果显示所有下游位置的所有尺 度上 VASF < 0. 而皂膜实验是稳态的,构成 VASF 的 第一项为零. 因此这告诉人们构成 VASF 的第二项, 非均匀项不可忽略. 并且非均匀项为负,即使尺度间 传递项为正,但由于非均匀项绝对值更大,导致整体 的 VASF 为负. 在正向级串区中, 非均匀项

$$\frac{U_k}{2} \frac{\partial D_{ii}}{\partial X_k} \approx \frac{2}{3} \frac{\partial D_{NN}}{\partial t} \sim \frac{\partial \langle \omega^2 r^2 \rangle}{\partial t} \sim -\beta r^2 \qquad (14)$$

其中, $D_{NN} = \langle \delta u_N \delta u_N \rangle$ 为二阶横向结构函数, δu_N 为 相对速度在垂直于相对距离方向上的横向分量. 由 于皂膜平均速度 U = 2.7 m/s 几乎保持不变,因此本 文将空间变量换为时间变量 x = Ut. 在均匀各向同 性二维湍流的正向级串区, $D_{ii} = 4D_{NN}/3$. 上式第 二个关系是考虑到正向区的速度场是线性的,将 相对速度进行泰勒展开并只保留第一阶项, $\delta_r u$ ~ ωr. 最后一个关系是由于 $β = -d(ω^2/2)/dt$. 可见 非均匀项对 VASF 是负的贡献, 与预期一致. 此外 在均匀各向同性湍流场中,其随尺度的幂次律为 r². 非均匀项与尺度间传递项虽然有着相反的符号, 但有着相近的幂次律,也与图 2(b) 实验测得的综 合 VASF 的 r^{1.5} 幂次律十分接近. 出现的幂次律偏差 可能和 D_{ii} 一样, 是由于有限惯性区间等因素导致.

通过上述的分析,本文发现实验结果中负的 VASF 很有可能是流场非均匀性导致. 接下来,本 文对此进行定量的计算和比较.对于 VASF,实验 中可以直接测得在不同位置和不同尺度下的值, 如图 2(b) 所示. 选定正向级串区的某一个尺度 r = 0.35M,图 2(b)中的竖向与各颜色曲线的交点,即 为不同位置 x 处 – $\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$ 在 r = 0.35M 的值. 这些 值如图 2(a) 中的红色圆圈所示, 其随着往下游的 发展而逐渐衰减. 对于组成 VASF 三部分分量, 如 式(7)所示.其第一项为0.对于第二项,在均匀各 向同性湍流中,本文可以得到其理论的表达式(14). 而皂膜流场并不满足均匀各向同性的条件,本文转 而采用实验直接测量的方式. 同 VASF 一样, 图 2(a) 中的竖向与各颜色曲线的交点,即为不同位置 处 D_{ii}(x) = D_{ii}(tU) 在 r = 0.35M 的值. 对其进行对空 间求导,可获得非均匀项 ((Un/2) ∂Dii/ ∂Xn). 其值小 于 0, 本文对其取负号, 如图 3(a) 的绿色方块. 因为 采样点比较离散(分辨率为0.5mm),进行微分操作 后数据点有一定的离散.但不难看出,非均匀项的值 与VASF的值十分接近,且变化趋势高度一致.进一 步的,将两者画成散点图,如图 3(b) 所示,中间的实 线表示两者完全相等. 而实验数据几乎落在直线附 近, 表明两者几乎相等, 两者的相关系数为 0.905, 平均值相差 6%. 在正向级串惯性区的其他尺寸, 如 r = 0.15M 和 r = 0.85M 也观察到同样的现象.



图 3 (a) 在尺度 r/M = 0.35 下, 红色圆圈为 VASF, 对其取负号使之 为正. 绿色方块为构成 VASF 的第二项, 非均匀项, 并也对其取负 号. 蓝色星形为构成 VASF 的第三项, 尺度间传递项的实验值. 这三 者在不同空间位置 tU/M 的值. (b) 纵坐标为 – $\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$ 的对数值, 横坐标为 $-\langle (U_n/2)\partial D_{ii}/\partial X_n \rangle$ 的对数值, 数据基本都落在 图中等值线附近

Fig. 3 (a) In scale r/M = 0.35, the red circles are VASF which have been multiplied by -1. Green squares are inhomogeneous term which is the second term of VASF. Blue stars are the scale-to-scale transfer term which is the third term of VASF. We plot their values in different downstream location tU/M. (b) The ordinate is the logarithmic value of $-\langle \delta u_i \delta a_i \rangle$, the abscissa is the logarithmic value of

 $-\langle (U_n/2)\partial D_{ii}/\partial X_n \rangle$, most of the data lies around the contour line

现对构成 VASF 的第三部分,代表能量和拟涡 能传递的 (1/2) ∂D_{iik} / ∂r_k 进行讨论. 流动的衰减主要 是在主流x方向,因此本文可以通过对 x 方向求导, 进而获得非均匀项.但能量和拟涡能的传递在各个 方向是同量级的,在均匀各向同性湍流场中是相等 的,本文无法选择球坐标系中某一个方向 r_k 进行 求 Dik 的微分. 为评估该式大小,本文采用均匀各向 同性湍流场中的结果. 根据式 (10), 在正向级串区,

 $(1/2)\partial D_{iik}/\partial r_k = \beta r^2/2 = 4D_{LLL}/r.$ 通过泰勒冻结 假设,获得 $D_{LLL}(t; r = 0.35M)$.从而得到 $(1/2)\partial D_{iik}/\partial r_k$ 在尺度 r = 0.35M上的值,如图 3(a)中的蓝色 星形所示.可以看到代表拟涡能在尺度间传递的该 项在各空间位置上都为正数.由于数据是在长度 为±0.2 mm的狭窄区域进行统计,并且三阶矩收敛 性较二阶矩更差,因此数据的波动比较大.但依然可 以看到蓝色数据约为红色和绿色数据的 1/2 ~ 1/4. 并且随着往下游的衰减,相差会越来越大.可见在衰 减的皂膜流场中,是非均匀项对 VASF 占主导.

在二维衰减湍流中,尺度间的传递项始终为正. 说明了即使是在衰减流场中,拟涡能也是往小尺度 传递. 衰减效应对二维湍流拟涡能的传递方向不会 造成本质的影响.但衰减会对 VASF 造成显著的影 响.由于非均匀项为负值,即使尺度间的拟涡能传递 项为正值,VASF 仍为负值.在非均匀二维湍流中, 本文从理论上发现不可以忽略非均匀项的效果,进 一步从实验上发现该项甚至会主导 VASF.关于三维 湍流中非均匀项对 VASF 的影响还有待进一步研究.

4 弥 散

VASF除了表征尺度间的能量/拟涡能传递,也 和湍流场的弥散作用密切相关.弥散过程描述了粒 子位置随时间的演化.这是人们日常生活中的一 种常见的物理现象.例如 PM 2.5颗粒在大气中的 运动,污染物在海洋中的扩散,病毒在人群中的传 播.研究弥散过程可以帮助人们理解、预测、还原 追踪这些过程.其可通过考察两点的相对距离平 方 $\langle R^2(t) \rangle = \langle (\mathbf{x}'(t) - \mathbf{x}(t))^2 \rangle_{R_0}$ 随时间的演化来进行研 究,其中 $\mathbf{x}'(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 分别为两个粒子在时刻t的空间 位置.下标 R_0 表示对初始距离为 $R(0) = R_0$ 且在惯性 区的两个粒子做系综平均.当弥散时间不太长时,本 文对 R(t)进行在 t = 0时刻进行泰勒展开^[6,37]

$$\langle (R(t) - R_0)^2 \rangle = \langle (\delta u_0 t + \delta a_0 t^2 / 2 + O(t^3))^2 \rangle =$$
$$\langle \delta^2 u_0 \rangle t^2 + \langle \delta u_0 \delta a_0 \rangle t^3 + O(t^4) \tag{15}$$

其中, δu_0 和 δa_0 分别为 t=0 时刻的相对速度和相对 加速度. 那么 $\langle \delta^2 u_0 \rangle = D_{ii}(R_0), \langle \delta u_0 \delta a_0 \rangle = \langle \delta u_i \delta a_i \rangle (R_0).$ 本文接下来只选取在正向级串区的 R_0 粒子对进行 讨论. 主要是考虑到, 在皂膜流场中, 空气阻力带 来的能量衰减主要集中在大尺度. 此外若初始尺 度 R_0 在反向级串区, R(t) 很快将会超过流场的相关 尺度. 此时两个粒子不再相关, 会进入 Taylor 线性弥 散区间,也即 $\langle R^2(t) \rangle \sim t^{[38]}$.

报

图 4(a) 展示了两个粒子对的相对距离平方 $\langle (R(t) - R_0)^2 \rangle$ 随着时间的关系.并用正向区的特 征时间 $\tau_F = \beta^{-1/3} = 18 \text{ ms 来无量纲化 } t$,其中 $\beta = 8D_{LLL}/r^3$ 为测量区域 20*M* ~ 40*M* 的平均拟涡 能耗散率.所有粒子对的初始距离都在正向级串区 内,并用不同的颜色表示.

从子图中可以看到在各个尺度上,相对距离 平方都呈现出 t² 的增长规律,表明式(15)中的第



图4 (a) 在距离栅格 20*M* ~ 40*M* 范围内,两个粒子对的相对距离平 方 $\langle (R(t) - R_0)^2 \rangle$ 随着时间的关系.不同的颜色代表不同的初始距 离 R_0 .子图的黑色直线为 $(t/\tau_F)^2$,并不是数据拟合曲线. (b) 考 虑 VASF 对相对距离的影响后,补偿的弥散关系 Fig. 4 (a) In the region which lies in 20*M* ~ 40*M* below the comb, the dispersion relationship of two particles $\langle (R(t) - R_0)^2 \rangle$ with time. Different colors correspond to different initial separations R_0 . The black line in sub-figure is $(t/\tau_F)^2$, which is not the fitting curve. (b) Considering the effect of VASF, the compensated dispersion relationships

一阶 t^2 项在初始时刻是明显的主导作用. 当用 $\langle \delta^2 u_0 \rangle \tau_F^2$ 来归一化纵坐标,各个尺度的数据都落在 同一条黑色直线 $(t/\tau_F)^2$ 上,进一步验证了式(15), 并与 Batchelor^[39]提出的弥散过程中 t^2 理论一致. 但 发展一段时间之后,例如 $t > 0.8\tau_F$,可以看到相对距 离平方的发展比 t^2 要慢. 这种变慢的弥散过程可以 从主图中更明显地看出来,主图是用 $\langle \delta^2 u_0 \rangle t^2$ 来无量 纲化纵坐标. 假如式(15)中只有 t^2 项,那么数据应该 落在值为"1"的水平虚线上. 但在 $t > 0.2\tau_F$ 之后,出 现了更加缓慢的增长. 此时 ($R(t) - R_0$)² = 1 ~ 2 mm, 相对距离 R(t)仍在惯性区范围内,甚至还是在正向 级串区. 两个粒子还表现出相关性,大尺度的影响也 应该很微弱. 说明主要是式(15)中的 t^3 项起到显著 影响. t^3 项和 t^2 项的相对关系为

$$\frac{\langle \delta u_0 \delta a_0 \rangle t^3}{\langle \delta^2 u_0 \rangle t^2} \sim \frac{C_1 \beta R_0^2 t^3}{C_2 \beta^{2/3} R_0^2 t^2} = \frac{C_1}{C_2} \frac{t}{\tau_{\rm F}} \tag{16}$$

其中 $C_1 = O(1), C_2 = O(1)$ 分别为 VASF 和二阶速度 结构函数的常系数. 可见在 $t = C_2 \tau_F / C_1$ 时 t^3 项将不 可被忽略,这与本文的观察一致. 在二维均匀各向同 性湍流场中, $\langle \delta u_0 \delta a_0 \rangle > 0$,从而 t^3 项是正的,会使得 后期的弥散过程比 t^2 更快,与本文的实验观察相反. 对于这一矛盾,本文可以通过上一节关于 VASF 的 讨论来解释. 在衰减流场中, VASF 是负的非均匀项 和正的尺度间传递项相互竞争的结果. 若衰减效应足 够强烈,非均匀项足够大, VASF 是可能小于零. 因 此本文在弥散过程中看到的负的 VASF 和二维湍流 中正的尺度间拟涡能传递两者并不矛盾.

为了进一步验证VASF对弥散过程的影响,本文 绘制补偿VASF的粒子相对距离平方随时间的演化, 如图 4(b) 所示.可以看到各个尺度都很好的落在理 论值"1"附近.出现的些许波动可能是由于粒子对 的初始距离选取有一定的容差 $R_0 \pm 0.5$ mm.在t > $0.5t_F$ 之后,粒子的相对距离 $R(t) \approx 10$ mm,相关性 逐渐减弱,转到泰勒线性扩散区间.由于初始尺度 R_0 越大,越快进入该区间,因此可以看到红色曲线 代表的大初始尺度也越早出现偏离.由此本文定量 上解释了弥散过程在后期变慢是由于负的 VASF 项 导致.

5 结 论

一直以来,湍流场中的二阶速度加速度结构函数 (VASF) 被认为与能量或者拟涡能在尺度间的传递相关.本文从加速度定义出发,发现 VASF 除了

尺度间传递项,还有非稳态项和非均匀项.在稳态 的局部均匀各向同性湍流中,只有尺度间传递项. 但实际湍流流动中,很多都是衰减的非均匀湍流. 为研究非均匀项对 VASF 的影响,本文搭建了基于 皂膜的二维衰减湍流. 通过 LPT 测量方法及改进 的 N log, N 的粒子匹配算法,获得了速度场和加速 度场. 实验数据显示二维湍流尺度间传递项在正向 级串区的尺度间传递项均为正,证实了拟涡能往小 尺度传递,说明衰减并不影响其传递方向.采用泰 勒冻结假设,得到当地空间位置的非均匀项.在衰 减湍流中,非均匀项为负,并且大于正的尺度间传 递项.因此是非均匀项主导二维衰减湍流的 VASF, 使之为负数. 最后本文对与 VASF 密切相关的弥散 过程进行了讨论,实验观察到两个粒子相对距离平 方先以 t² 幂次律增长, 之后变为更缓慢的增长. 这 种缓慢增长可以用负的 VASF 来解释, 也即是由于 衰减放缓了弥散过程. 总的来说, 本文通过理论分 析和LPT的实验结果发现衰减不改变拟涡能的传递 方向.但是衰减在 VASF 和弥散过程等问题上会产生 显著的影响,在这些问题的讨论上衰减作用将不可 忽略.

致谢 感谢徐海涛教授对本工作的指导和建议,感谢清华大学对本工作的资助.由衷感谢审稿人给出的宝贵意见使得本文得到进一步的改善.

参考文献

- 1 Mann J, Ott S, Andersen JS. Experimental study of relative, turbulent diffusion. Risø National Laboratory, 1999
- 2 Falkovich G, Dzki KG, Vergassola M. Particles and fields in fluid turbulence. *Reviews of Modern Physics*, 2001, 73(4): 913-975
- 3 Pumir A, Shraiman BI, Chertkov M. The Lagrangian view of energy transfer in turbulent flow. *Europhysics Letters*, 2001, 56(3): 379-385
- 4 Xu H, Pumir A, Bodenschatz E. Lagrangian view of time irreversibility of fluid turbulence. *Science China-Physics Mechanics & Astronomy*, 2016, 59(1): 614702
- 5 Kolmogorov AN. The local structure of turbulence in Incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Doklady Akademii Nauk Sssr*, 1941, 30: 301-305
- 6 Ouellette NT, Xu H, Bourgoin M, et al. An experimental study of turbulent relative dispersion models. *New Journal of Physics*, 2006, 8(6): 109
- 7 Kraichnan RH. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 1967, 10(7): 1417-1423
- 8 Batchelor GK. Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 1969, 12(12): 233-239
- 9 Chen S, Ecke RE, Eyink GL, et al. Physical mechanism of the twodimensional inverse energy cascade. *Physical Review Letters*, 2006,

96(8): 84502

- 10 Boffetta G, Musacchio S. Evidence for the double cascade scenario in two-dimensional turbulence. *Physical Review E*, 2010, 82(1): 16307
- 11 Belmonte A, Goldburg WI, Kellay H, et al. Velocity fluctuations in a turbulent soap film: The third moment in two dimensions. *Physics* of *Fluids*, 1999, 11(5): 1196-1200
- 12 Fang L, Ouellette NT. Advection and the efficiency of spectral energy transfer in two-dimensional turbulence. *Physical Review Letters*, 2016, 117(10): 104501
- 13 Hill RJ. Opportunities for use of exact statistical equations. *Journal of Turbulence*, 2006, 7(43): 1-13
- 14 Landau L, Lifshitz E. A Course of Theoretical Physics. Pergamon Press, Vol. 6, 1959
- 15 Monin AS, Yaglom AM. Statistical Fluid Mechanics, Volume II: Mechanics of Turbulence. Courier Corporation, 1975
- 16 Frisch U. Turbulence: The legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1995
- 17 Davidson P. Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers. Oxford: Oxford University Press, 2015
- 18 Lindborg E. Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence? *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 388: 259-288
- 19 Bragg AD, De Lillo F, Boffetta G. Irreversibility inversions in twodimensional turbulence. *Physical Review Fluids*, 2018, 3(2): 24302
- 20 Gao P, Lu X. Instability of an oscillatory fluid layer with insoluble surfactants. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 595: 461-490
- 21 Zhou Q, Huang Y, Lu Z, et al. Scale-to-scale energy and enstrophy transport in two-dimensional Rayleigh-Taylor turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 786: 294-308
- 22 Couder Y, Chomaz J, Rabaud M. On the hydrodynamics of soap films. *Physica D*, 1989, 37(3): 384-405
- 23 Zhang J, Childress S, Libchaber A, et al. Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a twodimensional wind. *Nature*, 2000, 408(6814): 835-839
- 24 杨义红, 尹协振, 陆夕云. 肥皂膜水洞实验技术. 实验流体力学, 2005, 19(4): 36-41 (Yang Yihong, Yin Xiezhen, Lu Xiyun. Experimental methods in a soap film tunnel. *Journal of Experimental in Fluid Mechanics*, 2005, 19(4): 36-41 (in Chinese))
- 25 Jia L, Yin X. Passive oscillations of two tandem flexible filaments in a flowing soap film. *Physical Review Letters*, 2008, 100(22): 228104
- 26 王显圣,司廷,罗喜胜等. 柱形汇聚激波冲击球形重气体界面的

实验研究. 力学学报, 2012, 44(3): 473-480 (Wang Xiansheng, Si Ting, Luo Xisheng, et al. Experimental inverstigation on a spherical heavy-gas interface accelerated by a cylindeical converging shock wave. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(3):473-480 (in Chinese))

- 27 Wang M, Si T, Luo X. Generation of polygonal gas interfaces by soap film for Richtmyer-Meshkov instability study. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(1): 1427
- 28 Zhou Z, Fang L, Ouellette NT, et al. Vorticity gradient stretching in the direct enstrophy transfer process of two-dimensional turbulence. *Physical Review Fluids*, 2020, 5(5): 054602
- 29 周泽友, 万冬梅, 徐海涛. 平面流动皂膜的表面张力系数及厚度 测量. 实验流体力学, 2020, 34(3): 90-96 (Zhou Zeyou, Wan Dongmei, Xu Haitao. Surface tension coefficient and thickness measurements in planar soap-film flows. *Journal of Experimental in Fluid Mechanics*, 2020, 34(3): 90-96 (in Chinese))
- 30 Pumir A, Xu H, Bodenschatz E, et al. Single-particle motion and vortex stretching in three-dimensional turbulent flows. *Physical Review Letters*, 2016, 116(12): 124502
- 31 Ouellette NT, Xu HT, Bodenschatz E. A quantitative study of threedimensional Lagrangian particle tracking algorithms. *Experiments* in Fluids, 2006, 40(2): 301-313
- 32 Pope SB. Turbulent Fow. Cambridge, England: Cambridge University Press, 2000
- 33 He G, Jin G, Yang Y. Space-time correlations and dynamic coupling in turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2017, 49(1): 51-70
- 34 Belmonte A, Martin B, Goldburg WI. Experimental study of Taylor's hypothesis in a turbulent soap film. *Physics of Fluids*, 2000, 12(4): 835-845
- 35 Sinhuber M, Bewley GP, Bodenschatz E. Dissipative effects on inertial-range statistics at high Reynolds numbers. *Physical Review Letters*, 2017, 119(13): 134502
- 36 Rivera M, Vorobieff P, Ecke RE. Turbulence in flowing soap films: velocity, vorticity, and thickness fields. *Physical Review Letters*, 1998, 81(7): 1417-1420
- 37 Jucha J, Xu H, Pumir A, et al. Time-reversal-symmetry breaking in turbulence. *Physical Review Letters*, 2014, 113(5): 54501
- 38 Taylor GI. Diffusion by continuous movements. Proceedings of the London Mathematical Society, 1922, 2(1): 196-212
- 39 Batchelor GK. The Application of the similarity theory of turbulence to atmosperic diffusion. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1950, 76(328): 133-146