

欧拉坐标系下具有锐利相界面的可压缩多介质流动数值方法研究

姚成宝^{*,1)}, 付梅艳^{+,*}, 韩峰^{*}, 闫凯^{+,*}

^{*}(西北核技术研究院, 陕西西安 710024)

⁺(北京大学数学科学学院, 北京 100871)

摘要 可压缩多介质流动问题的数值模拟在国防和工业领域内均具有重要的研究价值, 诸如武器设计、爆炸安全防护等, 通常具有大变形、高度非线性等特点, 是一项极具挑战性的研究课题。本文提出了一种基于 Euler 坐标系的非结构网格、具有锐利相界面的二维和三维守恒型多介质流动数值方法, 可用于模拟可压缩流体和弹塑性固体在极端物理条件下的大变形动力学行为。利用分片线性的水平集函数重构出单纯形网格内分段线性的相界面, 并在混合网格内构建出具有多种介质的相界面几何结构, 理论上可以处理全局任意种介质、局部三种介质的多介质流动问题。利用传统的有限体积格式来计算单元边界上同种介质间的数值通量, 并通过在相界面法向上求解局部一维多介质 Riemann 问题的精确解来计算不同介质间的数值通量, 保证了相界面上的通量守恒。提出了一种非结构网格上的单元聚合算法, 消除了由于网格被相界面分割成较小碎片、违反 CFL 条件, 进而可能带来数值不稳定的问题。针对一维多介质 Riemann 问题、激波-气泡相互作用问题、浅埋爆炸问题、空中强爆炸冲击波和典型坑道内冲击波传播问题开展了数值模拟研究, 将计算结果与相关的理论、实验结果进行对比, 验证了数值方法的正确性和可靠性。

关键词 多介质流动, 守恒型方法, 锐利界面, 聚合算法

中图分类号: O383 **文献标志码:** A **doi:**

NUMERICAL SCHEME OF MULTI-MATERIAL COMPRESSIBLE FLOW WITH SHARP INTERFACE ON EULERIAN GRIDS

Yao Chengbao^{*,1)}, Fu Meiyang^{+,*}, Han Feng^{*}, Yan Kai^{+,*}

^{*}(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China)

⁺(School of Mathematical Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract Numerical simulation of multi-material compressible flow problem is of great importance in both the national defense and industry areas, such as weapon design and blast wave defense. Due to the property of large deformation and high nonlinearity, the efficient simulation of multi-material compressible flow becomes a quite challenging problem. A numerical scheme is developed to carry out the simulation of an immiscible multi-material compressible flow with sharp phase interface on two dimensional and three dimensional unstructured Eulerian grids, which can handle the large deformation of compressible fluid and elastoplastic solid under the extreme conditions. We use the level set method to depict the phase interface numerically, and explicitly reconstruct the phase interface in a piecewise linear manifold. The topological structure of the phase interface is constructed explicitly, which can

2020-02-22 收稿, 2020-05-18 录用, 2020-05-25 网络版发表。

1) 姚成宝, 助理研究员, 主要研究方向: 计算流体力学. E-mail: yaochengbao@nint.ac.cn

引用格式: 姚成宝, 付梅艳, 韩峰, 闫凯. 欧拉坐标系下具有锐利相界面的可压缩多介质流动数值方法研究. 力学学报, 2020.

Yao Chengbao, Fu Meiyang, Han Feng, Yan Kai. Numerical scheme of multi-material compressible flow with sharp interface on Eulerian grids. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020.

handle any number of media in the whole computational domain and three media in a single cell. The traditional finite volume method is used to calculate the edge numerical flux between the same material in adjacent cells, while the phase interface flux is calculated by exactly solving a one dimensional multi-material Riemann problem on the normal direction of the phase interface. The above procedures can keep the conservation of the phase interface flux, and the interaction between two media across the phase interface can keep consistent with the real situation. A robust aggregation algorithm is adopted to build cell patches and adjust the conservation variables around the phase interface, which can effectively remove the numerical instability due to the breakdown of the CFL constraint by the cell fragments. Some classical examples and application problems, such as one-dimensional multi-material Riemann problem, gas-bubble interaction problem, intensive airblast problem, sub-surface blast problem, and blast wave propagation in three dimensional sap, which have a good agreement with the corresponding analytical and experimental results, are presented to validate our numerical scheme.

Key words Multi-material flow, conservative scheme, sharp interface, aggregation algorithm

引言

多介质大变形问题广泛存在于军事和民用领域,例如爆炸力学效应、高速冲击问题、武器设计以及自然灾害的防护等。上述问题通常存在多种介质间强烈的相互作用,具有强耦合、大变形、高度非线性等特点,物理现象极其复杂。由于各介质之间的物理特性、初始状态差异极大,很多对单介质问题比较有效的数值方法在处理多介质问题时,通常会引发较大的数值震荡和误差^[1,2],甚至导致计算无法继续,因此需要研究合适的多介质数值计算方法,准确描述不同介质间的相互作用。

多介质流动数值方法按其采用的坐标系可以分为 Lagrange 方法^[3]、Euler 方法^[4]、ALE 方法^[5,6]以及 Euler-Lagrange 耦合方法^[7]等。由于 Euler 方法的坐标系固定在空间中,计算网格不随介质的运动而运动,不发生网格畸变,因此适合处理大变形问题。但由于介质在网格间流动,如果计算区域内存在多种介质,则有可能出现同一网格中包含多种介质的情况。如何描述相界面的位置以及混合网格中各介质之间的相互作用,是 Euler 方法求解多介质问题的难点。目前比较流行的、用于描述和追踪自由面和相界面运动轨迹的方法包括:VOF (Volume of Fluid) 方法^[8,9]、MOF (Moment of Fluid) 方法^[10]、Front Tracking 方法^[11,12]以及 Level Set 方法^[13,14]等。此外,当网格中包含多种介质时,如果不同介质的密度和状态方程差异很大,在相界面附近容易产生速度和压力的非物理震荡,因此在 Euler 坐标系下求解多介质问题时,应尽可能避免直接利用相界面两侧介质的状态参数来求解控制方程,而是需要对混合网格进行特殊处理,尽可能抑制和消除非物理震荡。目前主要的处理方法包括两类。第一类方法是虚拟流

体类方法(包括 GFM^[15]、MGFM^[16-20]和 RGFM^[21,22]等),其假设在相界面的另一侧存在相同介质的虚拟流体,介质穿过相界面时满足等熵关系,且压力和法向速度连续。第二类方法是切割单元法(Cut Cell Method),该方法根据求解精度显式地重构出相界面,并将含有多种介质的单元切割成几个部分。切割单元法的优点是能够清晰的描述相界面的位置和拓扑结构,而且能处理比较复杂的相界面以及拓扑结构发生变化时的情形,但缺点是单元会被相界面切割成几个部分,人为地形成碎片单元。当碎片单元的尺寸过小时,会严重影响数值计算的稳定性和效率,此时需要采用额外的技术来克服上述困难。例如, Nourgaliev 等^[23]采用了两套网格来存储数据,其中一套网格为非结构网格,另一套为结构网格。数值计算时,相界面对结构网格进行切割,并通过切割过程中产生的碎片单元进行网格融合,得到另一套非结构网格,在一定程度上克服了 CFL 条件对时间步长的限制。Liu 等^[24]引入了一个 mixing 方法,通过对碎片单元相邻网格的守恒量进行再分配,来达到数值稳定的目的。白晓等^[25]在切割单元过程中引入了虚拟流体方法,每种介质切割单元的状态可以覆盖到一个完整的单元,实现了碎片单元的状态量更新,并克服了数值不稳定性。Hu^[26,27]在二维交错型结构网格中提出了一种守恒型的 mixing 技术,对体积分数小于 0.5 的碎片单元,根据界面的法向确定碎片单元在 x 、 y 方向以及对角线方向的同介质相邻单元,并以界面的法向分量和各相邻单元的体积分数作为权重来计算这三个单元与目标碎片单元之间的守恒量交换,从而对碎片单元的守恒量进行了修正,提高了数值计算的稳定性。Meyer^[28]在 Hu 的基础上进行了改进,并将算法拓展了三维

情形。在对碎片单元的守恒量进行修正时,碎片单元的所有相邻单元都被用于进行 mixing 操作,并将体积分数的幂函数形式加入到权重因子中,使得体积分分数越大的单元所占的权重越大,进一步提高了 mixing 技术的稳定性。Lauer^[29]将 Meyer 的 mixing 技术扩展到了非均匀的结构网格中,利用 mixing 技术对体积分数小于 0.6 的碎片单元进行了满足守恒性质的修正处理。

本文提出了一种基于 Euler 坐标系的非结构网格、具有锐利界面的二维和三维守恒型多介质流动数值方法,可用于模拟可压缩流体和弹塑性固体在极端物理条件下的大变形动力学行为。利用分片线性的 Level Set 函数清晰重构出分段线性的相界面,建立了单纯形网格内具有多种介质的相界面拓扑结构,理论上可以处理全局任意种介质、局部三种介质的多介质流动问题。提出了一种守恒型的相界面两侧介质相互作用的处理方法,能够保证不同介质间的通量守恒。提出了一种非结构网格上的单元聚合算法,通过对每个碎片单元建立至少包含一个完整单元的同介质单元片,并对该单元片内的守恒量进行基于单元体积的加权平均,扩大了碎片单元的特征尺度,消除了由于网格被相界面分割成较小碎片、违反 CFL 条件,进而可能带来数值不稳定的问题。最后对激波-气泡相互作用、浅埋爆炸、空中强爆炸冲击波和典型坑道内冲击波传播问题开展了数值模拟,验证了数值方法的可靠性和计算效率。

1 物理模型

1.1 控制方程

考虑二、三维计算区域上的多介质流动问题,基于 Euler 坐标系描述可压缩流体和弹塑性固体的大变形动力学行为,其控制方程组如式(1)所示

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{H}(\mathbf{U}), \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ E \end{pmatrix}, \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u}^T \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \mathbf{I} - \mathbf{S} \\ (E + p) \mathbf{u} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{u} \end{pmatrix}, \mathbf{H}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

其中, ρ 表示密度, $\mathbf{u}$ 表示速度矢量, E 表示单位体积总能量, p 表示压力, $\mathbf{S}$ 表示固体的偏应力张量,对于流体 $\mathbf{S}$ 设为 $\mathbf{0}$, 以下同。

1.2 状态方程

除了描述物质(流体或固体)的质量、动量和能量守恒的控制方程外,物质动力学行为的完整描述还需要提供描述物质自身热力学状态的本构方程(状态方程)。本文涉及到的状态方程包括 JWL 状态方程、理想气体状态方程以及刚性气体状态方程等。其中, JWL 状态方程用于描述 TNT 爆轰产物,如式(2)所示

$$p = A_1 \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_1 \rho_0} \right) \exp \left(-R_1 \frac{\rho_0}{\rho} \right) + B_1 \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_2 \rho_0} \right) \exp \left(-R_2 \frac{\rho_0}{\rho} \right) + \omega \rho e. \quad (2)$$

其中, ρ_0 表示初始密度, e 表示质量比内能,且满足

$$e = E / \rho - (u^2 + v^2) / 2,$$

$A_1, B_1, R_1, R_2, \omega$ 为 JWL 状态方程的参数,如表 1 所示。

表 1 JWL 状态方程参数

Tab.1 Parameters of JWL equation of state

Parameter	A_1	B_1	R_1	R_2	ω
Value	3.712	0.0323	4.15	0.95	0.3

空气采用理想气体状态方程,如式(3)所示

$$p = (\gamma - 1) \rho e. \quad (3)$$

其中, γ 表示空气的绝热指数。

刚性气体状态方程(4)可用于描述典型的固体等在受到爆炸或冲击时的动态响应问题

$$p = (\gamma - 1) \rho e - \gamma p_\infty. \quad (4)$$

其中, p_∞ 为常数。

和流体不同的是,固体材料除了能够承受压缩或膨胀带来的体积变化外,还能够承受一定程度的剪切变形(形状改变)。流体弹塑性模型将固体的力学响应过程分解为两个独立部分:体积变形和剪切变形,其中体积变形仍然由状态方程来确定,而剪切变形在受到强冲击或者爆炸载荷作用时可能经历三个过程:弹性变形阶段、塑性变形阶段以及流体动力学阶段,如式(5)所示:

$$s_{ij}^{n+1} = \begin{cases} s_{ij}^n + 2\mu^e \dot{\epsilon}_{ij}', & |s_{eff}^e| < Y^e, \\ s_{ij}^n + 2\mu^p \dot{\epsilon}_{ij}', & Y^e \leq |s_{eff}^e| < Y^p, \\ s_{ij}^n, & |s_{eff}^e| = Y^p. \end{cases} \quad (5)$$

其中, s_{ij} 表示偏应力分量, $|s_{eff}|$ 表示 Von Mises 等效应力, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 表示偏应变率, μ^e 和 μ^p 分别表示弹性和塑形剪切模量, Y^e 和 Y^p 分别表示弹性和塑形屈服应力。

2 多介质流动数值方法

采用基于欧拉坐标系、具有互不相溶特征的二、三维多介质流动计算模型来进行数值离散。在任意时刻, 整个计算区域 Ω 可以分成两个子区域 $\Omega^+(t)$ 和 $\Omega^-(t)$, 且满足:

$$\Omega^+(t) \cup \Omega^-(t) = \Omega, \quad \Omega^+(t) \cap \Omega^-(t) = \Gamma(t).$$

其中, $\Gamma(t)$ 是两种互不相溶介质之间的相界面。

利用有限体积方法求解每种介质的控制方程组, 采用 Level Set 方法捕捉不同介质之间的相界面, 并通过在界面法向上求解局部一维多介质 Riemann 问题的精确解来计算相界面上的数值通量。整个计算流程如下:

2.1 相界面追踪

Level Set^[30] 方法把随时间运动的相界面 $\Gamma(t)$ 定义为距离函数 $\varphi(\mathbf{x}, t)$ 的零等值面。本文利用特征线方法求解 Level Set 函数的演化方程

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \varphi = 0. \quad (6)$$

式中: $\tilde{\mathbf{u}}$ 为由物质界面的运动速度延拓得到的速度场^[31]。

根据特征线方法的思想, 只要知道 t_{n+1} 时刻网格顶点 X_i 上的流体在 t_n 时刻的位置 $\mathbf{x}(t_{n+1})$, 就可以得到新的 Level Set 函数在 X_i 上的值 $\varphi(\mathbf{x}, t_{n+1})$ 。对每个顶点 X_i , 利用特征线方法可得:

$$\mathbf{x}(t_{n+1}) = \mathbf{x}(t_n) - (t_{n+1} - t_n) \tilde{\mathbf{u}}_n,$$

再利用代数平均, 可得新的 Level Set 函数:

$$\varphi(\mathbf{x}, t_{n+1}) = \sum_{X_i \in \tau_i^n} \varphi(\mathbf{x}, t_n) / \sum_{X_i \in \tau_i^n} 1.$$

其中, τ_i^n 表示顶点 X_i 所处于的单元。

利用显式正系数格式^[31] 求解如下所示的重新初始化方程,

$$\begin{cases} \varphi_t + \text{sgn}(\varphi_0)(|\nabla \varphi| - 1) = 0, \\ \varphi(\mathbf{x}, 0) = \varphi_0, \end{cases}$$

$$\text{sgn}(\varphi_0) = \frac{\varphi_0}{\sqrt{\varphi_0^2 + \varepsilon^2}}.$$

以保持 Level Set 函数的符号距离性质。其中, φ_0 为重新初始化前 $\varphi(\mathbf{x}, t)$ 的值, ε 为一很小的正数(例如 10^{-6})。

2.2 相界面几何重构

当得到 t_n 时刻的 Level Set 函数 φ_n 后, 根据其分片线性的特征重构出界面单元内分片线性的相界面, 包括: 二维两相、二维三相、三维两相和三维三相情形, 具体如下:

(1) 二维两相情形

图1给出了二维情形下单元内包含两种介质时的相界面几何结构。假设在三角形 $\triangle ABC$ 中, 顶点 A, B, C 处的 Level Set 函数值分别为 $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ 。如果某个顶点的函数值与其它两个顶点具有相反的符号, 该单元一定为相界面单元, 且该单元中存在两种介质。

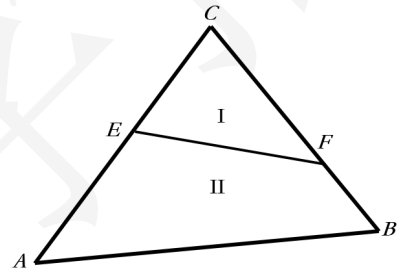


图1 二维相界面拓扑结构(两相情形)

Fig.1 Two-dimensional topology of phase interface(two-phase case)

不失一般性, 假设在三角形 $\triangle ABC$ 中, C 点的相编号为 I, A, B 两点的相编号为 II, 且存在相界面 EF 。根据水平集函数分片线性的特征, 可计算 E, F 的坐标:

$$\mathbf{x}_E = \mathbf{x}_A + \frac{\varphi_A - 0}{\varphi_A - \varphi_C} (\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_A),$$

$$\mathbf{x}_F = \mathbf{x}_B + \frac{\varphi_B - 0}{\varphi_B - \varphi_C} (\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_B),$$

且第 I 相、第 II 相所占的面积分别为

$$A_I = A_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} \overline{CE} \times \overline{CF},$$

$$A_{II} = A_{\triangle ABC} - A_{\triangle CEF}.$$

(2) 二维三相情形

采用向量型水平集函数来描述超过两相情形时的相界面。对任一点 $\mathbf{x}$, 向量型水平集函数在该点的

取值为 $\varphi(\mathbf{x}, t) = (\varphi_1(\mathbf{x}, t), \varphi_2(\mathbf{x}, t), \dots, \varphi_n(\mathbf{x}, t))$, 如果其最大分量为 $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$, 则该点的相编号为 i 。其中, n 表示相数。

如果三角形 ABC 中三个顶点的相编号各不相同, 该单元中存在三种介质, 如图2所示。不失一般性, 假设 A, B, C 三点的相编号分别为I, II, III。根据水平集函数的分片线性特征, 可得单元三条边上的相界面分界点 D, E, F 的位置

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_D &= \mathbf{x}_A + \frac{\varphi_1(\mathbf{x}_A) - \varphi_{II}(\mathbf{x}_A)}{(\varphi_1(\mathbf{x}_A) - \varphi_{II}(\mathbf{x}_A)) - (\varphi_1(\mathbf{x}_B) - \varphi_{II}(\mathbf{x}_B))} \overline{AB}, \\ \mathbf{x}_E &= \mathbf{x}_A + \frac{\varphi_1(\mathbf{x}_A) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_A)}{(\varphi_1(\mathbf{x}_A) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_A)) - (\varphi_1(\mathbf{x}_C) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_C))} \overline{AC}, \\ \mathbf{x}_F &= \mathbf{x}_B + \frac{\varphi_{II}(\mathbf{x}_B) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_B) - 0}{(\varphi_{II}(\mathbf{x}_B) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_B)) - (\varphi_{II}(\mathbf{x}_C) - \varphi_{III}(\mathbf{x}_C))} \overline{BC}. \end{aligned}$$

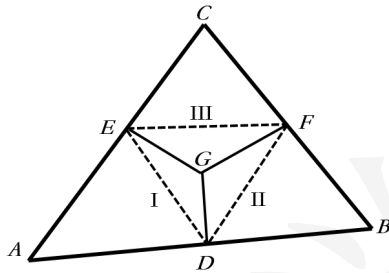


图2 二维相界面拓扑结构(两相情形)

Fig.2 Two-dimensional topology of phase interface (three-phase case)

下面确定三相分界点 G , 记

$$A_1 = A_{\triangle ADE}, A_2 = A_{\triangle BDF}, A_3 = A_{\triangle CEF}, A = A_{\triangle ABC},$$

采用如下近似

$$\lambda_1 = A_1 / A, \quad \lambda_2 = A_2 / A, \quad \lambda_3 = A_3 / A$$

来确定三相分界点的位置, 然后计算各相所占的面积和两两之间的相界面。其中 G 的位置为

$$\mathbf{x}_G = \lambda_1 \mathbf{x}_F + \lambda_2 \mathbf{x}_E + \lambda_3 \mathbf{x}_D.$$

此时, 第I相所占的面积为 $A_{\triangle ADE} + A_{\triangle DEG}$, 第II相所占的面积为 $A_{\triangle BDF} + A_{\triangle DFG}$, 第III相所占的面积为 $A_{\triangle CEF} + A_{\triangle EFG}$ 。I, II两相的相界面为线段 DG , I, III两相的相界面为线段 EG , II, III两相的相界面为线段 FG 。

(3) 三维两相情形

根据水平集函数与三维四面体网格的相交情况, 可以将三维两相的相界面几何结构分为两种情形, 分别如图3(a)和图3(b)所示。

① 情形1

四面体 $ABCD$ 中有一个顶点与其它三个顶点的相编号不一样, 不妨设 A 点的相编号为I, B, C, D 三点的相编号为II (如图3(a)所示), 此时

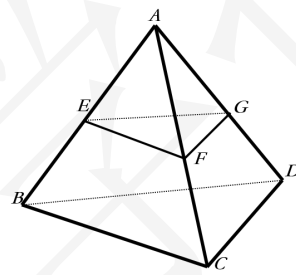
$$\varphi(\mathbf{x}_A) > 0, \quad \varphi(\mathbf{x}_\xi) < 0 \quad (\xi = B, C, D).$$

根据水平集函数的分片线性特征, 使用和二维两相情形类似的算法可得四面体棱上的相分界点 E, F, G , 此时相界面为 $\triangle EFG$, 且第I相所占的体积为

$$V_I = \frac{1}{6} \overline{AE} \times \overline{AG} \cdot \overline{AF},$$

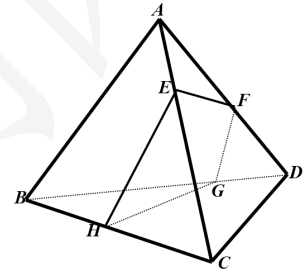
第II相所占的体积为

$$V_{II} = \frac{1}{6} \overline{AB} \times \overline{AD} \cdot \overline{AC} - V_I.$$



(a) 两相情形1

(a) two-phase case 1



(b) 两相情形2

(b) two-phase case 2

图3 三维相界面拓扑结构(两相情形)

Fig.3 Three-dimensional topology of phase interface (two-phase case)

② 情形2

四面体中四个顶点按相编号平均分为两组。不妨设 A, B 的相编号为I, C, D 的相编号为II, 如图3(b)所示。使用和情形1类似的算法, 可以计算出四面体棱上的相分界点 E, F, G, H , 此时相界面为四边形 $EFGH$ 。记

$$\lambda_{00} = \frac{|AE|}{|AC|}, \lambda_{01} = \frac{|AF|}{|AD|}, \lambda_{10} = \frac{|BH|}{|BC|}, \lambda_{11} = \frac{|BG|}{|BD|},$$

$$V = V_{ABCD} = \frac{1}{6} \overline{AB} \times \overline{AD} \cdot \overline{AC},$$

则第II相所占的体积为

$$V_{II} = V_{E-CDGH} + V_{E-FDG}$$

$$= \left(1 - \frac{|BH|}{|BC|} \frac{|BG|}{|BD|} \right) \frac{|EC|}{|AC|} V + \frac{|DG|}{|DB|} \frac{|DF|}{|DA|} \frac{|EF|}{|CA|} V$$

$$= (1 - \lambda_{10} \lambda_{11}) (1 - \lambda_{00}) V + (1 - \lambda_{11}) (1 - \lambda_{01}) \lambda_{00} V$$

$$= (1 - \lambda_{00} \lambda_{01} - \lambda_{01} \lambda_{10} - \lambda_{10} \lambda_{11} + \lambda_{00} \lambda_{01} \lambda_{10} + \lambda_{01} \lambda_{10} \lambda_{11}) V,$$

第I相所占的体积为

$$V_I = V - V_{II}$$

$$= (\lambda_{00}\lambda_{01} + \lambda_{01}\lambda_{10} + \lambda_{10}\lambda_{11} - \lambda_{00}\lambda_{01}\lambda_{10} - \lambda_{01}\lambda_{10}\lambda_{11})V.$$

(3) 三维三相情形

图4给出了三维情形下单元内包含三种介质的相界面拓扑结构。根据水平集函数的分片线性性质，四面体网格的四个顶点中必然有两个为一相，另外两个顶点各占据一相。不失一般性，不妨设A的相编号为I，B的相编号为II，C、D的相编号为III。

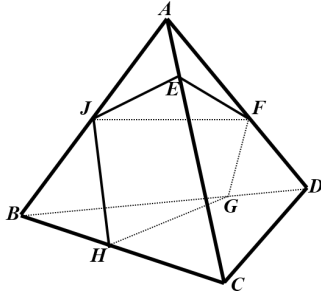


图4 三维相界面拓扑结构(三相情形)

Fig.4 Three-dimensional topology of phase interface (three-phase case)

使用和前面类似的算法，可以计算出四面体棱上的相分界点，包括：相I与相III的分界点E、F，相II与相III的分界点G、H，以及相I与相II的分界点K，此时四面体单元ABCD内包含两个相界面：三角形EFK和四边形FGHK。整个四面体单元的体积为

$$V = V_{ABCD} = \frac{1}{6} \overline{AB} \times \overline{AD} \cdot \overline{AC},$$

第I相所占的体积为

$$V_I = V_{A-EFJ} = \frac{1}{6} \overline{AJ} \times \overline{AF} \cdot \overline{AE},$$

第II相所占的体积为

$$\begin{aligned} V_{II} &= V_{B-FGH} + V_{B-FHJ} \\ &= \frac{1}{6} \overline{BH} \times \overline{BG} \cdot \overline{BF} + \frac{1}{6} \overline{BJ} \times \overline{BH} \cdot \overline{BF}, \end{aligned}$$

第III相所占的体积为

$$V_{III} = V - V_I - V_{II}.$$

2.3 数值通量

在 Euler 坐标系下的多介质数值计算中，每个单元内守恒量的变化来自两个部分：①单元内介质与单元外同相的介质在单元边界上通过流入流出或相互作用力而带来的守恒量变化，称为单元边界通量；

②不同相的介质在相界面处由于相互作用力带来的守恒量变化，称为相界面通量。

以二维两相情形为例(如图5所示)，假设单元 $K_{i,n}$ 与单元 $K_{j,n}$ 具有共边 $S_{ij,n}$ ，且包含物质界面 $\Gamma_{K_{i,n}}$ 。将 $K_{i,n}$ 和 $S_{ij,n}$ 依次分为2个部分 $K_{i,n}^\pm$ 和 $S_{ij,n}^\pm$ ，此时单元包含2种介质，每种介质的守恒量分别定义为：

$$\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm = \left[\rho_{K_{i,n}}^\pm \quad \rho_{K_{i,n}}^\pm \mathbf{u}_{K_{i,n}}^\pm \quad E_{K_{i,n}}^\pm \right]^T.$$

其中， $\rho_{K_{i,n}}^\pm$ 、 $\mathbf{u}_{K_{i,n}}^\pm$ 和 $E_{K_{i,n}}^\pm$ 分别为每种介质的密度、速度和体积比总能， $\mathbf{n}_{K_{i,n}}$ 为物质界面的单位法向。

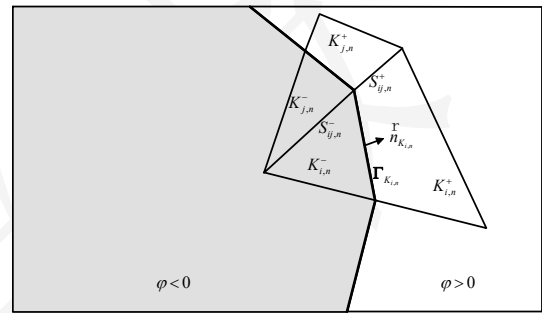


图5 多介质流动计算模型示意图

Fig.5 Schematic diagram for the multi-media flow calculation model

(1) 单元边界数值通量

单元边界的数值通量是指单元边界上同种介质之间的数值通量，且满足：

$$\hat{\mathbf{F}}_{ij,n}^\pm = \Delta t_n \left| S_{ij,n} \right| \hat{\mathbf{F}} \left(\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm, \mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm; \mathbf{n}_{ij,n}^\pm \right).$$

式中， $\mathbf{n}_{ij,n}^\pm$ 为单元边界上的单位法向， Δt_n 为时间步长， $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm, \mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm; \mathbf{n}_{ij,n}^\pm)$ 为相容、单调的数值通量函数。本文采用 local Lax-Friedrich 数值通量函数：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm, \mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm; \mathbf{n}_{ij,n}^\pm) &= \frac{1}{2} \left(\mathbf{F}(\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm) + \mathbf{F}(\mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm) \right) \cdot \mathbf{n}_{ij,n}^\pm \\ &\quad - \frac{1}{2} \lambda (\mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm - \mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm), \end{aligned}$$

且 $\lambda = \max \{ \lambda_{K_{i,n}}, \lambda_{K_{j,n}} \}$ ， $\lambda_{K_{i,n}}$ 和 $\lambda_{K_{j,n}}$ 分别为 $\mathbf{U}_{K_{i,n}}^\pm$ 和 $\mathbf{U}_{K_{j,n}}^\pm$ 的最大信号速度。

(2) 相界面数值通量

相界面数值通量是相界面两侧不同介质之间的数值通量，且满足：

$$\hat{\mathbf{F}}_{K_{i,n}}^{\pm} = \Delta t_n \left| \Gamma_{K_{i,n}} \right| \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_{K_{i,n}}^* \mathbf{n}_{K_{i,n}} \\ \sigma_{K_{i,n}}^* \mathbf{u}_{K_{i,n}}^* \end{bmatrix}.$$

式中, $\mathbf{n}_{K_{i,n}}$ 为相界面的单位法向, $|\Gamma_{K_{i,n}}|$ 为相界面的长度, $\sigma_{K_{i,n}}^*$ 和 $\mathbf{u}_{K_{i,n}}^*$ 分别为相界面上的法向应力和法向速度, 且通过在相界面法向上求解局部一维多介质 Riemann 问题的精确解来获得, 具体见[32, 33]。

2.4 守恒量更新

当计算得到 $K_{i,n}$ 的单元边界数值通量和相界面数值通量后, 可对该单元中每种介质的守恒量进行如下更新:

$$\mathbf{U}_{K_{i,n+1}}^{\pm,*} = \begin{cases} 0 & K_{i,n+1}^{\pm} = 0, \\ \frac{1}{|K_{i,n+1}^{\pm}|} \left(|K_{i,n}^{\pm}| \mathbf{U}_{K_{i,n}}^{\pm} + \sum_{S_{ij,n}^{\pm} \subseteq K_{i,n}^{\pm}} \hat{\mathbf{F}}_{ij,n}^{\pm} + \hat{\mathbf{F}}_{K_{i,n}}^{\pm} \right) & K_{i,n+1}^{\pm} \neq 0. \end{cases} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{U}_{K_{i,n}}^{\pm}$ 、 $\mathbf{U}_{K_{i,n+1}}^{\pm}$ 和 $K_{i,n}^{\pm}$ 、 $K_{i,n+1}^{\pm}$ 分别表示 t_n 和 t_{n+1} 时刻单元内每种介质的守恒量和体积。

2.5 单元碎片聚合

利用式(7)来更新守恒量, 等价于在原始背景网格 Λ 和相界面耦合的网格上求解控制方程组。由于有些网格单元被相界面分割成一些碎片, 这些碎片单元的尺寸比原始单元的尺寸小, 导致 CFL 条件被破坏, 可能造成数值不稳定。为了消除不稳定性, 需要对 $\mathbf{U}_{K_{i,n+1}}^{\pm,*}$ 进行特殊处理。首先建立单元片, 使得

每个碎片单元都处于同介质的单元片中, 并且该单元片中至少包含一个完整单元; 然后修正守恒量, 对单元片中每个单元上的介质守恒量进行单元体积的加权平均, 以保证整体物理量的守恒。图 6 为网格聚合算法及碎片处理的示意图。

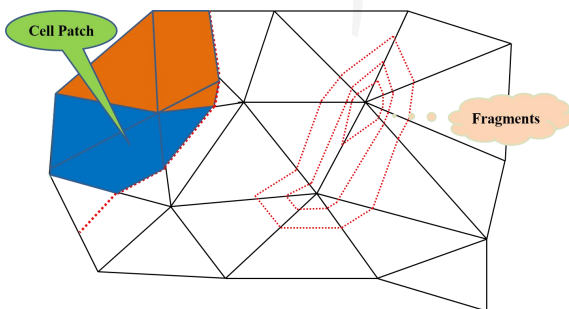


图 6 网格聚合算法及碎片处理

Fig.6 Cell aggregation and fragment process

(1) 建立单元片

提出如下的聚合算法来建立单元片。首先把包含碎片的单元(即界面单元)收集起来

$$E_{n+1}^{\pm} = \{K_i \in \Lambda : K_{i,n+1}^{\pm} \neq K_i \text{ 或 } K_{i,n+1}^{\pm} \neq \Phi\},$$

再把与界面单元相邻并且只含有当前所考虑介质的单元收集起来, 作为种子单元

$$B_{n+1}^{\pm} = \{K_i \in \Lambda : K_{i,n+1}^{\pm} = K_i \text{ 且 } \bar{K}_i \cap \bar{K}_j \neq \Phi, \bar{K}_j \in E_{n+1}^{\pm}\}.$$

其中, Φ 表示空集合, $\bar{K}_i \cap \bar{K}_j \neq \Phi$ 表示单元 K_i 与单元 K_j 具有一条共边。

单元片是由 $E_{n+1}^{\pm}$ 和 $B_{n+1}^{\pm}$ 中的某些单元构成的一簇单元。聚合算法刚开始时, 每个单元片中只包含一个界面单元, 即

$$P_{n+1}^{\pm} = \{P_{n+1,i}^{\pm} : P_{n+1,i}^{\pm} = \{K_i\}, K_i \in E_{n+1}^{\pm}\}.$$

具体算法流程如下:

- 1) 对 $\forall K_i \in B_{n+1}^{\pm}$, 为其指定唯一编号 I_{K_i} ;
 - 2) 对 $\forall K_i \in B_{n+1}^{\pm}$, $\forall \kappa \in \partial K_i$, 如果 κ 上没有设定编号, 就为 κ 设定编号为 I_{K_i} ;
 - 3) 对 $\forall K_i \in E_{n+1}^{\pm}$, 如果 $\exists \kappa \in \partial K_i$, 则给 K_i 设置编号为 I_{κ} , 令 $E_{n+1}^{\pm} = E_{n+1}^{\pm} \setminus \{K_i\}$, $B_{n+1}^{\pm} = B_{n+1}^{\pm} \cup \{K_i\}$;
 - 4) 如果 $E_n^{\pm} = \Phi$, 则单元片建立完成, 流程终止; 如果上一步给 $E_n^{\pm}$ 中的单元设置了编号, 转步骤 2);
 - 5) 对 $\forall K_i \in E_n^{\pm}$, 为 K_i 设置一个唯一的编号 I_{K_i} , 且 $I_{K_i} > \max_{K_i \in B_{n+1}^{\pm}} I_{K_i}$;
 - 6) 对 $\forall K_i \in E_n^{\pm}$, $\forall \kappa \in \partial K_i$, 如果 κ 上没有设置编号, 为其设置编号 I_G , 令 $I_G = I_{K_i}$; 否则如果 $I_G > I_{K_i}$, 令 $I_G = I_{K_i}$;
 - 7) 对 $\forall K_i \in E_{n+1}^{\pm}$, 令其单元编号 $I_{K_i} > \min_{G \in \partial K_i} I_G$;
 - 8) 如果 7) 中 $\forall K_i \in E_{n+1}^{\pm}$, K_i 的编号没有变化, 令 $B_{n+1}^{\pm} = B_{n+1}^{\pm} \cup E_{n+1}^{\pm}$, 单元片建立完成; 否则, 转 6)。
- 上述过程结束后, $B_{n+1}^{\pm}$ 中编号相同的单元就构成了一个单元片 $P_{n+1,i}^{\pm}$ 。

(2) 修正守恒量

将单元片 $P_{n+1,i}^{\pm}$ 中每个单元 K_i 上的守恒量设为

$$U_{K_i, n+1}^{\pm} = \frac{\sum_{\hat{K}_i \in P_{n+1, i}^{\pm}} |\hat{K}_{i, n+1}^{\pm}| U_{K_i, n+1}^{\pm, *}}{\sum_{\hat{K}_i \in P_{n+1, i}^{\pm}} |\hat{K}_{i, n+1}^{\pm}|}, \quad \forall K_i \in P_{n+1, i}^{\pm} \quad (8)$$

可以证明, 后处理方法(8)满足

$$\sum_{K_i \in \Lambda} |K_{i, n+1}^{\pm}| U_{K_i, n+1}^{\pm, *} = \sum_{K_i \in \Lambda} |K_{i, n+1}^{\pm}| U_{K_i, n+1}^{\pm}.$$

后处理过程(8)实际上消去了同一单元片内部单元间的数值通量, 将(7)的更新改为只考虑单元片边界上的通量。由于每个单元片中至少有一个完整单元, 因而满足 CFL 条件, 整个算法的数值稳定性得到了保证。

如果一个小的单元碎片孤立存在于其它介质单元中, 有可能整个单元片中没有一个完整的单元与它含有相同的介质。因此, 有些 $P_{n+1, i}^{\pm}$ 在算法完成之后只有一个单元, 将这些单元合起来作为一个单元片, 称之为“孤岛”。如果孤岛的体积小于预设的忍量(原始单元体积的 10^{-8}), 直接将孤岛上该介质的守恒量设为缺省的极低压状态, 计算过程中孤岛会逐渐缩小直至消失, 这种做法可以有效地消除过于复杂的相界面, 因此总的计算量得到控制。

3 数值算例

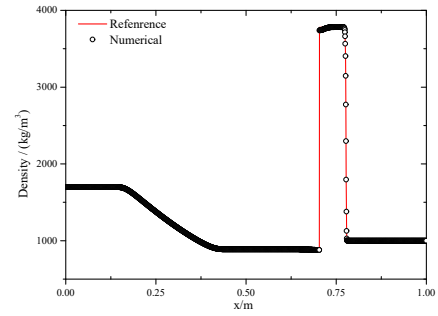
本节给出一些数值算例来对数值方法进行测试, 包括多介质 Riemann 问题、激波-气泡相互作用、触地浅埋爆炸以及典型坑道内的冲击波传播等问题, 验证数值方法的可靠性和计算效率。

3.1 多介质 Riemann 问题

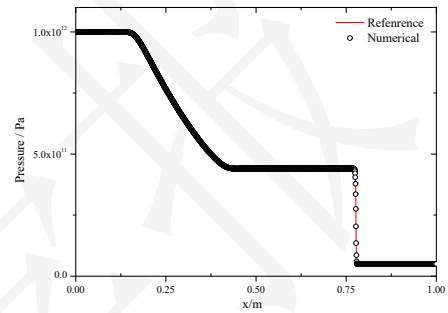
首先计算一个 JWL 状态方程的单介质 Riemann 问题, 来自文献[34]。计算区域为 $[0, 1] \times [0, 5 \times 10^{-3}]$, 网格尺寸为 2.5×10^{-3} 。其中, JWL 状态方程参数取 $A_1 = 8.545 \times 10^{11} \text{Pa}$, $A_2 = 2.05 \times 10^{10} \text{Pa}$, $\omega = 0.25$, $R_1 = 4.6$, $R_2 = 1.35$, $\rho_0 = 1840 \text{ kg/m}^3$ 。初值条件如下:

$$[\rho, u, v, p] = \begin{cases} [1700, 0, 0, 10^{12}] & x < 0.5, \\ [1000, 0, 0, 5 \times 10^{10}] & x > 0.5. \end{cases}$$

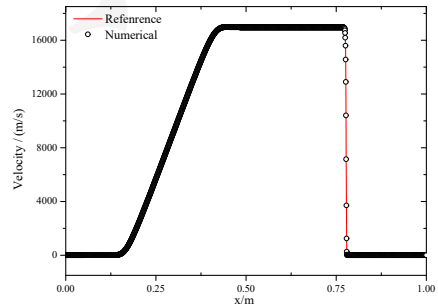
计算时间为 $t = 1.2 \times 10^{-5}$ 。计算结果与文献参考解[34]的对比如图 7 所示, 对比表明本文结果与文献中的高精度参考解符合较好, 且在相界面处密度具有高分辨率。



(a) 密度
(a) Density



(b) 压力
(b) Pressure



(c) 速度
(c) Velocity

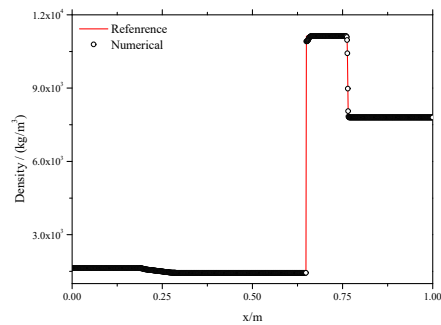
图 7 Shyue 激波管问题

Fig.7 Shyue shock tube problem

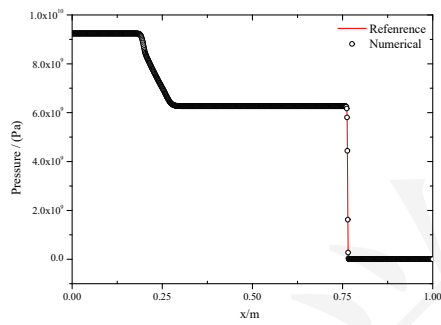
再计算一个 JWL-弹性固体的 Riemann 问题, 其中气体相用 JWL 状态方程来描述, 参数为 $A_1 = 8.545 \times 10^{11} \text{Pa}$, $A_2 = 2.050 \times 10^{10} \text{Pa}$, $\omega = 0.25$, $R_1 = 4.6$, $R_2 = 1.35$, $\rho_0 = 1840 \text{ kg/m}^3$ 。固体相的静水压力用刚性气体状态方程描述, 且 $\gamma = 4.4$, $p_{\infty} = 6 \times 10^8 \text{Pa}$, 固体的偏应力遵守 Hooke 定律, 且 $\beta^e = 10^{14} \text{ Pa} \cdot \text{kg/m}^3$ [35]。初值条件如下:

$$[\rho, u, v, p] = \begin{cases} [1630, 0, 0, 10^9] & x < 0.5, \\ [7800, 0, 0, 10^5] & x > 0.5. \end{cases}$$

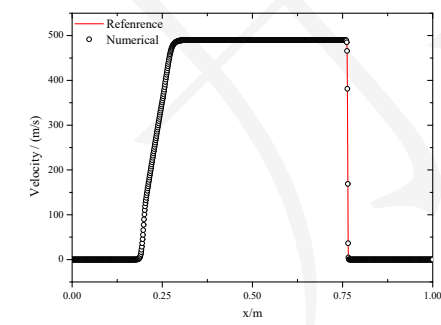
计算时间为 $t=10^{-4}$ 。图 8 给出了计算结果与参考解^[35]的对比, 从对比分析可知数值结果与参考解符合较好, 且在接触间断和激波附近具有较高的分辨率。



(a) 密度
(a) Density



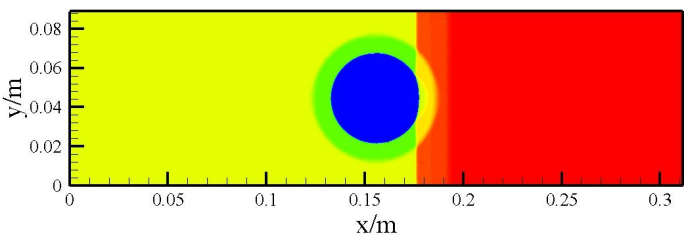
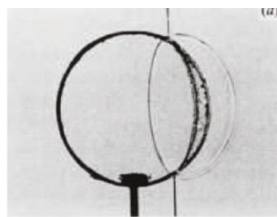
(b) 压力
(b) Pressure



(c) 速度
(c) Velocity

图 8 JWL-弹性固体 Riemann 问题

Fig.8 JWL-elastic solid Riemann problem



3.2 激波-气泡相互作用

激波-气泡作用问题是可压缩多介质流体问题的一个经典算例^[36-38]。初值条件如下: 一个直径为 50mm 的圆形气泡放置在长 311.5mm、宽 89mm 的激波管的正中间, 其余地方充满空气(如图 9 所示)。初始时刻, 气泡右侧 5mm 处有一个马赫数为 $Ma=1.22$ 、向左运动的平面激波。初始物理参数如表 2 所示。计算模型的上、下边界设为反射边界条件, 左、右边界设为出流边界条件, 网格尺寸为 1mm。

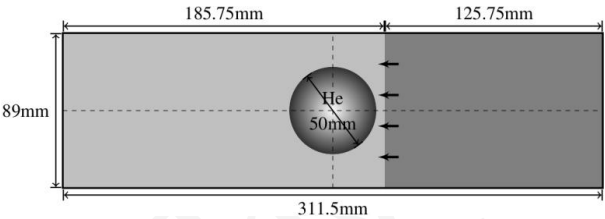


图 9 激波-气泡相互作用问题示意图

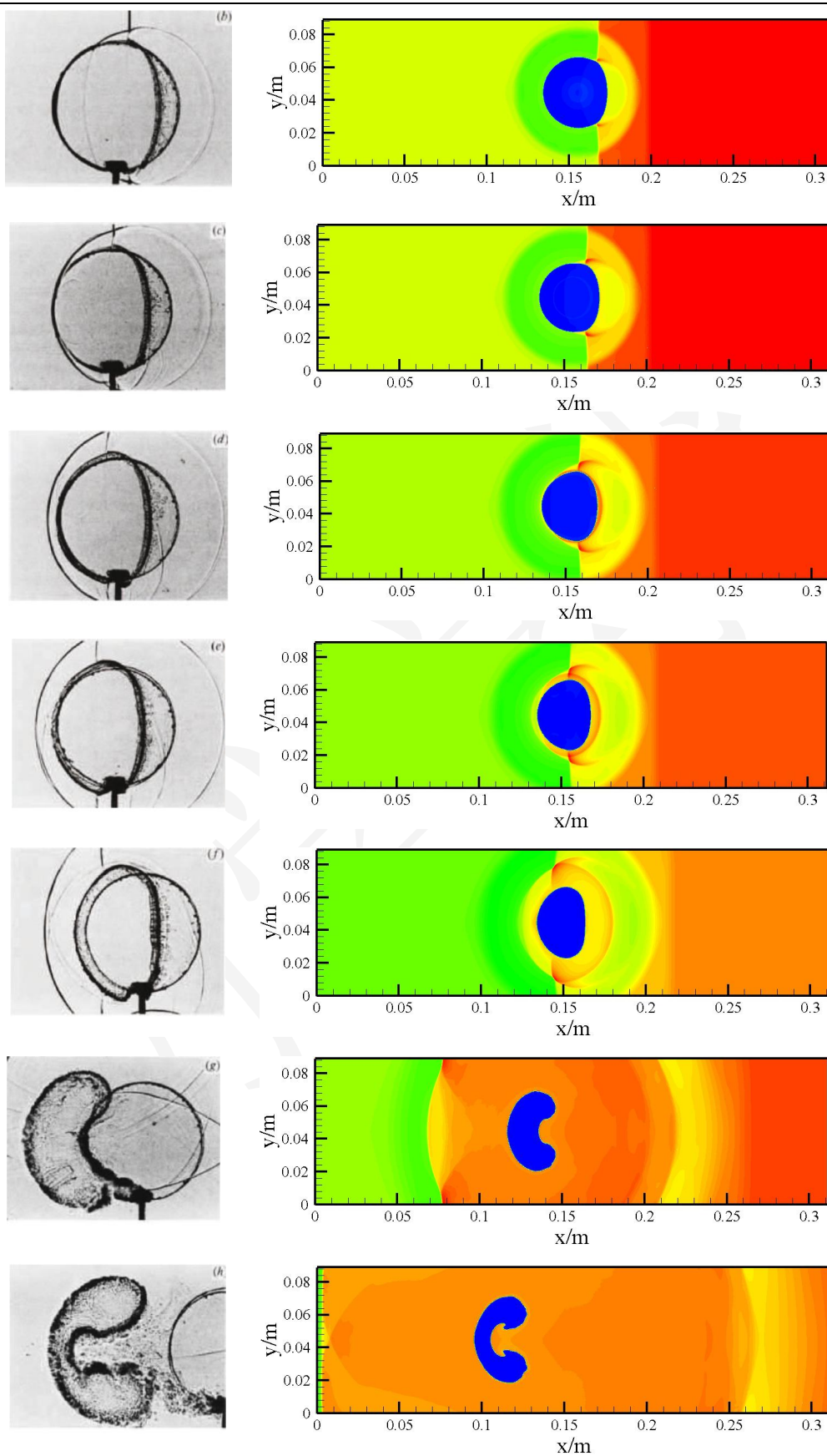
Fig.9 Computational model of gas-bubble interaction problem

表2 激波-气泡问题的初始物理参数

Tab.2 Initial physical parameters of gas-bubble problem

Materials	ρ (kg/m ³)	u (m/s)	p (Pa)	γ
Helium (bubble)	0.2228	0	101325	1.648
Air(before shock)	1.2250	0	101325	1.400
Air(after shock)	1.6861	-113.534	159059	1.400

图 10 给出了不同时刻的数值结果, 并与 Haas 和 Sturtevant 的实验结果^[38]进行了比较。图中第一列为实验纹影图, 第二列为数值计算得到的密度等值线图。对比可知, 数值计算结果与实验结果定性吻合。当激波从密度大的空气进入密度小的氦气时, 气泡的上游边缘呈现出 Richtmyer-Meshkov 不稳定性, 其蘑菇形状在 $445\mu s$ 时刻发生。从 $427\mu s$ 开始气泡发生严重变形, 到 $674\mu s$ 时空气的上尖峰和下尖峰形成。随后气泡变得越来越薄, 直至发生破裂。算例中的气泡大变形问题对数值计算提出了很大的挑战, 但计算结果表明, 本文的数值方法可以很好的追踪相界面, 同时能够保持 y 方向上解的对称性, 证明了数值方法的正确性。



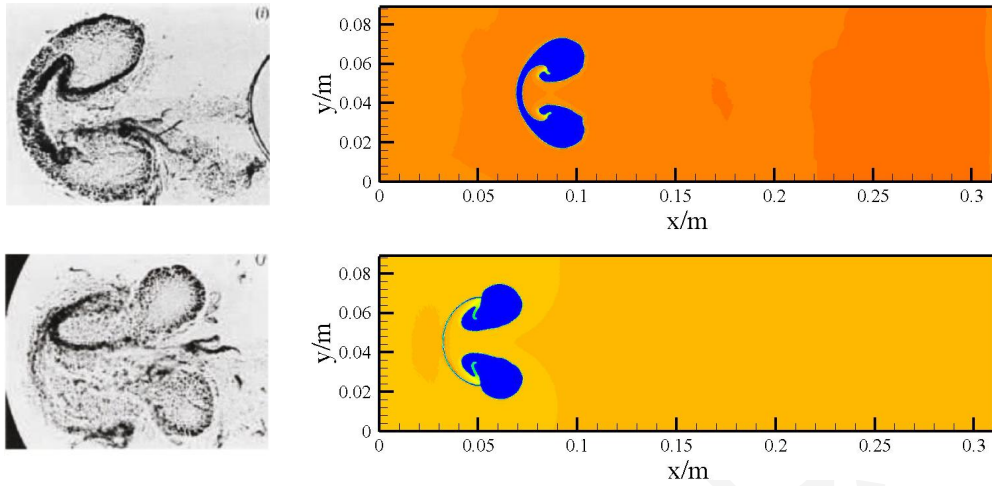


图 10 激波-气泡相互作用问题。第一列从上到下依次为 $32\mu\text{s}$, $53\mu\text{s}$, $62\mu\text{s}$, $72\mu\text{s}$, $82\mu\text{s}$, $102\mu\text{s}$, $245\mu\text{s}$, $427\mu\text{s}$, $674\mu\text{s}$ 和 $983\mu\text{s}$; 第二列从上到下依次为 $23\mu\text{s}$, $43\mu\text{s}$, $53\mu\text{s}$, $66\mu\text{s}$, $75\mu\text{s}$, $102\mu\text{s}$, $260\mu\text{s}$, $445\mu\text{s}$, $674\mu\text{s}$ 和 $983\mu\text{s}$ 。

Fig.10 Gas-bubble interaction problem. First column: $32\mu\text{s}$, $53\mu\text{s}$, $62\mu\text{s}$, $72\mu\text{s}$, $82\mu\text{s}$, $102\mu\text{s}$, $245\mu\text{s}$, $427\mu\text{s}$, $674\mu\text{s}$ 和 $983\mu\text{s}$; Second column: $23\mu\text{s}$, $43\mu\text{s}$, $53\mu\text{s}$, $66\mu\text{s}$, $75\mu\text{s}$, $102\mu\text{s}$, $260\mu\text{s}$, $445\mu\text{s}$, $674\mu\text{s}$ 和 $983\mu\text{s}$ 。

3.3 浅埋爆炸问题

计算一个二维三相问题-浅埋爆炸，用于测试本文方法在处理三相问题时的能力。计算区域内包含三种介质：爆炸产物、空气和地介质。爆炸产物初始半径为 0.1m ，初始时刻位于地下 0.1m 处。爆炸产物和空气采用理想气体状态方程，绝热指数均为 1.4 。地介质的静水压力部分采用刚性气体状态方程，偏应力部分采用理想弹塑性材料模型，且 $\gamma = 4.4$ ， $p_\infty = 6 \times 10^3 \text{Pa}$ ， $\mu^e = 8.53 \times 10^5 \text{Pa}$ ， $\mu^p = 0$ ， $Y^e = 6.5 \times 10^3 \text{Pa}$ 。初值条件如下：

$$[\rho, u, v, p, \gamma] = \begin{cases} [1.0, 0, 0, 10^5, 1.4] & \sqrt{x^2 + (y+0.1)^2} \leq 0.1, \\ [26.7, 0, 0, 1.0, 4.4] & \sqrt{x^2 + (y+0.1)^2} > 0.1 \cap y < 0, \\ [1.0, 0, 0, 1.0, 1.4] & \sqrt{x^2 + (y+0.1)^2} > 0.1 \cap y \geq 0. \end{cases}$$

图 11 和 12 给出了浅埋爆炸条件下，典型时刻整个计算区域内的密度和压力分布情况。在浅埋爆炸问题中，炸药爆炸产生的冲击波会剧烈压缩地介质，并在地介质中形成应力波。当冲击波突破地表面后，形成弹坑，并喷射到空气中形成强冲击波。从计算结果来看，本文的数值方法能够正确反映浅埋爆炸时的实际物理过程，表明本文的三相数值方法是正确的。

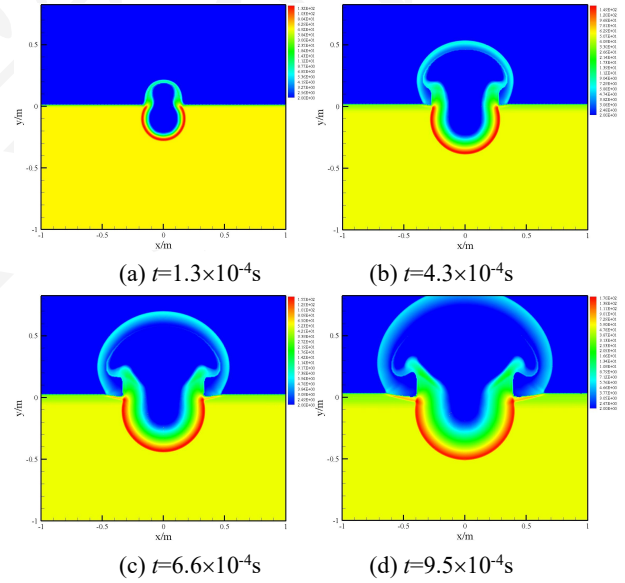
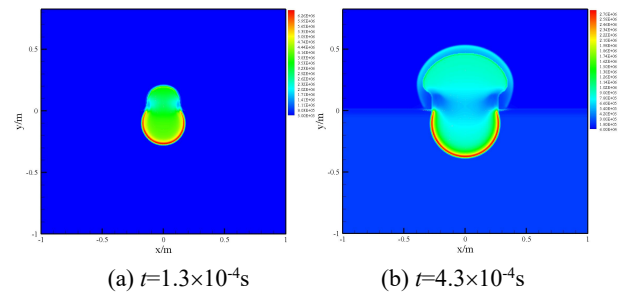


图 11 浅埋爆炸典型时刻的密度云图

Fig.11 Density contours of sub-surface blast problem



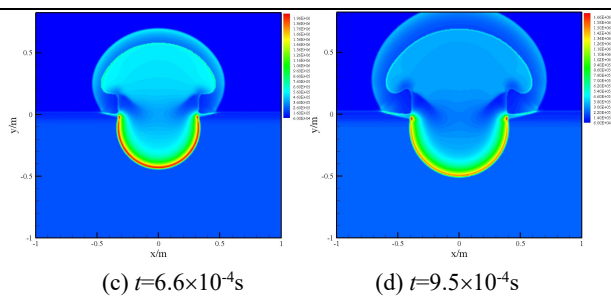


图 12 浅埋爆炸典型时刻的压力云图

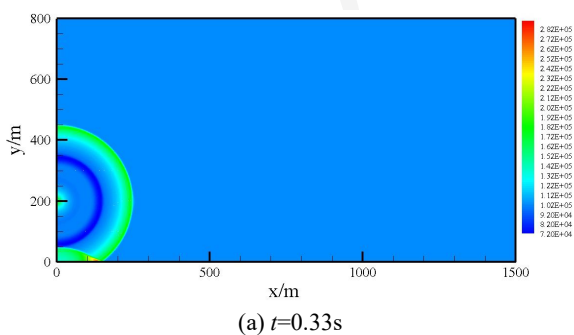
Fig.12 Pressure contours of sub-surface blast problem

3.4 空中强爆炸冲击波传播

计算一个当量为 1 kt TNT、爆高为 200 m 的空中强爆炸冲击波传播问题。强爆炸产物采用等温等压球模型，取爆炸总当量的 85% 作为强爆炸的力学初始能量^[39]。空气采用理想气体状态方程，初始压力为 101.3 kPa，初始密度为 1.29 kg/m³。计算区域在 $x=0$ 和 $y=0$ 设为固壁反射边界条件，其余边界设为无反射边界条件。

计算得到典型时刻的冲击波压力等值线如图 13 所示，当空中强爆炸产生的冲击波传播到地面时，最早在爆心投影点发生正反射，然后以逐渐增大的入射角发生斜反射，产生双激波结构的规则反射(图 13(a))。随着冲击波向外继续传播，入射角不断增大。当入射角增大到临界角附近时将发生马赫反射，此时反射波阵面和入射波阵面的交点离开地面，形成垂直于地面的马赫杆(图 13(b))。随着冲击波的进一步传播，马赫杆不断增长。

图 14 给出了数值计算得到的地面冲击波载荷分布(峰值超压和冲量)与实测结果拟合的经验公式^[40]的对比情况。由对比可知，计算得到的地面冲击波参数与实测结果符合较好，最大误差不超过 40%。



(a) $t=0.33s$

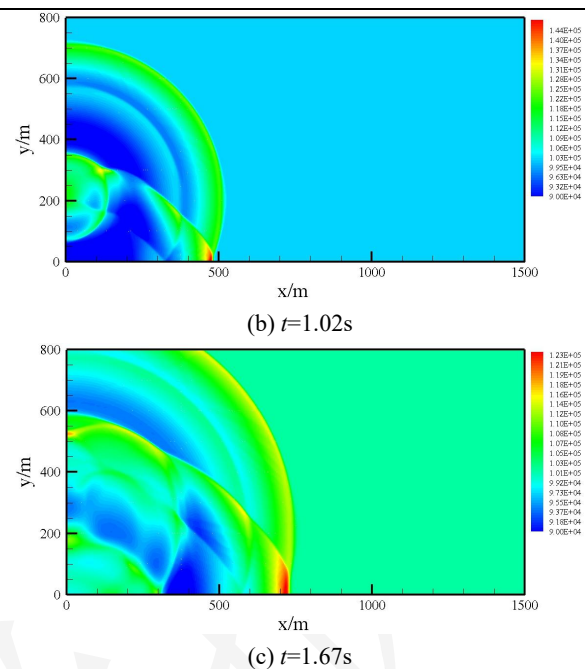
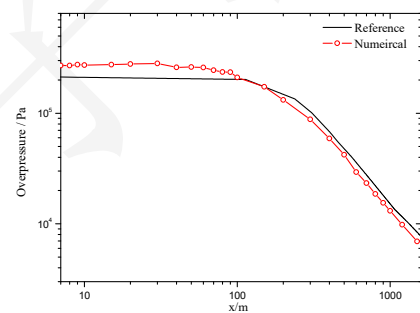
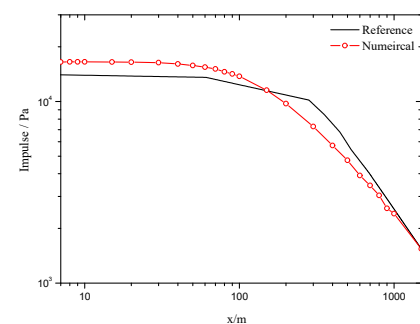


图 13 空中强爆炸典型时刻的压力云图

Fig.13 Pressure contours of air blast at typical time



(a) 峰值超压
(a) Peak overpressure



(b) 冲量
(b) Impulse

图 14 地面不同距离处的冲击波参数

Fig.14 Blast wave parameters on the ground at different radii

3.5 三维坑道中冲击波传播

计算了 1kg TNT 爆炸产生的冲击波在一个“十”字型三维密闭空间中的传播过程。考虑空间结构的对称性,将其简化为一个“L”型的结构 $E_1 \cup E_2$ 。其中, $E_1=[0, 2] \times [0, 2] \times [0, 6] \text{m}$, $E_2=[0, 6] \times [0, 2] \times [0, 2] \text{m}$ 。TNT 和空气分别采用 JWL 状态方程和理想气体状态方程来描述。由于三维的计算量很大,本文采用了网格自适应技术并结合基于区域分解的并行

计算策略,有效提高了计算效率。图 15 给出了典型时刻的冲击波流场压力云图,图 16 给出了 $t=9.2 \times 10^{-4} \text{s}$ 时刻典型位置处的冲击波压力切面图。计算结果表明,TNT 爆炸后将在空气中产生强冲击波,起初波阵面以球面波的形式向外传播。当冲击波遇到固壁时,将发生反射并沿壁面继续向前传播,最终在整个密闭空间中形成非常复杂的载荷分布。

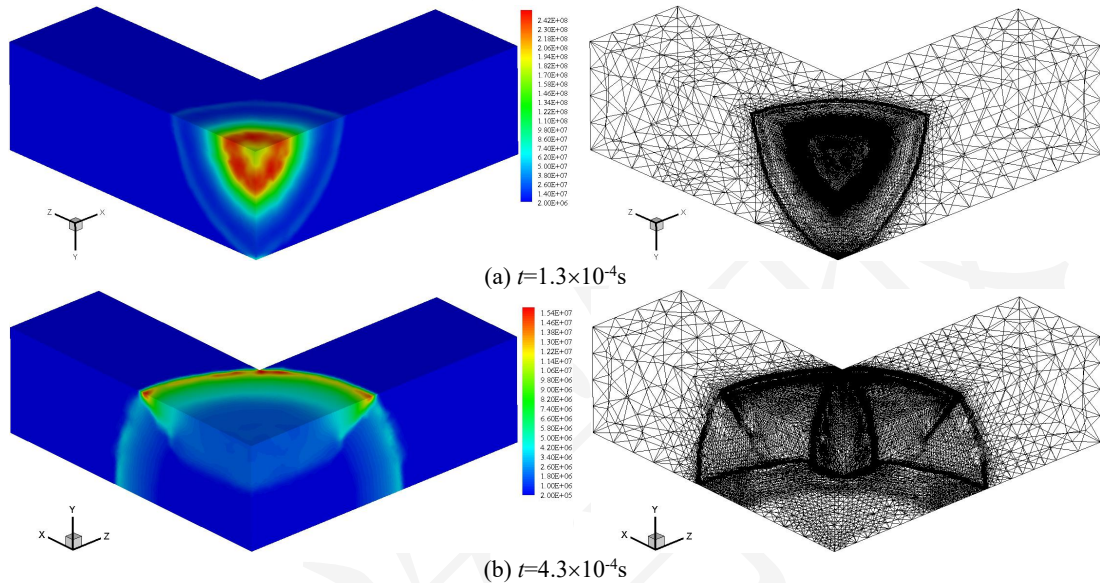
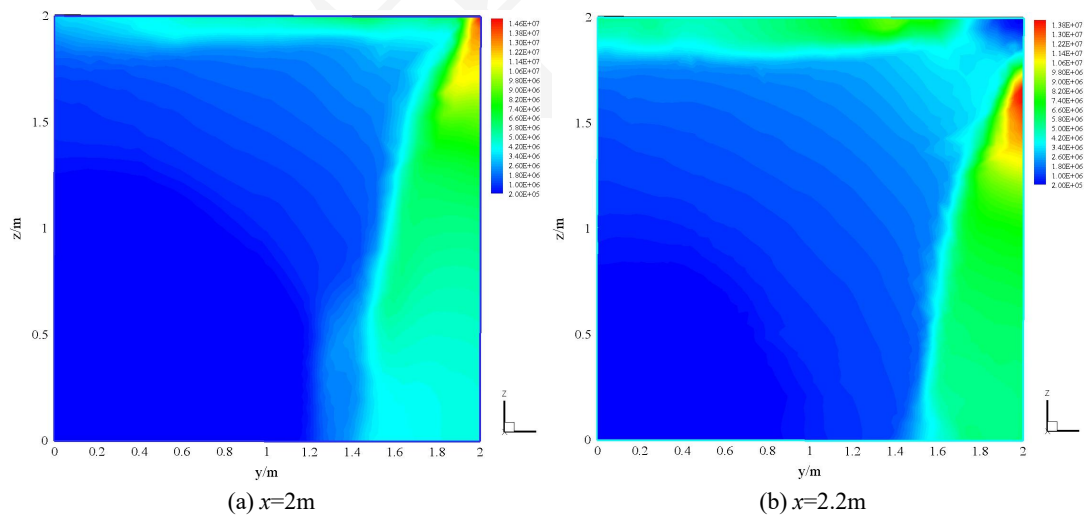


图 15 典型时刻的三维冲击波压力云图和网格自适应图

Fig.15 Pressure contours and adaptive meshes of three-dimensional blast wave propagation



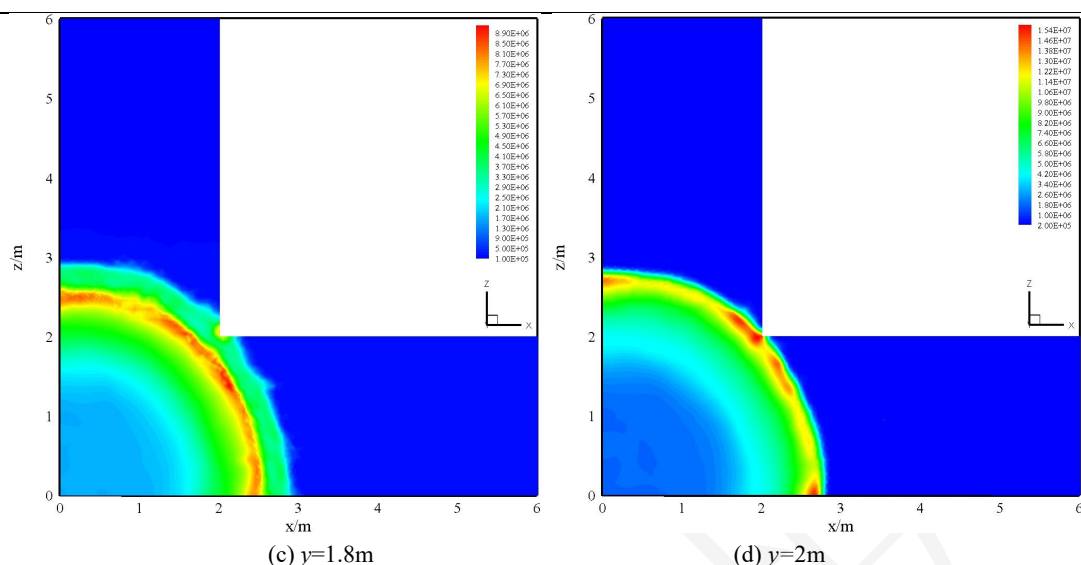


图 16 $t=9.2 \times 10^{-4}$ s 时的冲击波压力切面图
Fig.16 Typical pressure sections of blast wave at $t=9.2 \times 10^{-4}$ s

4 结论

本文提出了一种基于 Euler 坐标系的非结构网格上互不相溶的、具有锐利相界面的守恒型多介质流动数值方法,建立了二维和三维单纯形网格上的多介质流动数值模拟程序,可用于模拟可压缩流体和弹塑性固体在爆炸与冲击等极端物理条件下的大变形动力学行为。本文提出的多介质流动数值方法采用了向量型的水平集函数,理论上可以处理全局任意种介质、局部三种介质的多介质流动问题,且能够保持锐利的相界面。此外,提出的基于非结构网格上的聚合算法能够从本质上消除由于网格被相界面分割成较小碎片而带来的数值不稳定性,有效提高了数值计算的效率和健壮性。最后结合具有代表性的数值算例和实际应用问题,验证了数值方法在处理多介质大变形和相界面大变形问题中的能力。

参考文献

- 1 王昭, 严红. 基于气液相界面捕捉的统一气体动力学格式. 力学学报, 2018, 50(4): 711-721(Wang Zhao, Yan Hong. Unified gaskinetic scheme for two phase interface capturing. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, 50(4): 711-721(in Chinese))
- 2 刘文超, 刘曰武. 低渗透煤层气藏中气-水两相不稳定渗流动态分析. 力学学报, 2017, 49(4): 828-835(Liu Wenchao, Liu Yuewu. Dynamic analysis on gas-water two-phase unsteady seepage flow in low-permeable coalbed gas reservoirs. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(4): 828-835(in Chinese))

- 3 Benson D. Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1992, 99(2-3): 235-394.
- 4 贾祖鹏, 张树道, 蔚喜军. 多介质流体动力学计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (Jia Zupeng, Zhang Shudao, Yu Xijun. Numeircal methods of multi-material flow dynamics[M]. Beijing: Science Press, 2014 (in Chinese))
- 5 Hirt C, Amsden Aand Cook J. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds[J]. Journal of Computational Physics, 1974, 14(3): 227-253.
- 6 何涛. 基于ALE有限元法的流固耦合强耦合数值模拟[J]. 力学学报, 2018, 50(2): 395-404. (He Tao. A partitioned strong coupling algorithm for fluid-structure interaction using arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element formulation. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, 50(2): 395-404(in Chinese))
- 7 Arienti M. A level set approach to Eulerian-Lagrangian coupling[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 185(1): 213-251.
- 8 Hirts Cand Nichols B. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 1981, 39(1): 201-225.
- 9 张漫漫, 孙姣, 陈文义. 一种基于几何重构的Youngs-VOF耦合水平集追踪方法[J]. 力学学报, 2019, 51(3): 775-786. (Zhang Manman, Sun Jiao, Chen Wenyi. An interface tracking method of coupled Youngs-VOF and level set based on geometric reconstruction[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 51(3): 775-786.)
- 10 Dyadechko Vand Shashkov M. Moment-of-fluid interface reconstruction [M]. Los Alamos report A-UR-05-7571, 2005.
- 11 Glimm J, Grove J and Li X. Three-dimensional front tracking[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 19(3): 1703-727.

力学学报

Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics

- 12 Tryggvason G, Bunner B and Esmaeeli A. A front-tracking method for the computations of multiphase flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 169(2): 708–759.
- 13 Osher S and Sethian J. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton–Jacobi formulations[J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12–49.
- 14 Sethian J. *Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science*[M]. Cambridge university press, 1999.
- 15 Fedkiw R. A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method) [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, 152(2): 457–492.
- 16 Liu TG, Khoo BC and Wang CW. The ghost fluid method for compressible gas–water simulation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 204(1): 193–221.
- 17 Liu TG, Khoo BC and Xie WF. Isentropic one-fluid modelling of unsteady cavitating flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2004, 201(1): 80–108.
- 18 Liu TG, Khoo BC and Yeo K. Ghost fluid method for strong shock impacting on material interface. *Journal of Computational Physics*, 2003, 190(2): 651–681.
- 19 Liu TG, Khoo BC and Yeo K. Ghost fluid method for strong shock impacting on material interface[J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 190(2): 651–681.
- 20 Liu TG, Khoo BC and Yeo K. The simulation of compressible multi-medium flow[J]. I. A new methodology with test applications to 1D gas–gas and gas–water cases. *Computers & fluids*, 2001, 30(3): 291–314.
- 21 Wang CW, Liu TG and Khoo BC. A real ghost fluid method for the simulation of multimediuim compressible flow[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2006, 28(1): 278–302.
- 22 Gao S, Liu TG and Yao CB. A complete list of exact solutions for one-dimensional elasticperfectly plastic solid Riemann problem without vacuum[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, 63: 205–227.
- 23 Nourgaliev R, Liou M and Theofanous T. Numerical prediction of interfacial instabilities: Sharp interface method (SIM) [J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(8): 3940–3970.
- 24 Liu C and Hu C. Adaptive THINC-GFM for compressible multi-medium flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 342: 43–65.
- 25 白晓. 可压缩多相流问题的数值研究及应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学, 2016. (Bai Xiao. Numerical Investigation of compressible multi-phase flows and application[M]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016 (in Chinese))
- 26 Hu XY, Khoo BC, Adams NA, Huang FL. A conservative interface method for compressible flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 219(2): 553–578.
- 27 Hu XY, Adams NA, Laccarino G. On the HLLC Riemann solver for interface interaction in compressible multi-fluid flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(17): 6572–6589.
- 28 Meyer M, Devesa A and Hickel S, Hu XY and Adams NA. A conservative immersed interface method for large-eddy simulation of incompressible flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(18): 6300–6317.
- 29 Lauer E and Hu XY and Hickel S, Adams NA. Numerical modelling and investigation of symmetric and asymmetric cavitation bubble dynamics[J]. *Computers & Fluids*, 2012, 69(2), 1–19.
- 30 Tryggvason G, Bunner B and Esmaeeli A. A front-tracking method for the computations of multiphase flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 169(2): 708–759.
- 31 Di YN, Li R, Tang T. Level set calculations for incompressible two-phase flows on a dynamically adaptive grid[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2007, 31(1):75–98.
- 32 Eleutuo F T. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*[M]. USA: Springer, 2009: 102–200.
- 33 Guo YH, Li R, Yao CB. A numerical method on Eulerian grids for two-phase compressible flow[J]. *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 8(2):187–212.
- 34 Shyue K. A fluid-mixture type algorithm for compressible multicomponent flow with Mie–Grüneisen equation of state[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 171(2): 678–707.
- 35 Gavriluk SL, Favrie N, and Saurel R. Modelling wave dynamics of compressible elastic materials[J]. *Journal of Computational Physics*, 227(5):2941–2969, 2008.
- 36 Quirk J and Karni S. On the dynamics of a shock–bubble interaction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 318: 129–163.
- 37 Ullah M, Gao W and Mao D. Towards front-tracking based on conservation in two space dimensions III, tracking interfaces[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 242: 268–303.
- 38 Haas J and Sturtevant B. Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 181: 41–76.
- 39 乔登江. 核爆炸物理概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003:51–55. (Qiao DJ. An Introduction to Nuclear Explosion Physics. National Defence Industry Press (in Chinese), 2003).
- 40 Glasstone S, Dolan PJ. Effects of nuclear weapons [M]. USA United States Department of Defense and the Energy Research and Development Administration, 1977: 453–501.