

# 用扰动涡方法模拟叶轮机内动静叶的相互作用<sup>1)</sup>

吴先鸿 陈矛章

(北京航空航天大学 404 教研室, 北京 100083)

**摘 要** 发展了一种研究叶轮机内动、静叶间的相互作用的新方法——扰动涡方法,它利用全三维的定常解为基础解,并由此给出非定常扰动场的初始解.为计算叶片对扰动场的响应过程,采用拉格朗日方法追踪扰动涡团的对流流动过程,用确定性涡方法来描述流体的粘性扩散过程.发展了代数湍流模型(Baldwin-Lomax 湍流模型)在尾迹中的应用方法,克服了其它数值方法中无法准确捕捉尾迹中心线的运动轨迹,以及计算出的边界层外的湍流涡粘性系数偏大的缺陷.利用该方法计算轴流叶轮机内由于动、静叶间的相互作用而引起的非定常流动过程,与实验的对照表明,模拟结果与实验数据吻合得相当好,从而说明本文发展的方法是可信的,为更直观地描述尾迹等非定常因素的流动及叶轮机内的掺混问题提供依据.

**关键词** 叶轮机, 动、静叶相互作用, 扰动涡方法, 非定常流动

## 引 言

叶轮机内的流动本质上是非定常的,由于控制方程的非线性和边界条件的复杂性,因而给数值模拟带来了巨大的困难,这主要包括:(1)要处理物体边界的相对位置随时间变化的问题;(2)要保证所计算的非定常过程具有时间精确性,为此要考虑格式在时间推进上的高精度和流通量守恒;(3)叶轮机内部流动具有强的三维性,迄今尚缺乏完全适合的湍流模型,对于非定常流动更是如此;(4)对于两排叶片的简单情况而言,若动叶和静叶的叶片数无公约数(这是通常存在的情况),则计算区应包括动、静叶的多个通道甚至所有的通道,这对计算机提出了很高的要求,使数值模拟变得格外困难和复杂.本文的内容主要研究是由动、静叶相互作用引起的非定常运动.

本文所采用的扰动涡方法,是将流动参数分解成平均流和扰动流两部分,如果对于处于静叶上游的动叶其平均定常的相对运动是已知的,并且对于静叶的平均定常的绝对运动也是已知的,这可以通过现已发展得相当成熟的全三维粘性定常多排叶轮机正问题程序的解得到,则动叶对静叶的非定常影响,可通过在绝对坐标系中动叶生成的非定常扰动涡体现出来.必须指出,扰动涡方法并不是我们最先提出的,实际上早在70年代,Leonard<sup>[1]</sup>就已提出了扰动涡方法.他用体现扰动量的三维涡丝模拟湍流斑的演化.当然,我们所用的方程与Leonard的不一样,具体模拟的对象也不相同,但所依据的基本思想是一样的.而且由于我们这里所采用的涡方法是一种随体方法,可方便地追踪尾迹的时间运动历程,因而应用Baldwin-Lomax湍流模型有着明显的优越性.此外,对于叶轮机内的非定常流动,迄今我们还未看到用涡方法进行模拟的先例.

<sup>1)</sup>国家攀登计划资助课题.

1996-09-12收到第一稿,1997-11-10收到修改稿.

## 1 基本方程

若流体有势,且为正压流体,运动粘性系数为常数时,二维涡量动力学方程为:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) \mathbf{v} - \omega (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \nabla \times \mathbf{f} - \nabla \times \left( \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \omega \right) \quad (1)$$

在由可压缩 N-S 方程推得(1)式时,曾假设运动粘性系数  $\nu$  均布,且为常数.下面仍采用此假设.若流体有势,则右端第三项为零.若为正压流体,则右端第四项为零.对于二维流动,右端第一项为零,于是(1)式成为

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \omega = -\omega (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \nu \nabla^2 \omega \quad (2)$$

将变量分成两部分,即

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{q}' \quad (\mathbf{q} = \omega, \mathbf{v}) \quad (3)$$

其中  $\bar{\mathbf{Q}} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{q} dt$ , 且  $T$  是考虑了动静相互作用干涉后的周期(或其倍数),使  $\bar{\mathbf{Q}}$  不再是  $t$  的函数,  $\bar{\mathbf{Q}}$  为时间平均量,  $\mathbf{q}'$  为扰动量.则由此定义可知

$$\int_0^T \mathbf{q}' dt = 0 \quad (4)$$

将  $\omega = \bar{\Omega} + \omega'$ ,  $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{u}'$  代入式(2)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} + \frac{\partial \omega'}{\partial t} (\bar{\mathbf{U}} \cdot \nabla) \bar{\Omega} + (\bar{\mathbf{U}} \cdot \nabla) \omega' + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \bar{\Omega} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega' = & -\bar{\Omega} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}}) - \\ & \omega' (\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}}) - \bar{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{u}') - \omega' (\nabla \cdot \mathbf{u}') + \nu \nabla^2 \bar{\Omega} + \nu \nabla^2 \omega' \end{aligned} \quad (5)$$

这里  $\bar{\Omega} = \nabla \times \bar{\mathbf{U}}$  为时均涡量,  $\omega' = \nabla \times \mathbf{u}'$  为扰动涡量.

当平均运动马赫数不是很高时,可假设扰动量对应的体积变化率为零,即

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0 \quad (6)$$

当平均运动的马赫数增大,且速度的周向不均匀性加大,此假设带来的误差会稍大些,但由此带来的计算工作量的减少却是很显著的,所以本文暂采用此假设.事实上,此假设并不影响整个方法的成立.根据上述假设,可忽略式(5)右端第三项和第四项.

将式(5)对时间积分并平均,考虑到关系式(4),可得

$$(\bar{\mathbf{U}} \cdot \nabla) \bar{\Omega} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega' = -\bar{\Omega} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}}) + \nu \nabla^2 \bar{\Omega} \quad (7)$$

这里上标“—”表示时间平均.

将(5)式减去(7)式,并注意到  $\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} = 0$  和式(6),最后得到如下的扰动涡量输运方程

$$\frac{\partial \omega'}{\partial t} + (\bar{\mathbf{U}} \cdot \nabla) \omega' + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega' = -(\mathbf{u}' \cdot \nabla) \bar{\Omega} - \omega' (\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}}) + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega' + \nu \nabla^2 \omega' \quad (8a)$$

或

$$\frac{d\omega'}{dt} = -(\mathbf{u}' \cdot \nabla) \bar{\Omega} - \omega' (\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}}) + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega' + \nu \nabla^2 \omega' \quad (8b)$$

这里  $\frac{d}{dt}$  表示随体导数.式(8b)若为层流,则  $\nu = \nu_l$ ; 若为湍流,则为  $\nu = (\nu_l + \nu_t)$ , 其中  $\nu_l$  为

层流粘性系数,  $\nu_t$  为湍流涡粘性系数, 按 Baldwin-Lomax<sup>[4]</sup> 模型计算湍流粘性系数. 关联项  $(\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega$  是反映与本文研究的动、静叶相互作用对应的非定常扰动的关联项, 而不是湍流脉动的关联项. 在叶轮机内的非定常计算中, 可通过存储每一时间步的  $(\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega$  的值, 并在一个(或几个) 周期内取时间平均得到.

## 2 定解条件

### 2.1 初始条件

据动量  $q$  的初始条件可参照[5]的方法给出. 以单级压气机(转子和静子)为例, 如图1所示. 在初始时刻  $t_0$ , 由于并不知道静叶内动叶引起的非定常量的分布, 所以我们先暂不考虑静叶通道内动叶的影响, 而只考虑在静叶上游边界上动叶的影响. 设上游动叶相对运动的定常解已知, 此解表示为  $\bar{Q}_R(x, \lambda_t)$ , 这里  $x(r, \theta, z)$  为流场中任意一点,  $\lambda$  为动叶角速度. 静叶定常解为  $\bar{Q}_s(x)$ . 根据  $\bar{Q}_R$ , 可给出静叶区的初始条件. 即

$$q(r, \theta, z, t_0) = \begin{cases} \bar{Q}_R(r, \theta - \lambda t_0, z) - \bar{Q}_{(axi)}(r, z), & x = x_1 \\ 0, & x \neq x_1 \end{cases}, \quad (10)$$

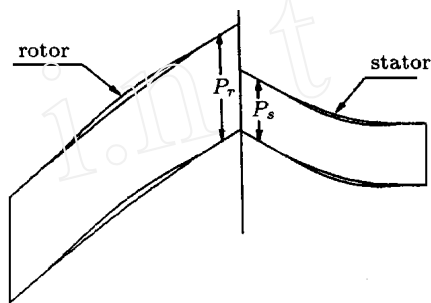


图1 单级压气机结构示意图

Fig. 1 A typical configuration of a single-stage compressor

### 2) 上游边界条件

从初始时刻  $t_0$  开始, 经过一个  $\Delta t$  后, 动叶将移动到一个新的位置, 按照得出(9)式的同样思想, 可得出新时步上游边界的扰动的方程为

$$q'(r, \theta, z, t) = \bar{Q}_R(r, \theta - \lambda t, z) - \bar{Q}_{(axi)}(r, z) \quad (11)$$

这里  $t = t_0 + k \Delta t$ ,  $(1 \leq k \leq M)$ . 其中  $\Delta t = \frac{T}{M}$ , 周期  $T = \frac{P_r}{W}$ ,  $P_r$  是动叶栅距,  $W$  为动叶当地的周向速度. 这样可将一个动叶栅距扫过的时间(即一个周期)分成  $M$  个时间步, 给出每个时刻的扰动进口条件.

### 3) 几何周期边界上的非定常边界条件

当转、静子的叶栅间距相等时, 对静叶通道而言, 每一时刻下边界与上边界满足周期性边界条件, 即

$$q(x, y, t) = q(x, y + P_s, t) \quad (12)$$

这里  $P_s$  是静叶栅距,  $x, y$  分别为流向和周向坐标. 当转、静子的叶栅间距不等时, 流动参数在上、下边界上并不满足上述条件, 而是满足相漂移周期性边界条件. 以转子栅距大于静子栅距

的情形为例(如图 1), 当某一时刻静子排的下叶片与转子的下叶片对齐, 经过一段时间后, 静子排的上叶片与转子的上叶片对齐. 而这两个时刻的时间差正好为动、静叶的栅距差除以动叶当地的速度. 即静叶上、下边界的流动参数满足如下关系

$$q(x, y, t) = q(x, y + P_s, t + \Delta T) \quad (13)$$

其中  $\Delta T = (P_r - P_s) / W$ .

相漂移边界条件在涡方法中应用起来较复杂, 本文参照了[1]的方法, 详见[11].

### 3 计算过程

在分析叶轮机内动、静叶片排的气动干涉时, 通常由于二者叶片数不等, 周期性条件要求计算区域应包括动、静叶区多个通道甚至所有的叶片通道, 这将使数值计算大大复杂. 但是如果假设与尾迹和动叶其他周向非均匀性相关的时间尺度等于上游尾迹扫过的周期或其整数倍, 那么只需要计算一个静叶叶栅通道即可. 因而应用于多通道的切向周期性条件可等价地转换为单通道的切向随时间漂移的周期性条件. 从而可大大地节省计算时间. 上述假设对无粘流动是正确的, 但对于粘性流动, 由于叶栅尾缘脱落涡的脱落频率一般并不等于尾迹扫过的频率或者其整数倍, 因而此假设是不严密的. 但事实上, Chen<sup>[5]</sup>采用单通道的数值模拟结果与多通道的模拟结果的差别相当小. 鉴于此, 本文也采用一个叶栅通道来计算.

在二维叶栅通道中, 涡方法的计算流程如下:

1) 给出扰动量的初始场后, 可求得扰动量的涡量  $\omega$  (在以后的计算中,  $\omega$  由涡量输运方程算出, 参照 4 节). 参照[6]的方法, 将该涡量场近似离散成

$$\omega(r', t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j f_\sigma(r' - x_j(t)) \quad (14)$$

其中  $N$  是涡元总数,  $r'$  为矢径,  $x_j(t)$  表示  $t$  时刻第  $j$  个涡元的位置,  $\Gamma_j$  为第  $j$  个涡团的环量, 光滑函数  $f_\sigma = \frac{1}{\sigma^2} f\left(\frac{r'}{\sigma}\right)$ ,  $\sigma$  为涡团半径,  $f(r)$  为形函数, 取二阶高斯核, 即  $f(r) = \frac{1}{\pi} e^{-r^2}$ .

引入涡团后, 扰动涡量诱导的速度场可按式给出

$$u'_v(r', t) = \sum_{j=1}^N \Gamma'_j K_\delta(r' - x_j(t)) \quad (15)$$

其中  $K_\delta = K * f_\delta$ , 这里  $K(r) = -\frac{(-y, x)}{2\pi|r|^2}$ ,  $*$  表示卷积.

2) 膨胀率为  $H'_m$  的扰动速度  $u'_e$  为(参照[7]的公式)

$$u'_e(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma'_m} \frac{r'}{|r|^3} dS(x) \quad (16)$$

这里  $H'_m$  应由扰动量的能量方程算出, 其中  $dS$  是面积微元. 由(6)式,  $\nabla \cdot u' = H'_m = 0$ , 因而可有  $u'_e = 0$ .

3) 由  $u'_e + u'_v$  合成的速度场一般不能满足边界条件, 应加上扰动势速度, 以保证在固壁上满足无穿透条件. 即扰动势速度在固壁上应满足

$$(u'_e + u'_v) \cdot n = -u'_p \cdot n \quad (x \in B, B \text{ 为固壁}) \quad (17)$$

其中  $u_p'$  为通过求解散度和旋度均为 0 的位势函数,即

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (18)$$

以及边界条件(17)得到(在几何边界上满足条件(13)),即

$$\nabla \phi(x) = u_p' \quad (19)$$

4) 经  $\Delta t$  后,原在  $x_1$  处的涡元运动到  $x_2$

$$x_2 = x_1 + (\bar{U} + u) \Delta t \quad (20)$$

$x_1$  处的扰动速度  $u(x_1)$  由当地点的诱导速度和位势速度确定.

5) 扰动涡量的计算

在本文研究框架和假设条件下,认为达到周期性收敛后,叶轮机内不同周期对应于同一相对位置的流体涡团的运动轨迹完全相同,因此不能用随机走步的方法来模拟粘性扩散项,这里我们采用确定性涡方法计算粘性扩散项见文[8]. 采用 Fishelov<sup>[8]</sup>的形函数求导法来处理. 根据式(14), 涡量的 Laplace 算子可离散成

$$\nabla^2 \omega' = \sum_{j=1}^N [\Delta f \sigma(x_i - x_j)] \Gamma_j'(t) \quad (21)$$

这里  $\Delta = \nabla^2$ . 从而可用离散化格式计算粘性项.

对(8)式积分,可求得由对流过程和粘性扩散过程引起的扰动涡团的环境变化

$$\begin{aligned} \Gamma(t + \Delta t) = & \Gamma(t) + F[-u' \cdot \nabla \Gamma - \Gamma(\nabla \cdot \bar{U}) + \overline{(u' \cdot \nabla) \Gamma'} + \\ & \nu \sum_{j=1}^N [\Delta f \delta(x_i - x_j)] \Gamma_j'(t) \cdot s_i] \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (22)$$

其中  $F[]$  代表积分格式,  $\Gamma$  为时均环量.

这里关联量  $\overline{(u' \cdot \nabla) \Gamma}$  的处理可通过存储每一个时间步的  $u' \cdot \nabla \Gamma$  值,并在周期内取时间平均求得. 重复(1)~(5)的步骤,直至满足收敛性条件. 收敛条件详见5节.

#### 4 壁面上涡的生成

由流体涡团诱导速度和无穿透条件所得的势速度的合速度虽满足涡量动力学方程和无穿透条件,但一般仍会在壁面上产生滑移速度. 无滑移条件是通过每一时间步在物面上生成一层涡片来满足. 采用[6]的新生涡方法,即如果壁面滑移速度为  $u'$ , 则壁面上新生涡层的强度应该是

$$\Gamma' = u' \cdot \tau \quad (23)$$

其中  $\tau$  是沿壁面切向的单位矢量. 具体方法是将壁面划分成许多小区段,在每个时间步,每个小段上生成一个相应强度的涡片,使其诱导速度正好抵消掉切向速度. 每个涡片的运动按照文献[6]的方法,一旦涡片进入主流区,涡片转变为涡元,且涡元的环境量与涡片的环境量保持相等,

涡核半径可按照涡片与涡元的线性长度保持不变的原则来确定,即涡核半径  $\sigma = 1/\pi$ . 如果涡元由主流区进入边界层,则可忽略该涡元的影响,即认为此涡元消失.

## 5 收敛条件

据动、静叶相对运动的周期性特点,收敛后,静叶叶栅通道的流场应呈现周期性特征. 即

$$|q(x, t + T) - q(x, t)| \leq \varepsilon \quad (24)$$

这里  $\varepsilon$  为预先给定的误差值.

## 6 模拟结果及讨论

为检验方法的正确性,我们首先用该方法计算了 NSAS-67<sup>[12]</sup> 第一级压气机的 50 % 叶高流面进行了二维数值模拟. 将计算得到的扰动速度关联项与文献[12]中的实验数据进行了对比,见图 2, 图 3 和图 4. 图中分别选取静叶四个轴向位置,即 0 %, 20 %, 50 % 和 100 % 弦长处扰动关联项  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{u^2}$  和  $\overline{v^2}$  沿周向的分布. 从图中可见,依据本文的扰动涡方法模拟的结果与[12]的实验结果相当接近,特别是  $\overline{u'v'}$  和  $\overline{v^2}$  的数值变化趋势与实验得到的趋势很吻合. 关联项  $\overline{u^2}$  的模拟结果与实验相比,在前缘附近稍偏低,但静叶通道内和尾缘处也比较接近. 从上述模拟结果与实验的对照表明,方法是可信的,而且也是有效的.

表 1 单级压气机主要特征参数

Table 1 Airfoil mean section characteristics of a single - stage compressor

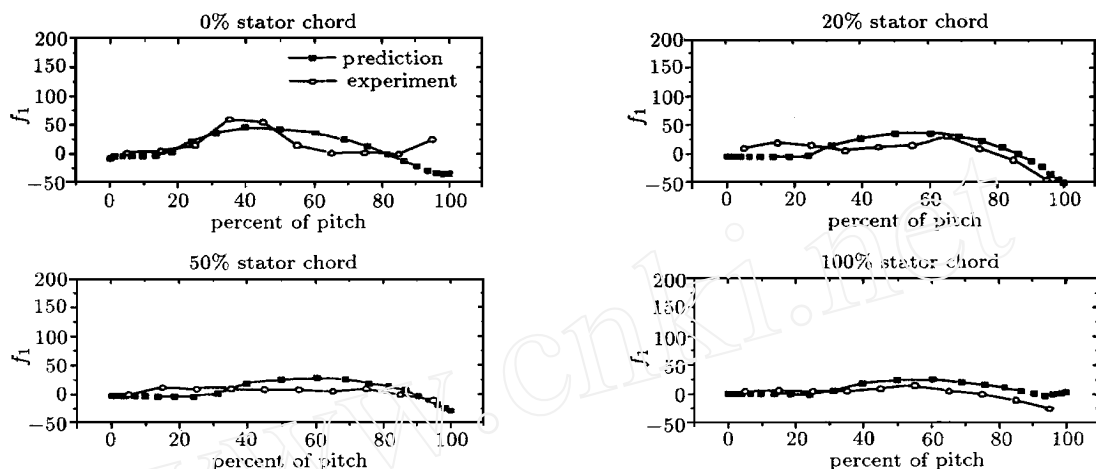
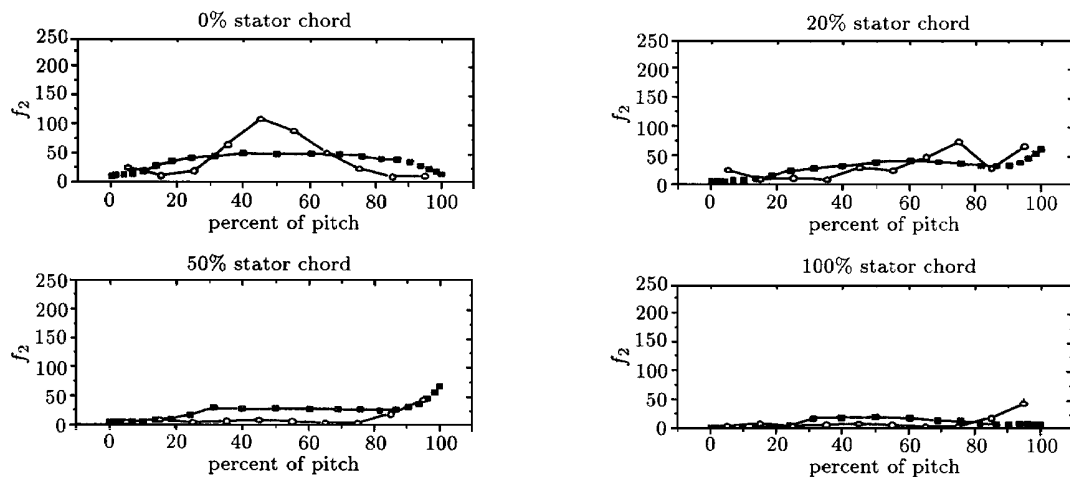
|                      | Rotor  | Stator  |
|----------------------|--------|---------|
| stage pressure ratio | 1.66   |         |
| $U_{up}$ (m/s)       | 441.   | 0       |
| blade number         | 23     | 40      |
| chord length (m)     | 0.1432 | 0.08115 |
| solidity             | 1.491  | 1.442   |
| radius ratio         | 0.41   | 0.51    |
| aspect ratio         | 1.8    | 2.4     |
| inlet angle (deg)    | 43.24  | 47.28   |
| outlet angle (deg)   | 41.63  | 0.      |

依据前述的方法和程序,计算某型压气机中一个高负荷跨音级(转子和静子)的动、静叶干涉的非定常流场. 选取半叶高处的一个流面作计算,其主要特征参数见表 1. 动叶区和静叶区的计算网格分别取为  $47 \times 33$ ,  $41 \times 33$ , 其中 47 和 41 为轴向, 33 为周向. 采用 H 型非均匀网格. 以该流面位置的静叶弦长以及静叶进口平均速度均速度为特征尺度的特征雷诺数为  $1.904 \times 10^7$ . 时间步长按每二十个时间步走完一个周期来确定.

数值计算表明,自第三个周期以后,整个计算域的网格点的平均绝对误差,即式(24)中的  $\varepsilon$  均小于  $3 \times 10^{-4}$ . 相对误差小于  $2 \times 10^{-2}$ . 文

[5]则需要经过 4~5 个周期才能收敛,这说明扰动涡方法有很好的收敛性.

为揭示上游尾迹等非定常量在静叶通道中的运动过程,图 5 列出了同一周期内相等时间间隔的扰动涡量分布. 从图中可清楚地看出,上游动叶尾迹在流经静叶排时,连续的尾迹被静叶切割成为不连续的尾迹片断. 上游涡团在静叶通道中随时间推进而迁移,并且有明显的向压力面迁移的趋势. 此外从图中还可看出,扰动涡团在静叶通道中的迁移过程中,有两个过程,即(1)分散-聚集. 见图 5(a)~(f). 并且在 cycle4.5 时形成两个涡量相对集中的区域,见图 5 中 A, B, 该区域涡量值分别为 - 2.6 和 - 1.1. (2)聚集-分散. 见图 5(g)~(j). 靠近静叶出口,集中的涡团区域开始分散、破碎,形成扩散分布. 在静叶出口,通道压力渐趋均匀. 从而说明上游尾迹和各种旋涡通过静叶切割以及与边界层的相互作用,与主流发生了明显的掺混,这与[9]的理论分析也是完全吻合的.

图2 50%流面上扰动关联项  $\overline{u'v'}$  沿流向的分布 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )Fig.2 Circumferential distribution of  $\overline{u'v'}$  at 50 % span  $\text{m}^2/\text{s}^2$ )图3 50%流面上扰动关联项  $\overline{u'^2}$  沿流向的分布 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )Fig.3 Circumferential distribution of  $\overline{u'^2}$  at 50 % span ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

为研究非定常效应对定常量的影响,图6、图7分别列出了静叶压力面和吸力面上  $\frac{\overline{u'v'}}{\overline{U_{le}}\overline{V_{le}}}$ ,  $\frac{\overline{u'^2}}{\overline{U_{le}}^2}$

及  $\frac{\overline{v'^2}}{\overline{V_{le}}^2}$  (分别用  $f_1$ ,  $f_2$  和  $f_3$  代替) 沿弦向的分布. 这里参考速度  $\overline{U_{le}}$ ,  $\overline{V_{le}}$  分别为前缘进口处的平均轴向速度和周向速度(需指出的是各速度值均为邻近叶片表面第一格点处的速度,由于网格较粗,虽为非均匀网格,但该格点也已在外层或边界层外). 从图中可以看出,在静叶压力面和吸力面上扰动积项主要在靠近叶片前缘的位置上出现较大的脉动,沿叶片弦向衰减得相当快,并且很快接近于零. 而且  $\frac{\overline{u'v'}}{\overline{U_{le}}\overline{V_{le}}}$ ,  $\frac{\overline{v'^2}}{\overline{V_{le}}^2}$  及  $\frac{\overline{u'^2}}{\overline{U_{le}}^2}$  的量级比较接近,都远小于1. Ho 和 Lakshminarayana<sup>[10]</sup> 对非定常压力系数的数值模拟结果表明,非定常影响沿轴向很快衰减,其趋势与本文所得结果是一致的.

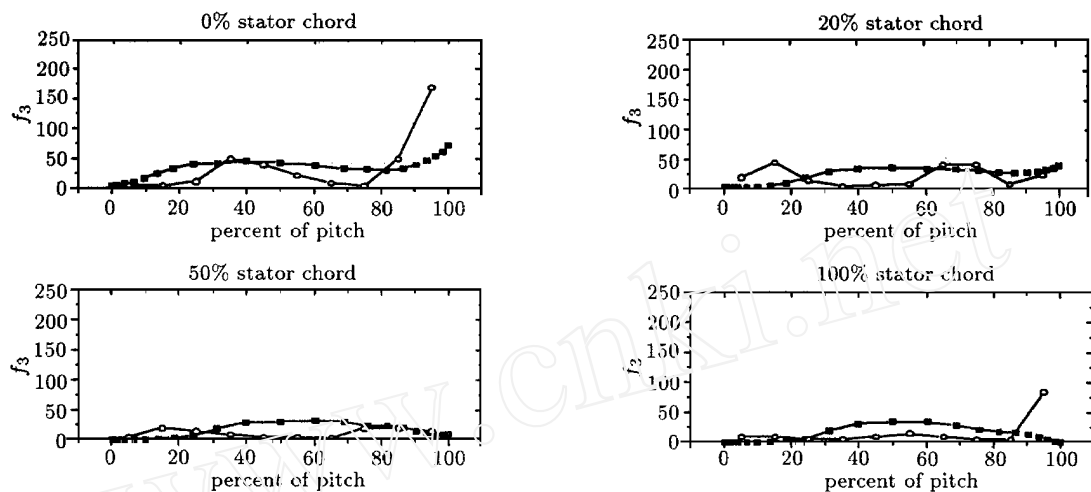


图4 50%流面上扰动关联项  $\overline{v^2}$  沿流向的分布 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

Fig. 4 Circumferential distribution of  $\overline{v^2}$  at 50% span ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

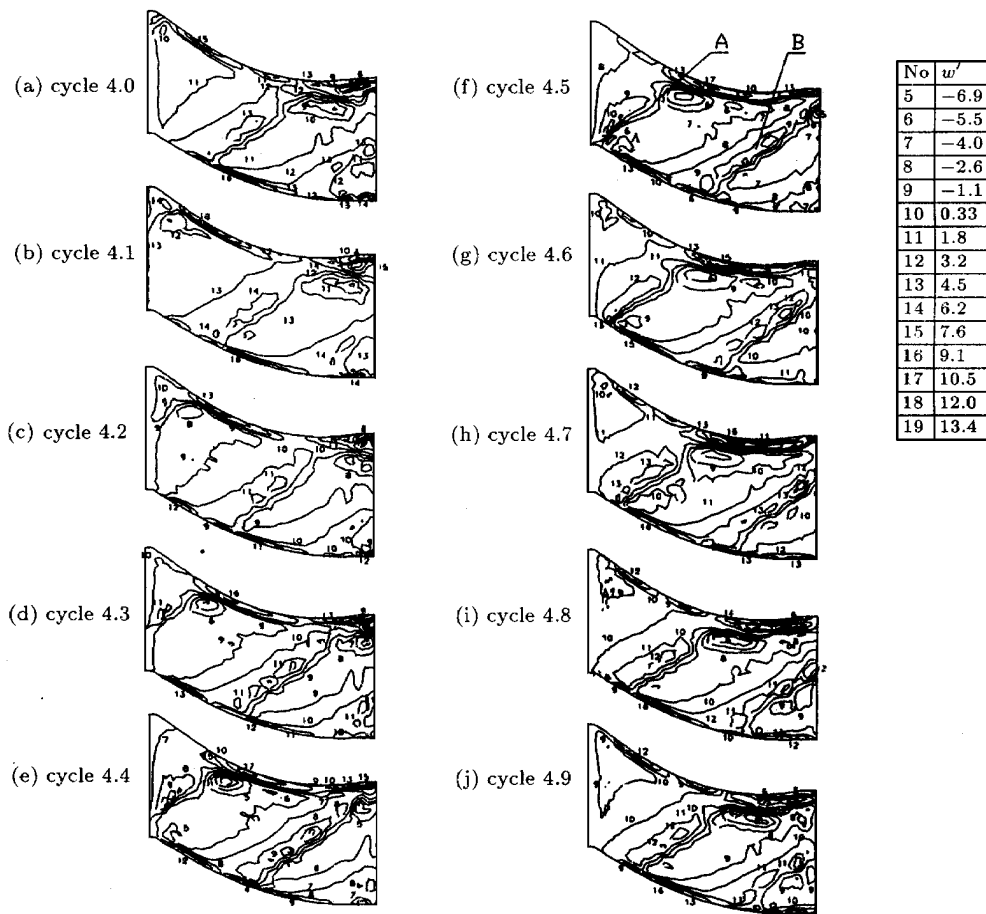


图5 静叶通道内脉动涡量分布(同一周期内)

Fig. 5 Disturbance vorticity contour at different instants in one period



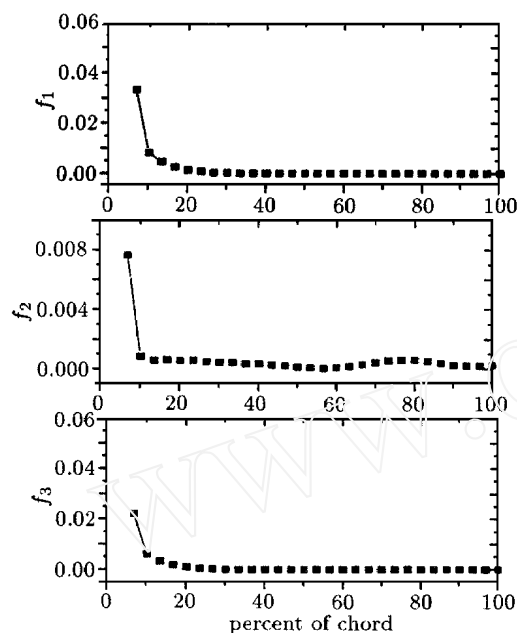


图6 静叶压力面速度积项分布

Fig. 6 Chordwise variation of  $\frac{\overline{u'v'}}{U_{le}V_{le}}$ ,  $\frac{\overline{u'^2}}{U_{le}^2}$  and  $\frac{\overline{v'^2}}{V_{le}^2}$  on pressure surface

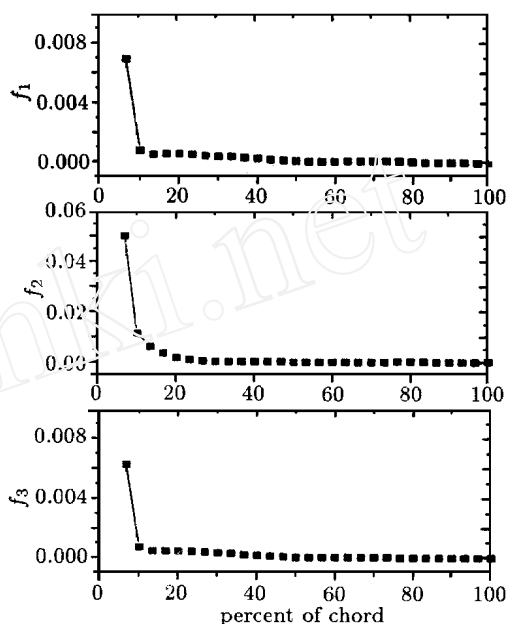


图7 静叶吸力面速度积项分布

Fig. 7 Chordwise variation of  $\frac{\overline{u'v'}}{U_{le}V_{le}}$ ,  $\frac{\overline{u'^2}}{U_{le}^2}$  and  $\frac{\overline{v'^2}}{V_{le}^2}$  on pressure surface

## 7 结 论

本文发展了一种基于拉格朗日方式的扰动涡方法,模拟了叶轮机内动、静叶相互作用等非定常因素的流动过程(单级流动),与实验数据的对比表明,计算结果是可信的.数值结果还表明,所得结果能清晰地显示出尾迹和各种旋涡等非定常因素在静叶中的迁移过程和衰减特性.

## 参 考 文 献

- 1 Erdos J I, Alzner E. Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage. *AIAA J*, 1997, 15(11): 1559~158
- 2 Hodson H P. An inviscid blade-to-blade prediction of a wake-generated unsteady flow. *ASME Paper*, 84-GT-43, 1984
- 3 Rai M M. Navier-Stokes simulations of rotor-stator interaction using patched and overlaid grids. *AIAA Paper*, 85-1519, 1985
- 4 Baldwin B S, Lomax H. Thin layer approx and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*, 78-257, 1979
- 5 Chen J P, Celestina M L, Adamczyk J J. A new procedure for simulating unsteady flows through turbomachinery blade passages. *ASME Paper*, 94-GT-151, 1987
- 6 Chorin A J. Numerical study of slightly viscous flow. *J Fluid Mech*, 1973, 57: 785~796
- 7 Batchelor G K. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 1967
- 8 Fishelov D. A new vortex scheme for viscous flows. *J Comp Phys*, 1990, 86: 211~224
- 9 Kerrebrock J L, Mikolajczak A A. Intra-stator transport of rotor wakes and its effect on compressor performance. *ASME Paper*, 70-GT-39, 1970
- 10 Ho Y-H, Lakshminarayana B. Computation of Three-Dimensional Steady and Unsteady Flow Through a Compressor Stage. *ASME-96-70*, 1996

- 11 吴先鸿. 用涡方法研究叶轮机内动静叶间的相互作用[博士论文]. 北京航空航天大学, 1997 (Wu Xianhong. Numerical Simulation of Rotor-Stator Interaction in Turbomachinery by Use of a Vortex Method. Ph D Dissertation. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1997(in Chinese))
- 12 Hathaway MD. Unsteady flows in a single-stage transonic axial-flow fan stator row. NASA-TM-88929, 1986

## NUMERICAL SIMULATION OF ROTOR/ STATOR INTERACTION IN TURBOMACHINERY BY USE OF A LAGRANGIAN ——DISTURBANCE VORTEX METHOD<sup>1)</sup>

Wu Xianhong Chen Maozhang

( Division 404, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China )

**Abstract** A disturbance vortex method for simulating unsteady rotor/ stator interaction in turbomachinery is presented in this paper. The basic idea of the method is that the numerical steady solutions in the relative frame for rotor and absolute frame for stator are taken as input, which can give an initial description of the unsteady disturbance flow field. To calculate the unsteady response to these disturbances, the algorithm utilizes the Lagrangian vortex method (to trace the trajectories of vortices directly) to describe the convective process, and diffusion is obtained by the deterministic vortex scheme to improve precision. In this paper, the governing equations, initial and boundary conditions and computation procedure are briefly described. To validate the present method, the unsteady flows due to rotor/ stator interaction in the first stage of NASA-67 compressor were simulated. The predicted unsteady wake flow field was compared with the available experimental data and the agreement is good. From the comparison we see that the present method is reliable. Applying the code based on the method, a numerical simulation result for a high loading transonic compressor with a pitch ratio of 1.74 shows that by use of the method, the unsteady development of wake and other vortices can be correctly predicted when a periodic convergent status is reached. Moreover, to reach such status, only few periods are sufficient, which indicates that the method has an excellent ability of convergence. It is concluded that the disturbance vortex method presented is capable of simulating unsteady flow efficiently, and also can be used as a new tool for analyzing unsteady flow in turbomachinery.

**Key words** turbomachinery, rotor-stator interaction, disturbance vortex method, unsteady flow

<sup>1)</sup> The project supported by the National Climb Program of China.

Received 12 September 1996, revised 10 November 1997.