第 28 卷 第 6 期
1996 年 11 月
ACTA MECHANICA SINICA
Vol 28, No. 6
Nov., 1996

含凹坑缺陷圆柱壳的数值极限分析[1)]

刘应华　岑章志　徐秉业
(清华大学工程力学系, 北京 100084)

摘要　使用文 [1] 提出的三维结构塑性极限分析的一般计算方法, 我们对含凹坑缺陷的圆柱壳进行了数值极限分析. 对凹坑和筒体各种组合的几何参数, 本文给出了筒壳极限压力的上限. 计算结果与现有的理论、实验和数值解进行了比较. 本文调查和评估了各种形状和尺寸的凹坑对筒壳极限承载能力的影响规律, 研究了对应于不同凹坑尺寸的筒壳两种典型的破坏模式. 根据以上数值结果, 本文采用几何参数 G 来反映凹坑各参数对筒壳极限压力的综合影响, 并给出了估计带凹坑筒体极限压力的拟合公式. 本文结果对含凹坑缺陷压力容器的安全评估具有重要参考价值.

关键词　极限分析, 数学规划, 迭代求解, 凹坑缺陷

符号说明

A 椭球形或长条形凹坑的纵向半轴

B 椭球形或长条形凹坑的环向半轴

C 凹坑深度

P 带凹坑筒壳的极限压力 (MPa)

P_0 无缺陷筒壳的极限压力 (MPa)

R_0 筒壳的外半径

R_i 筒壳的内半径

R 筒壳的平均半径

K 筒壳的径比

T 筒壳的厚度

ρ 几何参数 $\left(\frac{A}{\sqrt{RT}}\right)$

Φ 几何参数 $\left(\frac{B}{\sqrt{RT}}\right)$

G 几何参数 $\left(\frac{C}{T}\frac{A}{\sqrt{RT}}\right)$

σ_s 材料的屈服应力 (MPa)

A/B 凹坑纵向环向半轴比

C/T 凹坑相对深度

C/B 凹坑坡度

引　言

凹坑是压力容器表面最为常见的一种体积型缺陷, 它可以由腐蚀或机械损伤产生, 也可能通过对表面裂纹的打磨消除而形成. 凹坑的存在不仅造成局部的应力集中, 降低压力容器的极限承载能力, 而且可能由于疲劳载荷作用而萌生裂纹, 严重威胁压力容器的安全运行, 甚至诱发产生容器的破坏事故. 由于目前缺少系统的理论分析, 充足的数值和实验结果, 凹坑对筒壳极限承载能力的影响规律和筒体破坏机理尚不清楚. 传统上, 对带缺陷压力容器进行安全评估时, 常常采用净截面破坏方法估计极限压力. 然而, 在有些情况下筒壳的破坏取决于凹坑附近局部的力学行为, 而不是筒体净截面的削弱. 采用这种方法对凹坑缺陷进行评定和处理时, 在有些情况下显得过于危险, 在另一些情况下, 又显得过于

1) 国家科委八五重点攻关项目.
1995-11-23收到第一稿, 1996-04-22收到修改稿

保守. 这势必给在役压力容器的检修带来许多困难. 如何估计凹坑缺陷对压力容器极限承载能力的影响给这一领域的工程师们提出了一个实际的课题.

带凹坑缺陷压力容器的极限分析及相应安全评定方法的研究, 是当前压力容器安全性分析中的前沿课题, 它具有十分重要而广泛的应用背景. 极限分析作为塑性力学的一个重要分支, 可以进一步发挥材料潜力, 为压力容器的设计和安全评估提供有价值的指导. 在对带缺陷压力容器进行安全评估时, 极限载荷已被 CEGB 用于双判据方法中的主要指标之一. 直到现在人们已经作出了许多努力来测量、表征和预测带缺陷压力容器的极限载荷.

Kitching 和 Zarrabi[4,5]从理论和实验上估计了带长条形凹槽圆柱壳的极限压力. 他们[4]引入一些简化假设推导出满足平衡方程和不违反双矩弱作用屈服准则的许可应力场, 根据极限下限定理, 使用线性优化方法, 他们计算了带长方形凹槽的圆柱壳极限载荷的下限. Kitching 和 Zarrabi[5]做实验调查了带长条形凹槽的铝合金圆柱壳的极限压力并与他们计算的下限解进行了比较. Miller[2]总结了许多带缺陷结构极限分析的经验公式或解析解, 然而这些解的获得引入了一些关键的假设和简化, 仅适合于一些特殊类的几何和缺陷形式.

本质上, 估计带凹坑缺陷圆柱壳的极限载荷是一个非线性的三维问题, 采用三维弹塑性增量有限元法计算极限载荷是可行的, 但计算量太大, 因而不适合工程设计目的. 另一种方法是利用塑性极限理论, 将有限元法和数学规划相结合, 直接计算极限载荷. 它已成为目前求解复杂结构极限分析问题的主要方法.

本文从极限分析数值计算角度, 系统、全面研究了不同形状和尺寸的凹坑缺陷对圆柱壳极限载荷的影响, 探讨了带各种凹坑的圆柱壳在内压作用下塑性区域的变化过程及相应的破坏模式. 本文还给出了一系列极限压力与缺陷几何参数之间的计算曲线和拟合曲线, 为带凹坑缺陷压力容器的安全评定提供了一定的理论依据.

1　有限元极限分析原理

1.1 上限分析的数学规划格式

考虑一个三维刚塑性体 V, 其边界为 S. 在边界 S_σ 上作用有基准力系 t_i, 在边界 S_u 上受位移约束 $u_i = 0$, 物体在比例加载力系 $v t_i$ 的作用下达到极限状态, v 即为极限载荷乘子.

当以 Mises 条件为屈服条件时, 可得确定极限载荷乘子 v 的上限数学规划格式

$$v = \min: \sqrt{\frac{2}{3}}\,\sigma_s \int \sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}}\,\mathrm{d}v \tag{1a}$$

$$\mathrm{s.t.}\quad \int_{\sigma} t_i u_i = 1 \tag{1b}$$

$$u_{i,i} = 0, \qquad \mathrm{in}\ V \tag{1c}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \mathrm{in}\ V \tag{1d}$$

$$u_i = 0, \qquad \mathrm{on}\ S_u \tag{1e}$$

使用位移模式的有限元法将（1a）～（1b）离散化，在每个单元上将应变表示为

$$\epsilon_e = B_e \delta_e \tag{2}$$

B_e 为单元应变矩阵，δ_e 为单元节点位移列向量，记 $K_e = B_e^{\mathrm{T}} \cdot B_e$，将位移边界条件引入，由单元节点位移向量 δ_e 组成总体节点位移向量 δ，将 K_e 扩展为与 δ 同阶，并采用 Gauss 积分法进行数值积分，则有

$$\int \sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}} = \sum_{i \in I} \rho_i \sqrt{\delta^{\mathrm{T}} K_i \delta} \tag{3}$$

这里 I 是全部 Gauss 积分点集合，ρ_i 为积分权因子，K_i 为 K_e 矩阵在 i 点上的值．由式（1b）可导出离散后的载荷约束条件

$$F^{\mathrm{T}} \delta = 1 \tag{4}$$

这里 F 是等效节点载荷向量．

不可压条件 $u_{i,i} = 0$ 在分析三维问题需特别处理，对平面应力及板壳等问题均可由对 K_i 形式的简单修正而满足．

1.2 塑性不可压条件的处理

用有限元方法处理一般三维塑性分析问题时，塑性变形体积不可压条件的引入是需要克服的难点之一．本文采用罚函数法加以解决．

利用罚函数法引入不可压条件 $\epsilon_v = u_{i,i} = 0$，则罚函数项为

$$\frac{1}{2}\alpha \int \epsilon_v^2 \,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\alpha \int \epsilon^{\mathrm{T}} C \epsilon \,\mathrm{d}V \tag{5}$$

有限元离散化，并将（2）式代入，有

$$\frac{1}{2}\alpha \int \epsilon_v^2 \,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\alpha \sum_e \int_e \epsilon_e^{\mathrm{T}} C \epsilon_e \,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\alpha \sum_{i \in I} \rho_i \delta^{\mathrm{T}} (K_v)_i \delta \tag{6}$$

这里 $K_v = B_e^{\mathrm{T}} C B_e$，$C$ 为一系数矩阵，α 为序列罚因子．

于是由（3），（4）和（6）得到如下有关三维体上限分析的离散格式

$$\min: \sum_{i \in I} \rho_i \sqrt{\delta^{\mathrm{T}} K_i \delta} \tag{7a}$$

$$\text{s.t.} \quad F^{\mathrm{T}} \delta = 1 \tag{7b}$$

$$\delta^{\mathrm{T}} (K_v)_i = 0, \quad i \in I \tag{7c}$$

一般说，采用罚函数法处理不可压条件时，由于过度约束会产生所谓的“锁死”现象．“锁死”可以通过采用减缩积分或选择积分使与罚函数相关的附加刚阵奇异加以克服．然而，我们的数值实验表明，在选用合适的罚函数情况下，现有的极限分析算法对“锁死”并不敏感，对罚函数项不需要采用减缩或选择积分仍能取得满足精度要求的解．

1.3 识别刚、塑性区

格式（7）是一个含有等式约束的非线性规划问题．目标函数是凸的、非线性的，且当

应变为零时具有不可微性．这种非光滑性在目标函数极小化过程中会产生麻烦，在零点附近估计梯度时会导致计算溢出．为此我们将整个结构区域分为刚性区和塑性区，并对刚性区和塑性区积分点分别施以不同的约束，对目标函数进行修正．问题的非线性通过迭代求解解决．具体地，在进行第 $K+1$ 步迭代之前，先逐个检查各积分点上应变是否为零，即 $\delta_k^{\mathrm{T}}K_i\delta_k$ 是否为零．将 I 分为两个子集 R_{k+1} 和 P_{k+1} 的并

$$I = R_{k+1} \cup P_{k+1} \tag{8 a}$$

$$R_{k+1} = \{i \in I,\ \delta_k^{\mathrm{T}} k_i \delta_k = 0\} \tag{8 b}$$

$$P_{k+1} = \{i \in I,\ \delta_k^{\mathrm{T}} k_i \delta_k \neq 0\} \tag{8 c}$$

R_{k+1} 和 P_{k+1} 的确定具有重要意义，通过它们可以对刚性区和塑性区的分布得以了解进而使我们可以对格式 (7) 进行逐步修正．

通过在每步迭代中引入刚性区和塑性区的判据过程，逐步识别刚性区和塑性区，并且依此对目标函数进行不断地修正，目标函数非光滑的性质所导致的困难得以克服．

1.4 迭代求解

根据以上构想，可以提出如下迭代算法步骤:

Step 0

求解极小化过程

$$\min:\ \sum_{i\in I} \rho_i \delta^{\mathrm{T}} K_i \delta \tag{9 a}$$

$$\text{s.t.}\quad F^{\mathrm{T}}\delta = 1 \tag{9 b}$$

$$\delta^{\mathrm{T}}(K_v)_i \delta = 0,\qquad i \in I \tag{9 c}$$

确定 δ_0，这相当于求解一个弹性力学问题，所以 δ_0 满足方程组

$$\Big[\sum_{i\in I} \rho_i K_i + \sum_{i\in I} \alpha_0^i (K_v)_i\Big]\delta_0 = q_0 F \tag{10 a}$$

$$F^{\mathrm{T}}\delta_0 = 1 \tag{10 b}$$

将 δ_0 回代产生 ν_0

$$\nu_0 = \sum_{i\in I} \rho_i \sqrt{\delta_0^{\mathrm{T}} K_i \delta_0} \tag{11}$$

Step $k+1$

首先由 δ_k 确定 R_{k+1} 和 P_{k+1}，再求解极小化过程

$$\min:\ \sum_{i\in P_{k+1}} \frac{\rho_i \delta^{\mathrm{T}} K_i \delta}{\sqrt{\delta_k^{\mathrm{T}} K_i \delta_k}} \tag{12 a}$$

$$\text{s.t.}\quad F^{\mathrm{T}}\delta = 1 \tag{12 b}$$

$$\delta^{\mathrm{T}}(K_v)_i \delta = 0,\qquad i \in P_{k+1} \tag{12 c}$$

$$\delta^{\mathrm{T}} K_i \delta = 0,\qquad i \in R_{k+1} \tag{12 d}$$

确定 δ_{k+1}，这步的求解也类似于求解一个弹性力学问题，引入拉氏乘子 $2q_{k+1}$ 解除约束条件 $F^{\mathrm{T}}\delta = 1$，δ_{k+1} 应满足

$$\left[\sum_{i\in P_{k+1}} \frac{\rho_i K_i}{\sqrt{\delta_k^{\mathrm{T}} K_i \delta_k}} + \sum_{i\in P_{k+1}} \alpha_{k+1}^i (K_v)_i + \sum_{i\in R_{k+1}} \beta_{k+1}^i K_i\right] \delta_{k+1} = q_{k+1} F \tag{13 a}$$

$$F^{\mathrm{T}} \delta_{k+1} = 1 \tag{13 b}$$

将 δ_{k+1} 回代产生 ν_{k+1}

$$\nu_{k+1} = \sum_{i\in I} \rho_i \sqrt{\delta_{k+1}^{\mathrm{T}} K_i \delta_{k+1}} \tag{14}$$

在以上迭代过程中所产生的 $\{\nu_k\}$ 值，根据上限定理，可确保为极限载荷乘子 ν 的上限. 作者业已证明上述迭代过程是单调收敛的，极限乘子序列 $\{\nu_k\}$ 收敛于真实极限乘子的上限.

本文描述的直接迭代算法有严格的数学理论[11]，能保证其收敛的稳定性，其程序实施也较容易，原则上适用于任何位移有限元分析.

2 带外表面凹坑圆柱壳的数值极限分析

2.1 与其它方法计算结果的比较

本文发展的数值方法已编成计算机程序. 为了优化数值精度和效率，我们对不同的操作参数如网格密度，刚性区判据，收敛准则和罚因子进行了数值实验. 通过对典型算例的计算，并与其它的数值、解析和实验结果进行比较，本文方法的正确性得到检验.

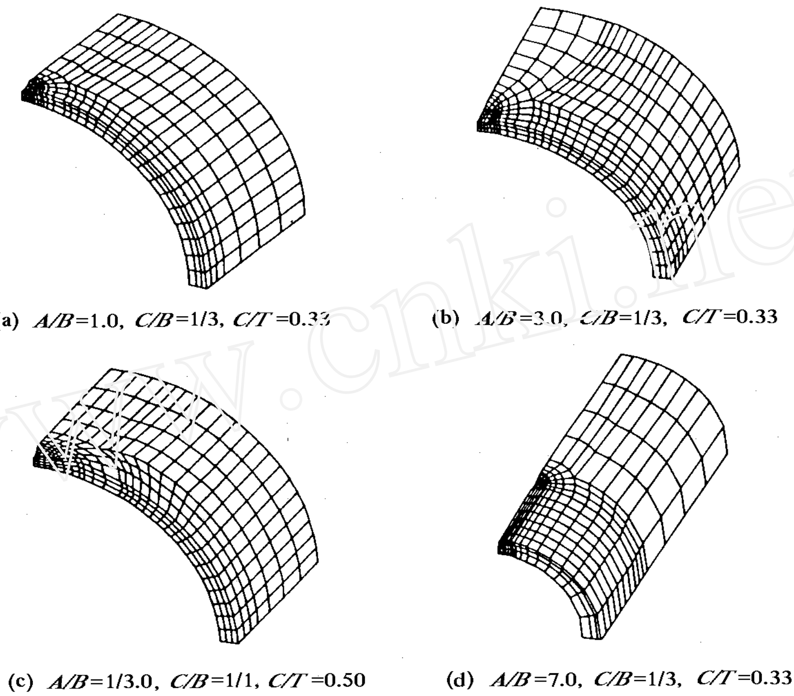
首先，我们计算了带四种不同形状和尺寸凹坑的圆柱壳的极限压力. 这些凹坑分别是球形，轴向椭球形，环向椭球形及长条形凹坑. 我们也利用 ADINA 程序通过三维增量弹塑性有限元分析计算了同样的问题. 筒壳径比 K 是 1.20，壁厚是 20 mm，屈服应力 σ_s 是 200 MPa. 考虑到对称性，所有凹坑计算模型均取结构的 1/4，剖分面位于结构的对称面处. 计算时，在这些对称面上施加相应的约束. 有限元离散采用三维八节点等参元. 为了准确反映应力集中情况，在凹坑附近设置了一定宽度的加密区. 按照不同的凹坑形状和尺寸，划分单元数从 500 到 1 000，节点数从 700 到 1 200 不等. 有限元网格如图 1 所示. 计算结果的比较见表 1.

表1 计算极限载荷 (MPa) 的比较

Table 1 Comparison of results with these by ADINA

Structures	This paper (MPa)	ADINA (MPa)
Fig. 1 (a)	39.824	39.202
Fig. 1 (b)	35.716	35.075
Fig. 1 (c)	40.732	40.128
Fig. 1 (d)	28.594	28.001

从表 1 可以看出本文结果与 ADINA 计算结果符合较好，而花费的计算时间比增量法要少得多. 极限载荷一般可经过 10～20 多次迭代后获得. 对于大面积屈服的极限问题，通过迭代过程很快可得到结果；对于局部屈服的极限载荷问题，相应迭代次数增加. 所得计算结果是较为接近真实极限载荷的上限解. 从迭代过程来看，本文算法显示了稳定的收敛性和计算效率.



(a) 带球形凹坑, (b) 带轴向椭球形凹坑, (c) 带环向椭球形凹坑, (d) 带长条形凹坑

(a) Cylinder with a spherical slot, (b) Cylinder with an axial slot,

(c) Cylinder with a circumferential slot, (d) Cylinder with a rectangular slot

图1　有限元网格

Fig. 1　The finite element meshes

Kitching 和 Zarrabi[4]使用线性优化方法计算了带长条形凹槽的圆柱壳极限压力的下限. 然而由于他们引入了一些特殊假设简化了下限极限分析, 所得计算压力远低于真实极限压力. 针对 Kitching 等采用的缺陷参数, 本文计算了带长条形凹槽筒壳极限压力的上限. 计算结果的比较见图2, 图中 Ω 表示凹坑处韧带厚度与筒壁厚之比, ρ 表示几何参数, P 是无量纲极限压力. 从图中可看出, 本文计算结果大于, 有时远大于 Kitching 等人结果. 本文与 Kitching 等人结果的结合能为带长条形凹槽的圆柱壳的极限压力的估计提供一个安全而不保守的界限.

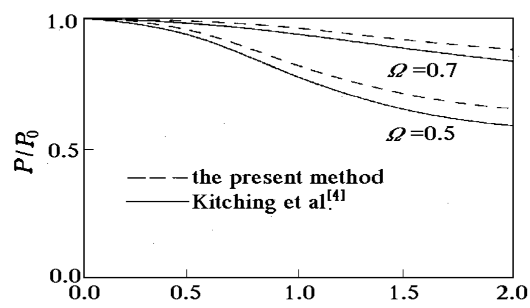
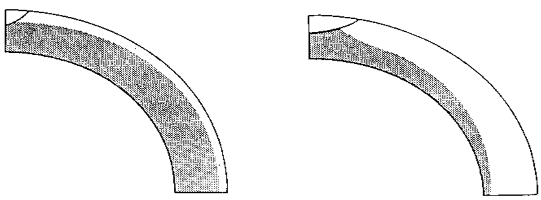


图2　计算结果的比较

Fig. 2　Comparison of the computational results

2.2 破坏模式

对于凹坑参数 A/B 和 C/T 较小和 C/B 较大的情况, 当内压达到极限压力时, 筒壳几乎处于整体屈服状态, 在筒体内发生大面积的塑性变形, 这时凹坑对极限承载能力的影响很小, 主要是净截面的削弱. 筒壳在极限状态时发生整体破坏. 如图3 (a) 中, 阴影部分表示破坏时的塑性区域.



(a) 整体破坏 (b) 局部破坏

(a) Global collapse (b) Local collapse

图3 两种典型的破坏模式

Fig. 3 Two failure modes at the limit state

当凹坑参数 A/B 和 C/T 较大和 C/B 较小时, 塑性屈服首先发生在凹坑底部, 然后很快沿凹坑表面轴向扩展, 而沿壁厚和环向扩展较为缓慢. 同时在凹坑附近的筒壳内壁和远离凹坑的筒壳外壁形成两个刚性区. 这两个刚性区是由于凹坑引起的局部弯矩产生低应力水平而形成的. 当内壁刚性区逐渐进入屈服时, 这时在凹坑部位形成一个塑性铰. 筒壳达到极限状态而变成一个破坏机构. 凹坑处的韧带向外鼓起. 在这种情况下, 在凹坑内将发生局部泄漏. 图3 (b) 表示对应于局部破坏模式的破坏机构.

2.3 凹坑对筒壳极限压力的影响

本文发展的有限元数值方法被应用于带外表面凹坑筒壳的参数极限分析. 各种形状和尺寸的凹坑对筒壳极限压力的影响被调查和评估. 考虑的凹坑包括带有各种几何尺寸的球形、椭球形和长条形凹坑. 带椭球形和长条形凹坑的筒壳的几何示意如图4. 数值极限分析以下列几何参数的各种组合为变量进行.

KK 1.02, 1.20

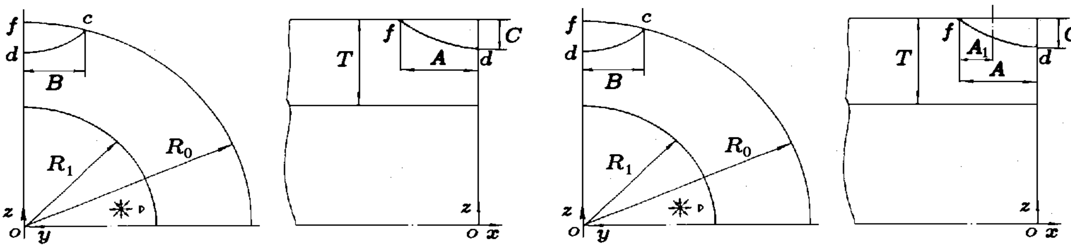
A/B 1.0, 3.0, 5.0, 7.0, 11.0, 1/3.0, 1/5.0

C/B 1/1, 1/3, 1/4

C/T 0.20, 0.33, 0.50, 0.60

这里几何参数 $A/B = 1.0$ 对应于球形凹坑, $A/B < 1.0$ 对应于环向椭球形凹坑, $1 < A/B \leq 5.0$ 对应于轴向椭球形凹坑, $A/B > 5.0$ 则对应于长条形凹坑. 凹坑参数对筒壳极限压力影响的计算曲线如图5. 从图5中, 我们可得出以下结论.

对一定的凹坑长短轴比 A/B, 筒壳极限压力随着凹坑深度 C/T 增加或凹坑斜度 C/B 的减少而减少. 极限压力随 C/B 减小而减小, 尤其当 C/T 较大时. 当 C/T 较小和 C/B 较大时, 凹坑对极限压力的影响很小. 随着 A/B 增大, C/T 对极限压力的影响增大, 随 C/T 增大, 极限压力下降更快. 在相同的凹坑深度和坡度下, 长条形凹坑对应的极限压力比椭球形和球形凹坑对应的极限压力低得多.



(a) 带椭球形凹坑 (b) 带长条形凹坑

(a) With an ellipsoidal slot (b) With a rectangular slot

图4 带凹坑的筒壳几何示意图

Fig. 4 The geometry of cylinder with par-through slot

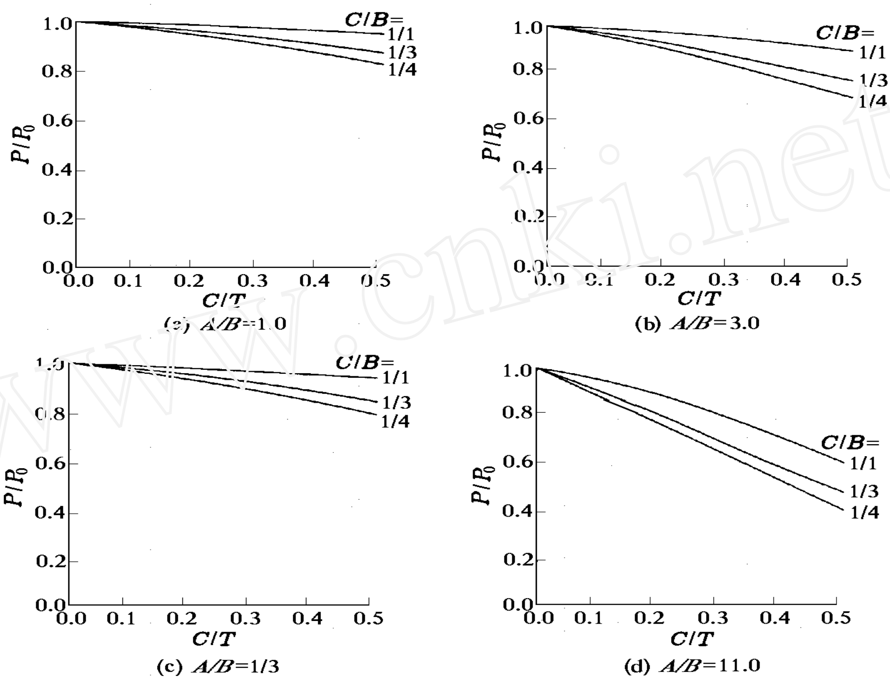


图5　极限载荷的计算曲线

Fig. 5　The computational curves for the limit loads

图5 (b) 和5 (c) 表明带轴向椭球形凹坑的筒壳极限压力低于带相同尺寸环向凹坑筒壳的极限压力. 原因可能是筒壳中环向应力比轴向应力大, 环向凹坑产生的应力集中低于相同尺寸的轴向凹坑产生的应力集中. 因此, 轴向凹坑对应的计算结果可用来保守估计带相同尺寸环向凹坑筒壳的极限载荷 A/B 对带轴向凹坑筒壳极限压力的影响大于对带环向凹坑筒壳极限压力的影响 环向凹坑对应的极限压力低于圆形凹坑对应的极限压力 (在短轴相同时).

当凹坑参数A/B 和C/T 较小和C/B 较大时, 凹坑对筒壳极限压力的影响并不明显 筒体破坏模式是整体破坏, 有较大的塑性变形发生 此时净截面破坏方法可用于近似估计筒壳的极限压力. 当凹坑参数A/B 和C/T 较大和C/B 较小时, 将在凹坑附近形成局部塑性铰, 这会大大降低筒体极限承载能力. 筒体的破坏形式为在凹坑内发生局部泄漏 此时, 净截面破坏方法将给出偏于危险的结果

图6表示对应不同的C/T 极限压力随几何参数ρ的变化规律 从图中可以看出, 对一定的C/T, 随着ρ增加, 极限压力缓慢减小, 当ρ大于某一临界值 (对不同的C/T 各不相同) 时, 极限压力下降很快 对一定的C/T, 在ρ相同时, 长条形凹坑对应的极限压力最大, 椭球形其次, 圆形凹坑对应的极限压力最小, 而且三种形状凹坑对应的极限压力相差不大 因此, 半径$r=A$ 的球形凹坑对应的极限压力可用于保守估计相同深度、轴向尺寸为$2A$ 的椭球形或长条形凹坑的极限压力.

图7反映了极限压力随环向尺寸B 的变化 从图中可以看出, 环向尺寸B 对极限压力的影响较小, 除非B 是非常大 对大多数实际问题, 参数B 的影响可以忽略 在其它参数相同的情况下, 径比KK 对极限压力的影响很小. 随KK 减小, 极限压力略有增加

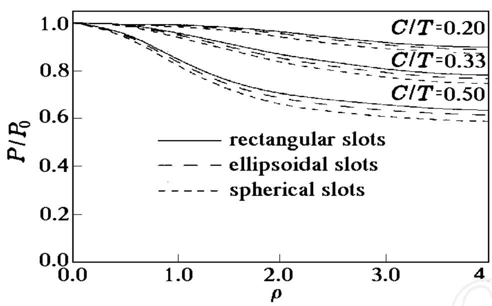


图6 P/P_0随ρ变化曲线 ($\Phi = 0.51$, $KK = 1.20$)

Fig. 6 Variation of P/P_0 with ρ for different values of C/T ($\Phi = 0.51$, $KK = 1.20$)

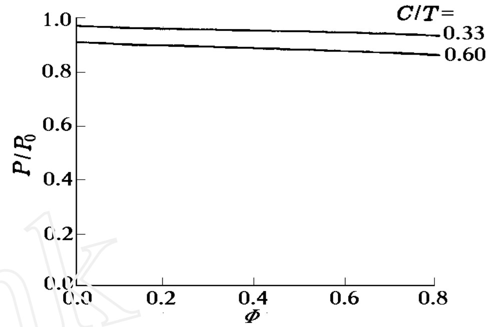


图7 P/P_0随Φ变化曲线 ($\rho = 0.76$, $KK = 1.20$)

Fig. 7 Variation of P/P_0 with Φ for different values of C/T ($\rho = 0.76$, $KK = 1.20$)

不同形状和尺寸的凹坑对筒壳极限压力实际的影响情况对不同的凹坑参数可参考相应的计算曲线图

当凹坑纵向尺寸或环向尺寸趋于零时，凹坑变成部分穿透的环向或纵向表面裂纹 因而，本文工作的计算结果可保守地用于带表面裂纹或被腐蚀的筒壳的安全估计中

2.4 估计极限压力的拟合公式

为了广泛调查凹坑各参数对极限压力的综合影响，并将以上结果用于压力容器的安全评估中，我们对计算结果采用最小二乘法进行曲线拟合

根据上述分析，我们可以发现在凹坑参数中，C/T 和 ρ 是最重要的，其中 C/T 对极限压力影响最大，其次是 ρ，而 B 一般来说对极限压力的影响较小 因此我们使用几何参数 $G = \frac{C}{T}\frac{A}{\sqrt{RT}}$ 来估计凹坑各参数对极限压力的总体影响作用 参数 G 表征了凹坑缺陷量的大小，能较好反映凹坑参数对极限压力的综合影响 在可接受的工程近似范围内，G 对较为广泛的筒壳和凹坑尺寸都是有效的

利用最小二乘法对计算结果进行处理，我们得到下列拟合公式

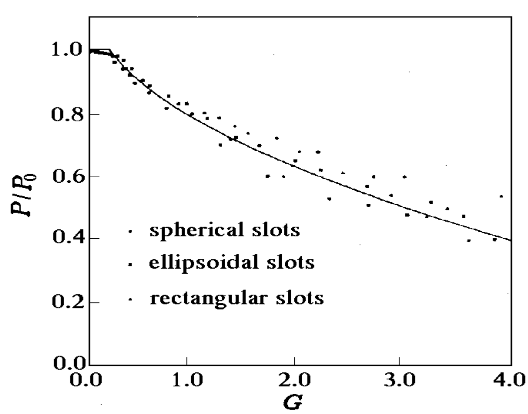


图8 极限载荷的拟合曲线

Fig. 8 The fit curve for the limit load (P/P_0 vs G)

$$\frac{P}{P_0} = 1.000\,000\,, \qquad 当\ G \le 0.19$$

$$\frac{P}{P_0} = 1.167\,069 - 0.383\,282\,G^{1/2}, \qquad 当\ G > 0.19$$

以上公式能作为一般的准则用来估计带凹坑缺陷筒壳的极限压力 对应上述公式的拟合曲线见图8 从图中，我们看出当 G 小于0.19时，极限载荷随 G 增大变化很小，反映凹坑对极限压力影响很小，此时筒体破坏模式是整体破坏；当 G 大于0.19时，极限压力随 G 增大下降很快，筒体的破坏是局部泄漏

3 结　论

本文采用作者们提出的三维结构极限分析的一般数值方法, 对带球形、椭球形和长条形凹坑筒壳的极限压力进行了计算, 探讨了凹坑类缺陷对筒体极限压力的影响, 研究了相应的破坏模式, 并给出了估计筒壳极限压力的拟合公式. 本文的工作对工程实际中的带各种凹坑缺陷的筒壳的安全估计提供了一定的理论及设计依据.

参 考 文 献

1 Liu YH, Cen ZZ, Xu BY. A numerical method for plastic limit analysis of 3-D structures. *Int. J. Solids Structures*, 1995, 32: 1645～1658

2 Miller AG. Review of limit loads of structures containing defects. *Int. J. Pres. Ves. and Piping*, 1988, 32: 197～327

3 Wu DD, Huang ZY, Chen LQ. A study of the limit pressures of thick-walled pipes with part-through slots on the outside surface. *Int. J. Pres. Ves. and Piping*, 1985, 20: 207～221

4 Kitching R, Zarrabi K. Lower bound to limit pressure for cylindrical shell with part-through slot. *Int. J. Mech. Sci.*, 1981, 23: 31～48

5 Kitching R, Zarrabi K, Limit and burst pressures for cylindrical shells with part-through slots. *Int. J. Pres. Ves. and Piping*, 1982, 10: 235～270

6 Ruiz C. Ductile growth of a longitudinal flaw in a cylindrical shell under internal pressure. *Int. J. Mech. Sci.*, 1978, 20: 277～281

7 Kitching R, Davis JK, Gill SS. Limit pressures for cylindrical shells with unreinforced openings of various shapes. *J. Mech. Eng. Sci.*, 1970, 12 (5): 313～330

8 Dowling AR, Townley SHA. The effects of defects on structural failure: a two-criteria approach. *Int. J. Pres. Ves. and Piping*, 1975, 3: 77～107

9 Milne I, Ainsworth RA, Dowling AR, Stewart AR. R/H/R6-Rev. 3, *Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects*, CEGB, UK, 1986

10 Ewing DJF, TPRD/L/MT0257/84, PLCLIB: A Program to Calculate Plastic Collapse Loads for Spherical Shells with Set-through Nozzles Having Axisymmetric Defects. CEGB, UK, 1984

11 刘应华. 结构极限与安定分析的数值方法研究及其工程应用. 清华大学工程力学系博士论文, 1995

NUMERICAL ANALYSIS OF THE LIMIT LOADS FOR CYLINDRICAL SHELLS WITH PART-THROUGH SLOTS

Liu Yinghua　Cen Zhangzhi　Xu Bingye

(*Dept. of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing* 100084, *China*)

Abstract A numerical limit analysis is performed for cylindrical shells with part-through slots using a general computational method for limit analysis of 3-D structures. The upper bounds for the limit pressures are given for a comprehensive range of geometric parameters. Some of the calculated results are compared with the results of detailed 3-D elastoplastic finite element analysis and where possible, with existing theoretical, experimental or numerical solutions. The effects of various shapes and sizes of part-through slots on the load-carrying capacity of cylindrical shells are investigated and evaluated. Two kinds of typical failure modes corresponding to different dimensions of slots are studied. Based on the numerical results, a geometric parameter G which combines the slot dimensions and the cylinder geometry is presented. It reflects reasonably the overall effect of slot on the limit load of a cylinder. A fit formula for estimating the limit pressure of a cylindrical shell with part-through slot is obtained.

Key words limit analysis, mathematical programming, iterative solution, part-through slot