

基于非递推公式的机械臂正动力学的 并行计算策略¹⁾

陆佑方 张京军* 陈塑寰

(吉林工业大学工程力学系, 长春 130025)

(中国科学院机器人学开放研究实验室, 沈阳)

摘要 利用 Jourdain 原理来消除约束反力, 并通过引入 Lagrange 乘子释放约束, 得到了机械臂正动力学非递推形式的计算模型. 由于在这种模型中引进了一些冗余计算, 因此减弱了方程中各计算量之间的依赖性, 从而提高了模型的内在并行性. 为了尽量减少并行计算所需处理器的数目, 本文采用了求解规模缩减技术, 并基于这个模型提出了一种面向 $O(n)$ 个处理器的机械臂正动力学的并行计算策略. 最后以 PUMA 560 机器人的前三个臂为例进行了计算效率分析.

关键词 机械臂, 正动力学, 逆动力学, 增广方程, 递推公式, 并行算法

引言

发展机械臂正动力学的快速算法可以为机器人设计及研究新的控制算法提供更为有效和经济的手段.

在机械臂正动力学建模中, 与逆动力学情况相同, 以递推公式为模型对机械臂正动力学进行串行计算, 其计算效率是最高的. Conjugate Gradient 法^[1]和 Articulated Body Inertia 法^[2]是两种非显式计算惯性矩阵的正动力学算法. 而基于逆动力学算法并显式计算惯性矩阵的 Composite Rigid Body 法^[1]是目前机械臂正动力学计算中最为有效的串行算法(当 $n \leq 12$ 时, n 为机械臂的自由度数).

为了进一步提高计算效率, 发展并行算法是最具潜力的一种途径. 基于 Composite Rigid Body 方法, Lee 和 Chang^[3]给出了两种分别面向 $O(n)$ 和 $O(n^2)$ 个处理器的并行算法, 极大地提高了计算效率. 目前国内关于机械臂动力学并行算法的研究还较少, 陆佑方^[4], 洪嘉振^[5]等在这方面做了一些有意义的探讨.

注意到递推形式的动力学模型中, 由于各方程之间耦合程度比较强, 因此并不利于并行计算. 而在一般多系统动力学建模中, 一种较为普遍采用的方法是选择不独立变量为广义坐标, 并用变分原理来消除约束反力, 最后通过引入 Lagrange 乘子释放约束, 得到动力学模型^[6,7]. 在串行计算中, 虽然这种建模方法具有程式化强的优点, 但计算效率不高, 因此, 当需要建立高效计算模型时, 就很少采用这种方法. 我们注意到在采用并行计算方法时, 由于这种建模方法引进

1) 国家自然科学基金及中国科学院机器人学开放研究实验室基金资助项目.

*工作单位: 河北煤炭建筑工程学院.

1996-01-22 收到第一稿, 1996-10-22 收到修改稿.

令

$$HK_i = C_i^i \bar{K}_i \tag{10}$$

$$HL_i = C_i^i \tilde{L}_i \tag{11}$$

$$HKW_i = (HK_i)^i W_i \tag{12}$$

$$HLW_i = (HL_i)^i W_i \tag{13}$$

$$H(KW_i - LW_i) = HKW_i - HLW_i \tag{14}$$

则有

$$\dot{X}_i = H(KW_1 - LW_1) + \dots + H(KW_{i-1} - LW_{i-1}) + HKW_i \tag{15}$$

2.2 F^a 的计算

令

$${}^i D_i = {}^i \tilde{W}_i J_i^T W_i \tag{16}$$

$$C_i^{i+1} = C_i^T C_{i+1} \tag{17}$$

则有

$$\text{,可} \quad {}^i F_i^a = \begin{bmatrix} m_i g \\ - {}^i D_i + {}^i T_i^a - C_i^{i+1} {}^{i+1} T_{i+1}^a \end{bmatrix} \tag{18}$$

2.3 的计算

令

$$HCW_i = C_i ({}^i \tilde{W}_i)^2 \tag{19}$$

$$HWK_i = (HCW_i)^i K_i \tag{20}$$

$$HWL_i = (HCW_i)^i L_i \tag{21}$$

则有

$${}_i = - HWK_i + HWL_{i-1} \tag{22}$$

2.4 \dot{Y} 的计算

显然,方程(9)的规模为 $9n \times 9n$. 一般来说,要并行求解方程(9)需 $9n$ 个处理器. 为了减少所需处理器的数目,可以对方程的规模进行缩减.

首先,用 $(- {}_Y M^{-1})$ 左乘方程的系数矩阵的第一行并加到第二行,得

$$\begin{bmatrix} M & {}_Y^T \\ 0 & - {}_Y M^{-1} {}_Y^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^a \\ - {}_Y M^{-1} F^a \end{bmatrix} \quad \text{ve} \tag{23}$$

然后,方程(9)的求解可变为

$$\text{第一步:计算} \quad (- {}_Y M^{-1} {}_Y^T) = - {}_Y M^{-1} F^a \tag{24}$$

$$\text{第二步:计算} \quad \dot{Y} \quad M \dot{Y} = F^a - {}_Y^T \tag{25}$$

2.5 \ddot{q}_i 的计算

$$[0 \ 0 \ \ddot{q}_i]^T = A_i ({}^i \dot{W}_i - C_i^T C_{i-1} {}^{i-1} \dot{W}_{i-1} - {}^i \tilde{W}_i A_i^T Z_0 \dot{q}_i) \tag{26}$$

3 结 论

以 PUMA 560 机器人的前 3 个臂为例,用本文的并行计算策略进行计算,其计算效率见表 1.从表 1 可以看出本文所提出的算法具有很高的计算效率.限于篇幅,本文的符号说明及详细的计算列式可参看文[8].

表 1 计算效率比较

Table 1 Comparison of computational efficiency

Method	Muls	Adds	Total	Algorithm
Composite Rigid - Body ^[1]	690	511	1201	Serial
Lee/ Chang I ^[3]	296	274	570	Parallel
Lee/ Chang II ^[3]	307	308	615	Parallel
This paper	187	178	365	Parallel

参 考 文 献

- Walker MW, Orin DE. Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms. *Trans. ASME J. Dynam. Syst., Meas., and Contr.*, 1982, 4: 205 ~ 211
- Featherstone R. The calculation of robot dynamics using articulated - body inertias. *The Int. J. of Robotics Res.*, 1983, 2(1): 13 ~ 30
- Lee CSG, Chang PR. Efficient parallel algorithms for robot forward dynamics computation. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern.*, 1988, 18(2): 238 ~ 251
- 张京军,王志选,陆佑方.机械臂逆动力学的一种有效的并行算法. *机器人*, 1996, 18(2): 91 ~ 96
- 洪嘉振.复杂多体系统计算动力学.一般力学(动力学、振动与控制)最新进展(黄文虎,陈滨,王照林主编).北京:科学出版社, 1994. 114 ~ 122
- 陈滨.分析动力学.北京:北京大学出版社, 1987
- 陆佑方.柔性多体系统动力学.北京:高等教育出版社, 1996
- 张京军.机械臂动力学的并行计算研究.博士学位论文,吉林工业大学, 1996

PARALLEL COMPUTATIONAL SCHEME FOR THE MANIPULATOR FORWARD DYNAMICS BASED ON THE NON- RECURSIVE FORMULATION

Lu Youfang Zhang Jingjun Chen Suhuan

(Dept. of Engineering Mechanics, Jilin University of Technology, Changchun 130025, China)

Abstract An augmented computational model for the forward dynamics is developed by using the Jourdain principle and the vector of Lagrange multipliers. Because some redundant computations are introduced, the data dependency in the model is reduced and hence the parallelism of this model is increased. A parallel computational scheme with $O(n)$ processors for the manipulator forward dynamics is presented based on this model.

Key words manipulator, forward dynamics, inverse dynamics, augmented equations, recursive formulation, parallel algorithm