第 28 卷 第 5 期
1996 年 9 月
ACTA MECHANICA SINICA
Vol. 28, No. 5
Sept, 1996

高分子材料平面应变拉伸变形局部化[1)]

胡　平
(吉林工业大学工程力学系，长春 130025)
Y. Tomita
(日本神户大学工学部)

摘要　将基于应变软化玻璃状高分子材料微观特征建立的BPA 8-链分子网络模型引入Updating Lagrange有限元方法，建立了适于变形局部化分析的大变形弹塑性有限元驱动应力法. 在此基础上，数值模拟了初始各向同性高分子材料平面应变拉伸变形局部化的传播过程. 探讨了BPA模型对具有加工硬化特性的结晶性高分子材料变形分析的适应性；分析了局部化传播过程中颈缩截面的非均匀应力三轴效应；最后，讨论了网格尺寸以及初始几何不均匀性对颈缩扩散以及应力三轴效应的影响.

关键词　BPA 模型，有限元方法，高分子材料，平面应变拉伸

引　言

近年来，随着高分子材料科学的高速发展，象氯化聚乙烯一类高分子材料已在日常生活用品和工业用品制造业得到广泛的应用. 就其制造过程而言，高分子材料大多需要经历拉伸、挤压和压延等各种各样的加工成形过程. 然而，在大塑性变形情况下，高分子材料的变形规律和力学特性还很不明确.

关于高分子材料变形局部化传播现象的研究，起始于Hutchinson和Neale[1]在非线性弹性体和流动理论假设下对非弹性轴对称圆棒的理论解析. 此后，有Fagar和Bassani基于准静态平面应变假定[2]以及Tugcu和Neale考虑应变率相关特性[3]的数值解析；Tomita和Hayashi[4]等则进行了速度场和温度场的耦合分析，讨论了应变率和热扩散对变形行为的影响.

非晶Polymer材料的变形，在微观上是由于分子链节的旋转和取向的变化造成的. 在强烈的取向状态下，比分子间抗力更强的分子内部的结合力的影响将导致材料强度的增加. 因此，为了正确地预示Polymer材料的变形行为，有必要建立能够表现这些微观特性的本构模型.

分子网络理论是以表现橡胶类材料的变形行为为目的发展起来的. 到目前为止，有关文献已提出了所谓的4-链模型[5]和3-链模型[6]. 最近，Boyce和Prake，Argon等人进一步完善了3-链模型[7]；在此基础上，Boyce等人又提出了以六面体各顶点与中点相连接的所谓8-链模型[8]. 该模型已被文献[8，9]证实与PC和PMMA类高分子材料单轴压缩及平面应变压缩的实验结果有很好的一致性.

1) 中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室基金资助项目.
1995-07-19收到第一稿，1996-02-27收到修改稿.

本文将Boyce 等人提出的描述应变软化非晶高分子材料微观变形行为的8-链本构模型通过等效驱动应力法引入持续平衡方程, 旨在建立宏观的虚功率增率型Updating Lagrange 有限元公式; 在此基础上, 数值模拟初始各向同性非晶高分子材料平面应变拉伸颈缩与变形局部化扩展全过程. 着重研究了微观参量、网格尺寸与初始几何非均匀性对颈缩率、横断面应力三轴效应等材料宏观变形行为的影响.

1　基于分子网络理论的本构方程

1.1 BPA 模型

与塑性流动对应的分子间的抗力通常可以认为是邻接分子链之间的作用力. Argon 认为: 当图1所示的具有双扭结 (Kink) 的分子链受到剪切应力 τ 作用时将产生相应的剪切应变率 $\dot{\gamma}^p$ (或称八面体塑性变形率), 并给出如下关系式

$$\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}_0 \exp\left[-\frac{A\tilde{S}}{T}\left\{1-\left(\frac{\tau}{\tilde{S}}\right)^{5/6}\right\}\right] \tag{1.1}$$

图1　分子间抗力的双扭结模型

Fig. 1　Kink model of intermolecular resistance

式中, A 为微观材料参数, T 为绝对温度, $\dot{\gamma}_0$ 为常变形率因子. 为了描述材料的应变软化和压力效应, $\tilde{S}$ 表成下式

$$\tilde{S} = S + \alpha p \tag{1.2}$$

式中, p 为静水压力, α 为压力相关系数, S 为绝热剪切强度. 令上式中 S 的初始值 $S_0 = 0.077G/(1-\mu)$ (G 为宏观剪切模量, μ 为泊松比), 并假定 S 随塑性变形而演化, 其演化方程由下式给出

$$\dot{S} = h\left(1-\frac{S}{S_{ss}(T, \dot{\gamma}^p)}\right)\dot{\gamma}^p \tag{1.3}$$

其中, h 为与塑性应变对应的阻抗下降率, S_{ss} ($< S_0$) 为 S 达到稳定状态的值. 然而, 实际上 Polymer 材料的变形特性是多种多样的. 为了描述更广泛的高分子材料的变形特性, 这里将 (1.3) 式的功能拓展到能表现材料的加工硬化特性, 即从形式上允许 (1.3) 式中的 $S_{ss} > S_0$ (图2). 现在, 将与分子取向对应的抗力作为背应力张量来考虑, 引入BPA 的8-链分子网络模型 (图3). 此时, 背应力张量由塑性拉伸演化而来的所谓橡胶弹性应力来描述[8], 其主分量 B_i 由下式表示

$$B_i = C^R \frac{\sqrt{N}}{3} \frac{V_i^{p^2} - \lambda^{ch^2}}{\lambda^{ch}} \psi^{-1}\left(\frac{\lambda^{ch}}{\sqrt{N}}\right) \tag{1.4}$$

$$\lambda^{ch^2} = \frac{1}{3}\left(V_1^{p^2} + V_2^{p^2} + V_3^{p^2}\right) \tag{1.5}$$

图2 应变硬化与软化 Polymer 材料的真应力-应变关系

Fig. 2 True stress-natural strain relations with/without work hardening and softening polymers

图3 8-链分子网络模型

Fig. 3 Eight-chain molecular network model

式中, $C^R = nkT$, n 为单位体积内包含的分子链数, N 为每个分子链的链节数, k 为 Boltzmann 常数, $\sqrt{N}$ 表示分子链的极限延伸比; V^p_i 为主塑性拉伸, $\Psi^{-1}\left(\frac{\lambda^{ch}}{\sqrt{N}}\right) = \beta$ 为由下式表示的 Langevin 函数的逆函数

$$\Psi(\beta) = \coth\beta - \frac{1}{\beta} = \frac{\lambda^{ch}}{\sqrt{N}} \tag{1.6}$$

塑性拉伸则依据塑性变形梯度 F^p_{ij} 的极分解

$$F^p_{ij} = R^p_{ik} U^p_{kj} = V^p_{ik} R^p_{kj} \tag{1.7}$$

按照与塑性左拉伸 V^p_{ij} 共轴来计算. 从 V^p_{ij} 中求出主轴和主分量 V^p_i 再由式(2.4) 计算 B_i. 背应力张量 B_{ij} 则由 B_i 构成的对角分量从 V^p_{ij} 的主方向旋转任意角度得到.

1.2 有限应变公式

为了确定有限应变表达式, Boyce 等人采用 Lee[10] 提出的如下变形梯度

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \tag{1.8}$$

式中, X_i 为物体参考位置, x_i 为当前位置. Polymer 材料的参考位置为分子链随机取向的各向同性状态. 变形梯度 F_{ij} 由弹性部分 F^e_{ij} 和塑性部分 F^p_{ij} 表示成下式

$$F_{ij} = F^e_{ik} F^p_{kj} \tag{1.9}$$

于是, F^p_{ij} 表示完全卸载状态的应力释放位置, 在物理上, 表明材料内部存在着永久的分子取向度. 另外, F_{ij} 还可以采用弹性拉伸、旋转和塑性拉伸表示成下式

$$F_{ij} = V^e_{ik} R_{km} U^p_{mj} \tag{1.10}$$

将 R_{ij} 分解成弹性和塑性两部分

$$R_{ij} = R^e_{ik} R^p_{kj} \tag{1.11}$$

按照极分解定理, 有

$$F^{e}_{ij} = V^{e}_{ik} R^{e}_{kj} = R^{e}_{ik} U^{e}_{kj} \tag{1.12}$$

$$F^{p}_{ij} = R^{p}_{ik} U^{p}_{kj} = V^{p}_{ik} R^{p}_{kj} \tag{1.13}$$

实际上, 旋转张量并不能表示成弹性和塑性两部分, 但在这里不妨选择

$$R^{e}_{ij} = I_{ij}, \qquad R_{ij} = R^{p}_{ij} \tag{1.14}$$

于是有

$$F^{p}_{ij} = V^{p}_{ik} R_{kj} = R_{ik} U^{p}_{kj} \tag{1.15}$$

上式表示 F^{p}_{ij}为由未经旋转便弹性卸载到某种应力自由状态而得到的应力释放位置的变形梯度. 于是可以得到

$$F^{eT}_{ij} = F^{e}_{ij} \tag{1.16}$$

背应力 B_{ij} 在旋转后的位置计算, 这正是前面选取 $R_{ij} = R^{p}_{ij}$ 的原由.

为将上述有限应变公式引入有限元模型, 考虑如下速度梯度 l_{ij}

$$l_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = d_{ij} + \omega_{ij} = \dot{F}_{ik} F^{-1}_{kj} = \dot{F}^{e}_{ik} F^{e-1}_{kj} + F^{e}_{ik} \dot{F}^{p}_{km} F^{p-1}_{mn} F^{e-1}_{nj} \tag{1.17}$$

式中, v_i 为变形速率, d_{ij}为由 v_i 表示的 l_{ij}的对称部分, ω_{ij}为用旋转张量表示的 l_{ij}的反对称部分. 另外, d_{ij}和 ω_{ij}分别由弹性和塑性之和表示为

$$d_{ij} = d^{e}_{ij} + d^{p}_{ij}, \qquad \omega_{ij} = \omega^{e}_{ij} + \omega^{p}_{ij} \tag{1.18}$$

$$d^{e}_{ij} + \omega^{e}_{ij} = \dot{F}^{e}_{ik} F^{e-1}_{kj}, \qquad d^{p}_{ij} + \omega^{p}_{ij} = F^{e}_{ik} \dot{F}^{p}_{km} F^{p-1}_{mn} F^{e-1}_{nj} \tag{1.19}$$

应力释放 (卸载) 位置的速度梯度由下式给出

$$l^{p}_{ij} = \dot{F}^{p}_{ik} F^{p-1}_{kj} = \tilde{d}^{p}_{ij} + \omega^{p}_{ij} \tag{1.20}$$

塑性变形率 $\hat{d}^{p}_{ij}$ 在加载或卸载状态下都可以由流动法则一般性地表成下式

$$\hat{d}^{p}_{ij} = \dot{\gamma}^{p} \Lambda_{ij} \tag{1.21}$$

式中, $\dot{\gamma}^{p}$ 为由式 (1.1) 表示的等效剪切应变率, Λ_{ij}为方向张量. 由于背应力 B_{ij}有阻碍塑性流动的作用, 所以, 实际的驱动应力 (driving stress) σ^{*}_{ij} 可由 Cauchy 应力 σ_{ij}表成下式

$$\sigma^{*}_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{\det(F^{e}_{ij})} F^{e}_{ik} B_{kl} F^{-1}_{lj} \tag{1.22}$$

于是, 塑性变形率 $\hat{d}^{p}_{ij}$由下式求出

$$\hat{d}^{p}_{ij} = \dot{\gamma}^{p} \frac{\sigma^{*\prime}_{ij}}{\sqrt{2}\tau} \tag{1.23}$$

式中 $\sigma^{*\prime}_{ij}$为驱动应力 σ^{*}_{ij} 的偏量, 而剪应力 τ由下式表示

$$\tau = \left[\frac{1}{2}\sigma^{*\prime}_{ij}\sigma^{*\prime}_{ij}\right]^{1/2} \tag{1.24}$$

严格地讲, 塑性变形率在加载条件下为 $d^p_{ij} = \mathrm{sym}\ [F^e_{ik}\, l^p_{km}\, F^{e\,-1}_{mj}]$; 卸载条件下应为 $\tilde{d}^p_{ij} = \mathrm{sym}\ [l^p_{ij}]$. 两者的差别仅在于弹性拉伸 F^e_{ij}. 由于 F^e_{ij} 分量的大小表征弹性应变的程度, 所以, 在本文中视弹性应变为微小值并忽略 F^e_{ij}, 于是有

$$\tilde{d}^p_{ij} = d^p_{ij} = \hat{d}^p_{ij} \tag{1.25}$$

$$\omega^p_{ij} = \omega_{ij} \tag{1.26}$$

$$F^p_{ij} = F_{ij} \tag{1.27}$$

最后, 驱动应力 σ^*_{ij} 可以表示成

$$\sigma^*_{ij} = \sigma_{ij} - B_{ij} \tag{1.28}$$

2　弹塑性本构方程与 Updating Lagrange 驱动应力法有限元公式

仍将全应变率 $\mathring{\epsilon}_{ij}$ 表示成弹性和塑性两部分之和

$$\mathring{\epsilon}_{ij} = \mathring{\epsilon}^e_{ij} + \mathring{\epsilon}^p_{ij} \tag{2.1}$$

弹性部分仍假定服从 Hooke 定律, 即

$$\mathring{\epsilon}^e_{ij} = C^e_{ijkl}\, \mathring{\sigma}_{kl} \tag{2.2}$$

式中, $\mathring{\sigma}_{ij}$ 为 Cauchy 应力速率, C^e_{ijkl} 为弹性柔度张量. 塑性应变率 $\mathring{\epsilon}^p_{ij}$ 可以由 (1.23) 式表示. 将 (2.2) 式代入 (2.1) 式, 并做逆变换, 得如下应力速率与应变速率关系

$$\mathring{\sigma}_{ij} = L^e_{ijkl}\mathring{\epsilon}_{kl} - \mathring{D}^p_{ij} \tag{2.3}$$

式中, L^e_{ijkl} 为 C^e_{ijkl} 之逆, 而

$$\mathring{D}^p_{ij} = L^e_{ijkl}\, \dot{\gamma}\, \sigma^{*\prime}_{kl} / (\sqrt{2}\,\tau) \tag{2.4}$$

在大变形情况下, 应将应力速率 $\mathring{\sigma}_{ij}$ 和应变速率 $\mathring{\epsilon}_{ij}$ 分别由 Kirchhoff 应力的 Jaumann 速率 $\overset{\triangledown}{S}_{ij}$ 以及变形率张量 d_{ij} 替换, 并表示成如下本构方程

$$\overset{\triangledown}{S}_{ij} = L^e_{ijkl}\, d_{kl} - \mathring{D}^p_{kl} \tag{2.5}$$

考虑由虚功原理演化而来的当前时刻的持续平衡方程

$$\int \mathring{t}_{ji}\, \delta v_{i,j}\, \mathrm{d}V = \int_t \mathring{P}_i\, \delta v_i\, \mathrm{d}S \tag{2.6}$$

式中, $\mathring{t}_{ij}$ 为第一类 Kirchhoff 应力率, 利用 $\mathring{t}_{ij}$ 与 $\overset{\triangledown}{S}_{ij}$ 的关系, 可推出下式

$$\mathring{t}_{ij} = (L^e_{ijkl} - M_{ijkl})\, \mathring{\epsilon}_{kl} - \mathring{D}^p_{ij} + \sigma_{mi} v_{j,m} \tag{2.7}$$

式中

$$M_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\sigma_{jl} + \delta_{il}\sigma_{jk} + \delta_{jk}\sigma_{il} + \delta_{jl}\sigma_{ik}) \tag{2.8}$$

将 (2.7) 式代入 (2.6) 式，并写成矩阵形式，有

$$\int \{\delta\{d\}^{\mathrm{T}}([L^{e}]-[M])\{d\} + \delta\{l\}^{\mathrm{T}}[Q]\{l\}\mathrm{d}V = \int_{t}\delta\{v\}^{\mathrm{T}}\{\overset{\circ}{P}\}\mathrm{d}S + \int\delta\{d\}^{\mathrm{T}}\{\overset{\circ}{D}{}^{p}\}\mathrm{d}V \tag{2.9}$$

上式中的$[L^{e}]$，$[M]$，$[Q]$和$\{\overset{\circ}{D}\}^{p}$分别为与$L^{e}_{ijkl}$，$M_{ijkl}$，$\sigma_{mj}$和$\overset{\circ}{D}{}^{p}_{ij}$对应的矩阵．

取任意单元内的变形速率$\{v\}$，并由该单元的节点速度$\{v^{N}\}$与形状函数$[\Phi]$等参数插值，单元内的应变率$\{d\}$和速度梯度$\{l\}$表示为

$$\{d\} = [H]\{v^{N}\},\quad \{l\} = [E]\{v^{N}\} \tag{2.10}$$

由$\delta\{v^{N}\}$的任意性，得到该单元的满足持续平衡的弹塑性驱动应力法有限元方程

$$[K]\{v^{N}\} = \{\overset{\circ}{f}_{t}\} + \{\overset{\circ}{f}_{p}\} \tag{2.11}$$

式中

$$[K] = \int\{[H]^{\mathrm{T}}([L^{e}]-[M])[H] + [E]^{\mathrm{T}}[Q][E]\}\mathrm{d}V \tag{2.12}$$

$$\{\overset{\circ}{f}_{t}\} = \int_{t}[\Phi]^{\mathrm{T}}\{\overset{\circ}{P}\}\mathrm{d}S \tag{2.13}$$

$$\{\overset{\circ}{f}_{p}\} = \int[H]^{\mathrm{T}}\{\overset{\circ}{D}_{p}\}\,\mathrm{d}V \tag{2.14}$$

3　平面应变拉伸变形局部化的数值模拟

3.1 一般性描述与基本解析条件

取初始长度为$2L_{0}$、宽度为$2D_{0}$的平面应变厚块，在等温及端面剪切自由条件下，以速度$\overset{\circ}{u}$单向拉伸．定义拉伸力F与初始宽度之比为名义应力σ_{n}（$=F/2D_{0}$）．取试件中部初始几何不均匀性为

$$D_{c} = D_{0}(1-\Delta)\quad (|y| \le L_{0}/3.0) \tag{3.1}$$

式中，Δ为不均匀量参数．依据文献[7，8]，为模拟材料的应变硬化，取材料微观参数如下

$S_{0}=97.3\,\mathrm{MPa}$，$T=296\,\mathrm{K}$，$E/S_{0}=23.6$，$h/S_{0}=15.4$，$AS_{0}/T=65.7$，
$C^{R}/S_{0}=0.0288$，$\mu=0.3$，$N=4.0$，$\overset{\circ}{\gamma}_{0}=2.0\times10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$，$S_{SS}/S_{0}=1.2$，$\alpha=0.0$

并设定如下模拟条件参数：$D_{0}/L_{0}=0.2$，$\overset{\circ}{u}/L_{0}=1.0\times10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$，$\Delta=0.005$．考虑变形的对称性，取整个试件的1/4并划分成500个交叉三角形单元(crossed triangles)，每四个三角元最终凝聚成一个四边形单元．时间增量Δt取为$\Delta u/L_{0}=\overset{\circ}{u}/L_{0}\cdot\Delta t=0.25\times10^{-3}$．

此外，考虑到颈缩部位的应力三轴效应，定义应力影响因子F_{T}为

$$F_{T} = \frac{\overline{\tilde{\sigma}}}{\sigma_{yy}} \tag{3.2}$$

式中，$\tilde{\sigma}/\sigma_{yy}$ 为 $z=0$ 横断面上平均等效 Kirchhoff 应力与拉伸方向的平均应力之比. 易知：在均匀平面应变拉伸情况下，对于 Mises 屈服准则，有 $F_T=0.9$.

图4 (a)，(b) 和 (c) 分别绘出整个拉伸颈缩传播过程中的阶段构形图以及与之相应的无量纲名义应力 σ_n/S_0，断面收缩率 $\beta\left(=1-\dfrac{D}{D_0}\right)$ 及应力影响因子 F_T 与延伸率 u/L_0 的关系曲线. 从图4 (a) 和 (b) 可以看出：随着变形的发展，名义应力明显增加，达到最大值 a 点，即所谓满足 Considere 条件的颈缩起始点. 然后，试件从具有初始不均匀的中间部位开始颈缩，使得名义应力迅速下降并达到 B 点. 此后，与颈缩沿试件方向的传播相对应，名义应力开始缓慢增加，最终达到某个稳定值. 图4 (c) 则形象地描述了横断面的非均匀应力分布状况. 颈缩前的变形近似为均匀拉伸变形，因此，$F_T=0.9$. 颈缩开始后，F_T 也随着 σ_n 而迅速下降；但在 σ_n 缓慢增加的 b-c 段，F_T 则迅速增加，这恰恰是颈缩传播

图4 (b) 无量纲名义应力-延伸率曲线
Fig. 4 (b) Nominal stress-stretch curve

图4 (c) 断面收缩率及三轴应力影响因子-延伸率曲线
Fig. 4 (c) Neck ratio of transverse section-stretch curve and triaxiality factor-stretch curve

过程中颈缩区内横向拉压应力的迅速转换以及剪切应力的迅速增加造成的. 在后继的变形过程中, F_T 也几乎保持常值, 但平均等效应力$\tilde{\sigma}$反而比平均拉伸应力 σ_{yy} 略大. 上述模拟结果与Neale 基于宏观机动硬化屈服准则和Mises 流动本构模型的计算结果[11]有很好的一致性.

3.2 微观参数 S_{ss} 对颈缩过程的影响

本节考察BPA 模型中的微观参数 S_{ss} 的变化对玻璃状软化材料和具有加工硬化特性的结晶性高分子材料拉伸变形过程模拟的适应性, 以及对断面颈缩率和应力三轴效应的影响.

图5 (a), (b) 和 (c) 分别绘出 S_{ss}/S_0 从0.9到1.5变化时, σ_n/S_0, β, F_T 随延伸率 u/L_0 的变化曲线. 从图5(a) 看出: 塑性变形约在 σ_n/S_0 达到0.8时开始发生. 当 $S_{ss}/S_0 < 1.0$时, σ_n/S_0-u/L_0 曲线表现出明显的应变软化特征, 这正是BPA 模型应该表现出的宏观变形效应. 而当 $S_{ss}/S_0 \geq 1.0$时, 模拟拉伸变形曲线则与Neale 等人研究的具有加工硬化特征的结晶性高分子材料的宏观拉伸变形曲线相一致. 由此可见, 微观参数 S_{ss} 对材料宏观变形行为的影响是十分明显的, 可以通过调整微观参数 S_{ss} 有效地模拟多种高分子材料的宏观变形行为.

图5 (b)　S_{ss}/S_0 对颈缩率 β 的影响

Fig. 5 (b) Influence of S_{SS}/S_0 on neck ratio β

图5 (c)　S_{SS}/S_0 对 F_T 的影响

Fig. 5 (c) Influence of S_{SS}/S_0 on triaxiality factor F_T

图5（b）和（c）则表明：与加工硬化结晶性高分子材料相比，玻璃状应变软化材料表现出更迅速的颈缩过程，因而应力三轴效应也更加明显.

3.3 网格尺寸与初始几何非均匀性的影响

一般而论，基于有限元法得到的结果应与几何不均匀性、单元形状以及网格尺寸有关[12]. 对于具有高延伸率的 Polymer 材料的数值模拟，常常需要花费高昂的计算代价. 分析上述因素的影响程度是必要的.

将上节的试件利用对称性取1/4部分，令 $S_{SS}/S_0=1.2$ 并在宽高比不变情况下，分别取5×25，4×20和3×15网格计算，得到的 σ_n/S_0-u/L_0，β-u/L_0 和 F_T-u/L_0 曲线绘于图6（a）和（b）中. 可以看出：当网格密度达到4×20以上时，网格效应对变形曲线的影响已不明显.

图6（a）网格尺寸对名义应力的影响

Fig.6 (a) Influence of mesh size on nominal stress

图6（b）网格尺寸对 F_T 和 β 值的影响

Fig.6 (b) Influence of mesh size on F_T and β

取4×20网格，图7（a）和（b）分别绘出初始几何不均匀性参数 Δ 为0.001，0.005，0.01和0.025时的 σ_n/S_0-u/L_0，β-u/L_0 和 F_T-u/L_0 曲线. 易知：无论 Δ 取何值，σ_n/S_0 都几乎同时达到最大值；但是，初始不均匀性愈明显，卸载和颈缩传播过程也愈迅速.

图7（a）Δ 值对名义应力 σ_n/S_0 的影响

Fig.7 (a) Influence of geometrical inhomogeneity parameter Δ on nominal stress σ_n/S_0

图7（b）Δ 值对 F_T 和 β 值的影响

Fig.7 (b) Influence of geometrical inhomogeneity parameter Δ on F_T and β

图8 (a) 和 (b) 则绘出取 $\Delta = 0.005$, 并通过改变不均匀性高度的起始位置得到的 σ_n/S_0-u/L_0, β-u/L_0和 F_T-u/L_0曲线. 可以看出: 由于高分子材料的高延伸率和变形局部化的传播特性, 变形过程对几何不均匀的高度位置是不敏感的.

图8 (a)　不均匀性高度 $|y|$对 σ_n/S_0的影响

Fig. 8 (a) Influence of inhomogeneity location parameter $|y|$ on nominal stress σ_n/S_0

图8 (b)　不均匀性高度 $|y|$对 F_T 和 β 值的影响

Fig. 8 (b) Influence of inhomogeneity location parameter $|y|$ on F_T and β

4 结　论

本文将微观BPA 分子网络模型与宏观本构理论及大变形有限元方法相结合, 建立了基于持续平衡方程的驱动应力法弹塑性有限元公式. 通过对初始各向同性 Polymer 材料平面应变拉伸变形局部化传播过程的数值模拟, 得出如下结论:

1) 调整微观参量 S_{ss}, 可使BPA 模型即能适应于模拟应变软化玻璃状高分子材料的拉伸变形行为, 又能很好地模拟具有应变硬化及随动强化特性的结晶性高分子材料的拉伸变形特征.

2) 微观参量 S_{ss}和初始试件表面的几何不均匀性对横断面的颈缩率及应力三轴效应均有明显影响. 一般而论, 材料愈“软”, 颈缩过程愈迅速, 应力三轴效应也愈明显.

3) 试件表面不均匀量的高度位置, 以及当网格达到一定密度后的网格尺寸效应对变形行为是不敏感的. 从而, 在考虑计算代价情况下, 可以用尽可能少的单元数量, 获得有效的模拟结果.

致谢　在完成本文过程中, 曾得到李国琛研究员的帮助和有益的讨论, 在此致谢.

参 考 文 献

1 Hutchinson JW, Neale KW. Neck propagation. *J Mech Phys Solids*, 1983, 31 (5): 405～426

2 Fager LO, Bassani JL. Plane strain neck propagation. *Int J Solids Struct*, 1986, 22 (11): 1243～1257

3 Tugcu P, Neale KW. Necking and neck propagation in polymeric materials under plane strain tension. *Int J Solids Struct*, 1987, 23 (7): 1063～1085

4 Tomita Y, Hayashi K. Thermo-elasto-viscoplastic deformation of polymeric bars under tension. *Int J Solids Struct*, 1993, 30 (2): 225～235

5 Treloar LRG. The elasticity of a network of long-chain molecules-Ⅲ. *Trans Faraday Soc.*, 1946 (42): 83～94

6 Wang MC, Guth EJ. Statistical theory of networks of non-Gaussian prexible chains. *J Chem Phys*, 1952, 20 (7): 1144～1157

7 Boyce MC, Parks DM, Argon AS. Large inelastic deformation of glassy polymers. Part I: rate dependent constitutive model. *Mech Mater*, 1988 (7): 15～33

8 Arruda EM, Boyce MC. Evolution of plastic anisotropy in amorphous polymers during finite straining. *Int J Plasticity*, 1993, (9): 697～720

9 Arruda EM, Boyce MC. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41 (2): 389～412

10 Lee EH. Elastic-plastic deformation at finite strain. *ASME J Appl Mech*, 1969, 36: 1～6

11 Tugcu P, Neale KW. Necking and neck propagation in polymeric materials under plane-strain tension. *Int J Solids Struct*, 1987, 23 (7): 1063～1085

12 Anand OD, Place TA, Turkovich BF. Report of the NSF workshop on localized plastic instabilities and failure criteria. *Int J Plasticity*, 1990, 6: 1～4

DEFORMATION LOCALIZATION FOR PLANE STRAIN TENSION OF POLYMERS

Hu Ping

(*Department of Applied Mechanics, Jilin University of Technology, Changchun* 130025, *China*)

Yoshihiro Tomita

(*Faculty of Engineering, Kobe University, Nada, Kobe* 657, *Japan*)

Abstract A kind of BPA eight-chain molecular chain network model based on strain softting glassy polymers is introduced into the Updating Lagrange finite element formulation. A driving stress finite element method of elastic-plastic large deformation suitable for the deformation localization analysis is proposed. Using this method, the plastic flow localizing propagation for the plane strain tension of initial isotropic polymers is numerically simulated. Adaptation of the BPA model to crystal polymers showing work-hardening characters is analyzed; And then, non-uniform stress triaxiality effect of necking transverse section during the localized propagation is studied. Finally, influences of mesh sizes and initial geometrical imperfection on neck-spreading and triaxiality factor are also discussed.

Key words BPA eight-chain molecular network model, driving stress finite element method, polymers, flane strain tension