

对“二阶迎风 TVD 数值格式在非平衡高超声速钝体绕流中的应用”一文的讨论

胡光初

(中国空气动力研究与发展中心, 四川绵阳 621000)

为了方便讨论, 将我们于 1994 年 3 月在《力学学报》第 2 期上发表的“二阶迎风 TVD 数值格式在非平衡高超声速钝体绕流中的应用”一文列为本文参考文献 [6].

1 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式粘性流场计算结果的可靠性问题

文 [6] 和本文所提到的 Yee-Harten TVD 格式的二阶精度是指一维标量偏微分方程离散的差分格式的计算精度 (此处引用文献 [1] 原文作者的提法 Second-Order Upwind TVD Scheme) 根据 Yee, H.C. (见文献 [1]) 和国内学者 (见文献 [7~10, 12]) 研究表明 Yee-Harten TVD 格式直接推广到多维情况下, 计算结果分辨率高并具有足够的可靠性. 由于文 [6] 的篇幅有限, 我们关于 Yee-Harten TVD 格式计算结果的可靠性验证的部分算例没有发表, 现将有关算例介绍如下.

1.1 平板边界层的 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式计算结果与 Blasius 解的比较

我们用 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式计算两个平板边界层的算例, 并与 Blasius 解进行比较, 见图 1 和图 2. 图 1 对应的计算条件为: $Re_{\infty} = 1.51 \times 10^7 m^{-1}$, $M_{\infty} = 0.6$, $T_{\infty} = 273.16 K$. 图 2 对应的计算条件为: $Re_{\infty} = 1.84 \times 10^5 m^{-1}$, $M_{\infty} = 1.2$, $T_{\infty} = 273.16 K$.

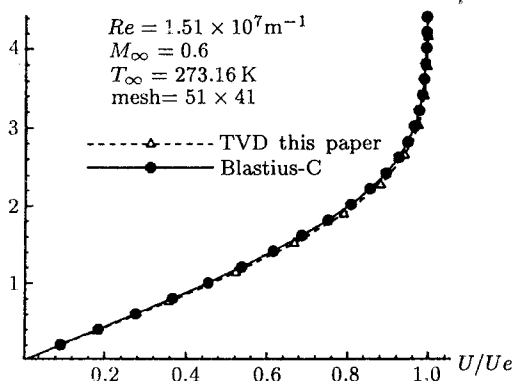


图 1 平板边界层 Yee-Harten TVD 格式数值解与 Blasius 解的比较

Fig.1 Comparison of the results of Yee-Harten TVD and Blasius

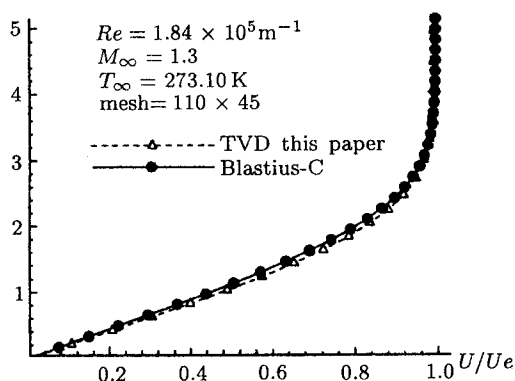


图 2 平板边界层 Yee-Harten TVD 格式数值解与 Blasius 解的比较

Fig.2 The results of Yee-Harten TVD and Blasius

1996-11-11 收到第一稿, 1997-04-15 收到修改稿.

从图 1, 图 2 中可以看出, 不论来流是亚声速还是超声速流动, 计算结果与 Blasius 解都很符合, 这说明 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式的计算结果具有足够的可靠性.

1.2 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式在高超声速球头绕流中的可靠性验证

由于不同热力学、化学特性造成计算结果的差异, 往往影响格式计算结果的可靠性分析. 因此我们计算了文献 [4] 所述的高超声速球头冻结流 ($r = 9/7$) 的算例. 来流条件为: $M_\infty = 29.45$, $T_\infty = 196.7 \text{ K}$, $Re_\infty = 4000$, $r = 9/7$, $T_w = 1500 \text{ K}$, $R_n = 0.10 \text{ FT}$.

图 3 为驻点线上的温度分布. 从与文献 [4] 提供的结果的比较上看, 两者比较吻合, 此外, 图 (3) 中还给出了本文用边界层计算的结果, 表明用 Yee-Harten 二阶 TVD 格式进行计算, 在边界层附近获得较好的结果.

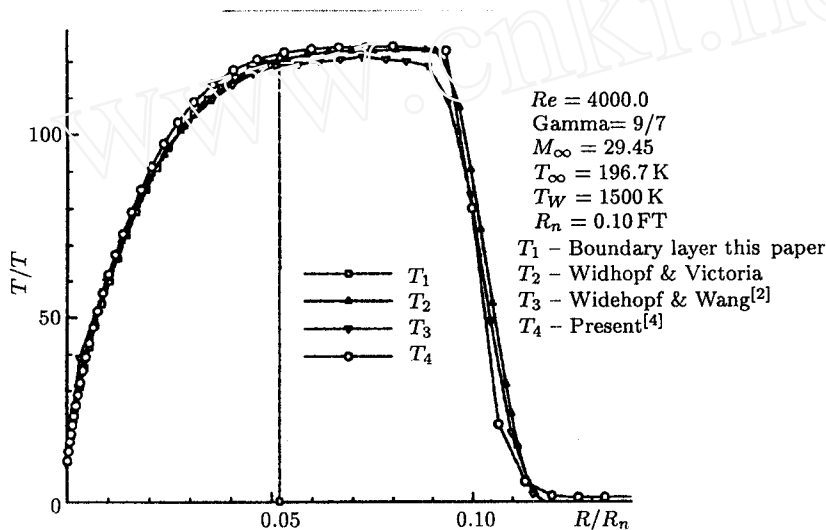


图 3 球头冻结流驻点线上的温度分布
Fig.3 The temperature distribution

2 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式在高超声速化学非平衡流中的计算

2.1 球头非平衡绕流计算

平板边界层和球头冻结流的计算中只考虑了马赫数和粘性的影响. 为了进一步检验 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式在化学非平衡计算中结果的可靠性, 我们于 1994 年对文 [6] 的算例又重新进行了计算. 但计算网格在法向从文 [6] 中的 41 加密到本文的 81 (与文献 [4] 的法向网格数一致). 图 4 是驻点线上的温度分布图. T_1 为本文计算结果, T_2, T_3 为文献 [4] 提供的结果. 从图 4 可以看出在壁面附近, 本文结果与文献 [4] 的结果有一定差别, 在激波附近, 三种结果的峰值基本一致, 但本文获得了较陡的激波, 曲线中段的差别较大 (不高于 20%), 我们认为这可能是由格式的差异和不同的热力学、化学特性造成的. 相应的计算结果的驻点线上的电子密度分布见图 5, 电子密度的峰值为 10^{14} 个 $/\text{cm}^3$. 文 [6] 中提供的电子密度峰值偏低.

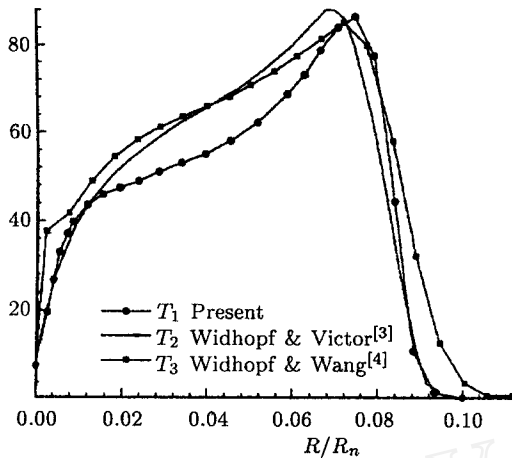


图 4 粘性化学非平衡球头绕流
驻点线上的温度分布

Fig.4 The temperature distribution

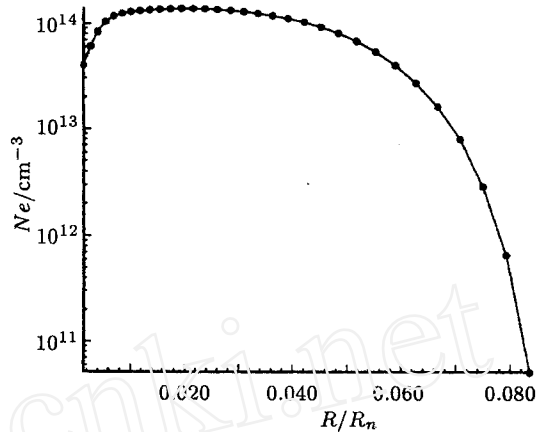


图 5 粘性化学非平衡球头绕流
驻点线上的电子密度分布

Fig.5 The electron number density distribution

2.2 国内典型算例的结果分析

文 [9] 用 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式计算了 RAMC-II 飞行试验绕流. 文中写到“计算结果与实验数据符合得相当好”. “TVD Yee-Harten 格式具有很好的收敛性”, 文 [9] 的作者认为 Yee-Harten TVD 格式分辨率高.

文 [7] 中用 Yee-Harten TVD 格式计算了球头高超声速化学非平衡流动. 该文作者认为 Yee-Harten TVD 格式的精度是可取的.

通过以上一些典型算例的计算比较表明一维标量情况下的 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式直接推广到二维和轴对称化学非平衡粘性流的条件下其计算结果也仍然具有足够的可靠性.

3 文 [6] 中存在的不足之处

以上叙述表明 Yee-Harten 二阶迎风 TVD 格式直接推广到二维、轴对称条件下其计算结果具有足够的可靠性, 但是文 [6] 也存在两个不足之处:

1) 对文献 [4] 所用计算方法的特点研究不够. 虽然文献 [4] 的作者在文中提到他们所得到的结果是采用文献 [11] 的计算方法而得到的, 而文献 [11] 在摘要中明确指出对流项是采用一阶 TVD 差分格式, 但是对文献 [4] 采用不包括化学组元的气体动力学方程特征向量矩阵构造数值通量修正项对计算结果的影响研究不够, 而笼统归纳为一阶格式是不妥的.

2) 文 [6] 中认为与国外文献结果的差异原因主要是格式精度造成的分析不妥. 1994 年我们重新计算了文 [6] 的算例, 计算结果表明, 除了计算格式有较大影响之外, 网格多少对计算结果也有较大影响. 由于当时《力学学报》已发表, 作者未及时更正, 这是我们的疏忽.

最后, 我们对编辑部寄来的意见表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- 1 Yee HC. Upwind and Symmetric Shock-Capturing Scheme. NASA TM-89464, 1987
- 2 Dellinger TC. Computation of nonequilibrium merged stagnation shock layer by successive accelerated replacement. *AIAA Journal*, 1971, 9: 262~269
- 3 Widhopf GF, Victoria KJ. On the solution of the unsteady Navier-Stokes equations including multicomponent finite rate chemistry. *Computers and Fluids*, 1973, 1: 159~184
- 4 Widhopf FF, Wang JCT. A TVD Finite-volume technique for nonequilibrium chemistry reacting flows. AIAA Paper, 88-2711, 1988
- 5 Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 1983, 49: 357~393
- 6 胡光初, 乐嘉陵, 曹文祥. 二阶迎风 TVD 数值格式在非平衡高超声速钝体绕流中的应用. 力学学报, 1994, 26(2): 130~148 (Hu Guangchu, Le Jialing, Cao Wenxiang. Applications of a second-order upwind TVD scheme to nonequilibrium hypersonic flows around blunt-body. *Acta Mechanica Sinica*, 1994, 26(2): 139~148 (in Chinese))
- 7 周伟江, 汪翼云. 钝体化学非平衡粘性流场数值模拟. 第七届全国计算流体力学会议论文集. 温州, 1994, 5 (Zhou Weijiang, Wang Yiyun. Numerical simulation of hypersonic viscous flowfield in chemical nonequilibrium around blunt-body. In: The Seventh National Conference on Computational Fluid Mechanics, Wenzhou, China, May, 1994. 401~406 (in Chinese))
- 8 欧阳水吾, 谢中强. 有烧蚀气体产物影响的化学非平衡粘性流 N-S 方程数值计算. 第七届全国计算流体力学会议论文集, 1994-05. 420~423 (Ouyang Shuiwu, Xie Zhongqiang. Numerical solution of Navier-Stokes equations for hypersonic viscous flow in chemical non-equilibrium with effects of ablation. In: The Seventh National Conference on Computational Fluid Mechanics, Wenzhou China, May, 1994. 420~423 (in Chinese))
- 9 谢中强, 欧阳水吾, 汪翼云. 化学反应非平衡超声速电离流动数值研究. 空气动力学学报, 1995, 13(2): 192 (Xie Zhongqiang, Ouyang Shuiwu, Wang Yiyun. Numerical study of hypersonic ionized flow in chemical nonequilibrium. *Acta Aerodynamic Sinica*, 1995, 13(2): 192 (in Chinese))
- 10 褚以华, 李椿萱. 模拟高速流的 TVD 方法研究及在化学非平衡流中的应用, 博士论文. 北京航空航天大学, 1992-12 (Chu Yihua, Li Chunxuan. TVD for hypersonic flows and application for chemical nonequilibrium flows: Ph.D. Thesis. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics. 1992-12 (in Chinese))
- 11 Eberhardt S, Brown K. A shock capturing technique for hypersonic chemically relaxing flows. AIAA-86-0231, Jan. 1986
- 12 Ouyang Shuiwu, etc. A computational study of 3-D Hypersonic complex flowfields in chemical nonequilibrium. Proceeding of the Sixth Asian congress of Fluid Mechanics, May 22~26, 1995. 837~840

REPLY TO DISCUSSION ON "APPLICATIONS OF A SECOND-ORDER UPWIND TVD SCHEME TO NONEQUILIBRIUM HYPERSONIC FLOWS AROUND BLUNT-BODY"

Hu Guangchu

(China Aerodynamics Research and Development Center, Sichuan Mianyang 621000, China)