

有阻尼体系的时域边界元法

金 峰 张楚汉 王光纶

(清华大学水利水电工程系,北京 100084)

摘要 针对时域边界元方法的特点,提出了一种新的阻尼模型(称为比例时耗阻尼),并成功地应用于时域边界元方法中.这是在时域边界元方法中首次考虑阻尼这一影响结构动力响应的重要因素,为时域边界元在实际工程中的应用解决了一个难题.通过对简单问题的分析和计算,验证了本文模型的正确性.

关键词 阻尼,时域,动力,边界元

引 言

弹性动力学的时域边界元法最早由 Cole 等^[1]针对平面问题提出. Niwa 等^[2]采用简化的三维时域基本解比较系统地研究了二维动力问题.以后 Mansur 和 Brebbia^[3]利用二维时域基本解,也建立了时域边界元方程,他们利用解析方法进行时间积分,提高了时域边界元方法的精度和计算效率.

在动力学问题中,阻尼是一个特殊的影响因素,一方面,阻尼对系统的响应有相当大的影响,如果不考虑阻尼,在许多情况下,会得到与实际相差甚远,甚至矛盾的结果;另一方面,阻尼的确定十分困难,目前还主要根据半经验的方法.在计算分析中,一般也是根据计算的方便,采用相应的阻尼模型,再根据经验确定阻尼系数.现有的阻尼模型有很多,但是因为难于得到相应的时域基本解,这些阻尼模型应用于时域边界元方法均有相当大的困难,据作者所知,目前还没有一种时域边界元方法能够考虑阻尼,这对时域边界元方法的工程应用是一个很大的困难,迫切需要解决.

本文根据阻尼机制和时域边界元方法的特点,提出了一种适合于时域边界元方法的阻尼模型,并应用于时域边界元方程中,求解了有阻尼体系的动力反应,通过与有限元的计算结果对比,证明了本文模型的精度.

1 比例时耗阻尼模型

考察一个固有圆频率为 ω_0 的单自由度系统在初始条件 $u(0) = u_0$, $\dot{u}(0) = 0$ 下,无阻尼体系的位移响应 $u^0(t)$ 及相应的系统机械能 $V^0(t)$ 分别为

$$u^0(t) = u_0 \cos \omega_0 t, \quad V^0(t) = \frac{1}{2} k u_0^2 \quad (1)$$

式中, k 是弹簧系数.

在小阻尼条件下,相应阻尼体系的位移响应和机械能可分别简化为

1996-04-01 收到第一稿,1996-10-07 收到修改稿.

力

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= u_0 \exp(-\gamma t) \cos \omega t = u^0(t) (1 - \gamma^2)^{1/2} T \\ V(t) &= \frac{1}{2} k u_0^2 \exp(-2\gamma t) = V^0(t) (1 - \gamma^2)^{1/2} T \end{aligned} \right\} \text{称为}$$

www.cnki.net

)

)

$$C u = \int_0^t \left(U^* p d + P^* u d + V^* v d \right) (1 -)^{1/2 T} d \tag{8}$$

在小阻尼的条件下,假定在一个时段 t 内, $(1 -)^{1/2 T}$ 是常数. 则边界元方程 (4) 的修正可以通过对向量 $\{ B \}$ 的修正来实现.

$$\{ B \}^M = \sum_{m=1}^{M-1} \left[\{ G \}^{M-m} \{ p \}^m - \{ H \}^{M-m} \{ u \}^m \right] (1 -)^{(M-m) / 2 T} \tag{9}$$

经过这样处理以后,式 (6) 的边界元方程便计入了阻尼的影响,成为有阻尼的时域边界元方程.

4 数值结果

为了分析本文提出的有阻尼时域边界元方法中阻尼的影响,计算了如图 1 所示的弹性板,板长 $a = 2b$ (b 为板的宽度), P 波波速 C_p , 弹模 E , 假定 Poisson 比 $\nu = 0.0$, 因此,弹性板可以看成是一系列平行弹性杆的集合,弹性杆的基本周期 $T_r = 4a / C_p$. 端部荷载面力强度为 $pH(t)$, $H(t)$ 是单位阶跃函数. 初始条件为零初始条件. 共用 24 个线性边界单元离散.

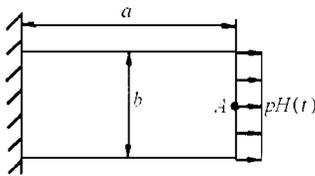


图 1 弹性板

Fig. 1 Elastic plate analyzed

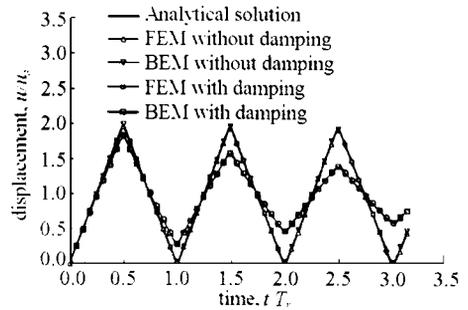


图 2 边界元法与有限元法及理论解的比较

Fig. 2 Comparison of BEM, FEM and theoretical solution

图 2 示出了无阻尼时 A 点的位移响应的理论解以及时域边界元和有限元逐步积分计算的无阻尼和有阻尼时 A 点位移响应的比较. 其中,位移响应用等效静力位移 $u_s = pa / Eb$ 无量纲化,时间用 T_r 无量纲化. 时域边界元采用比例时耗阻尼,用第一类比例时耗阻尼定义, $T = T_r$, $\gamma = 0.05$, 阻尼系数 β 由式 (3) 计算得到, $\beta = 0.4665$. 有限元方法采用 Rayleigh 阻尼 $c = \alpha m + \beta k$, 考虑到本算例为波动响应问题,高阶振型有重要影响,为避免滤掉高阶振型,无量纲阻尼系数 $\alpha = \alpha_0 T_r = 4 = 0.628$, $\beta_1 = 0$.

可以看出: 无阻尼时,时域边界元和有限元的计算结果均与理论解吻合很好;有阻尼条件下,时域边界元和有限元两种方法计算的响应相互吻合,说明比例时耗阻尼和 Rayleigh 阻尼在一定条件下可以等价.

5 结论

比例时耗阻尼具有比较明确的物理概念,能够直接应用于时域边界元方法. 计算分析表明: 时域边界元方法有较高精度;本文提出的有阻尼时域边界元法成功地在时域边界元方法中引入阻尼机制,为时域边界元方法的工程应用解决了一个难题.

参 考 文 献

- 1 Cole DM, Kosloff DD, Minster JB. A numerical boundary integral equation method for elastodynamics. *Bull Seis Soc Am*, 1978, 68:1331 ~ 1357
- 2 Niwa Y, Fukui T, Kato S, Fujiki K. An application of the integral equation method to two-dimensional elastodynamics. *Theor Appl Mech*, 1980, 28: 282 ~ 290
- 3 Mansur WJ, Brebbia CA. Transient elastodynamics using a time-stepping technique. In: Brebbia CA ed. Proc. of 5th. Int. Seminar BEM in Engng. Springer-Verlag, 1983
- 4 任允涛. 各向同性与各向异性介质波动问题边界元法及其工程应用. 清华大学博士论文, 1995

A TIME DOMAIN BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR SYSTEMS WITH DAMPING

Jin Feng Zhang Chuhan Wang Guanglun

(Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A new damping model (Proportional Decay Damping) is presented and employed in a time domain boundary element method. This is the first attempt to take the effects of material damping, which is one of the most important factor in dynamic analysis, into account in a time domain boundary element procedure. The damping model and the presented time domain boundary element procedure are verified by comparison with theoretical solutions and numerical results of finite element method in a simple benchmark problem.

Key words damping, time domain, dynamic, boundary element method