

橡皮薄膜缺口顶端场的大变形分析¹⁾

石志飞

高玉臣

(北方交通大学土木系, 北京 100044) (北方交通大学工程力学所, 北京 100044)

摘要 分析了橡皮类薄膜缺口顶端的弹性场, 借助于文 [1] 引入的本构关系得到了缺口顶端场的渐近方程. 通过将缺口顶端场划分为收缩角区和扩张角区, 得到了顶端场的解. 该解表明, 奇异特性与本构参数和缺口角度有关, 这一结论得到了数值解的证实.

关键词 缺口顶端场, 大变形分析, 平面应力

引 言

众所周之, 应力和应变的集中是引起缺口试件破坏的主要原因. 对于一般工程材料, 缺口试件的特性已有理论和试验的研究 [2], 但对于橡皮类材料, 由于必须考虑大变形, 其缺口试件强度问题的研究就要困难得多, 因此, 该方面的理论分析文献甚少.

为了得到缺口顶端场的奇异特性, 有三个方面必须考虑到: 1) 给出一个恰当的弹性本构关系, 2) 选取一个合适的公式来描述固有的非线性几何关系, 3) 构造缺口顶端场. 基于文 [1] 给出的本构关系, 文 [1] 和文 [3] 分别成功地解决了平面应变和平面应力裂纹尖端场. 本文采用文 [1] 所给本构关系, 通过将缺口顶端场划分为收缩角区和扩张角区, 得到了缺口顶端的应力应变奇异场.

1 基本关系

让我们考虑一个三维物体, 用 $X^i (i=1,2,3)$ 代表典型点的 Lagrangian 坐标, 用 P 和 p 分别表示典型点变形前和变形后的位置矢量. 进一步, 引入二组局部基

$$P_i = \frac{\partial P}{\partial X^i}, \quad p_i = \frac{\partial p}{\partial X^i} \quad (1)$$

位移梯度张量定义为

$$F = p_i \otimes P^i \quad (2)$$

其中 P^i 为 P_i 的共轭, 求和约定适用于本文, $\otimes$ 为并矢符号.

Green 变形张量定义为

$$D = F^T \cdot F = (p_i \cdot p_j) P^i \otimes P^j \quad (3)$$

式中 T 代表转置. 引入 D 的三个不变量

$$I_1 = D : E, \quad I_2^* = D^2 : E = D : D, \quad I_3^* = D^3 : E = D^2 : D \quad (4)$$

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目. 《力学学报》英文版 1995 年 Vol.11, No.2 已刊登出版.

1993-12-08 收到第一稿, 1994-03-21 收到修改稿.

其中“·”代表双点乘, $\mathbf{E}$ 为单位张量.

对于各向同性材料, 文 [1] 引入了一个新的应变能密度

$$W = a \left[(I/k^{1/3})^n - 3^n \right] + b(k-1)^m k^{-l} \quad (5)$$

$$I = I_1, \quad k = \frac{1}{6}(I_1^3 - 3I_1 I_2^* + 2I_3^*) \quad (6)$$

式中 a, b, m, n 和 l 为材料常数.

由 (5) 式可得到 Kirchhoff 和 Cauchy 应力张量

$$\sigma = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{D}} \quad (7)$$

$$\tau = k^{-1/2} \mathbf{F} \cdot \sigma \cdot \mathbf{F}^T = 2naI^{n-1}k^{-\frac{1}{2}-\frac{l}{3}} \left(\mathbf{d} - \frac{I}{3} \mathbf{E} \right) + 2b(k-1)^{m-1}k^{-l-\frac{1}{2}}[(m-l)k+l]\mathbf{E} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{d}$ 为 Cauchy 变形张量

$$\mathbf{d} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T = (\mathbf{P}^i \cdot \mathbf{P}^j) \mathbf{p}_i \otimes \mathbf{p}_j \quad (9)$$

在不计体积力时, 平衡方程可写为

$$\left(\mathbf{p}^i \frac{\partial}{\partial X^i} \right) \cdot \tau = 0 \quad (10)$$

2 收缩区 Λ_1 (或 Λ'_1)

考虑一个包含有 V-型缺口的半无限薄膜, 如图 1(a) 所示. 荷载为在无限远处的轴向拉伸, 并且垂直于 V-型缺口的对称轴, 因此, 只需考虑上半平面.

如图 1(a), 缺口顶端由 Λ_1, Λ'_1 和 Λ_2 三个区域组成, 变形后, Λ_1 和 Λ'_1 变得非常窄狭, 因此称之为收缩角区; 另一方面, 变形后, Λ_2 变得非常宽阔, 因此称之为扩张角区. 控制方程在 Λ_1 和 Λ_2 中差别很大, 故需分别讨论.

下面我们推导收缩角区 Λ_1 (或 Λ'_1) 中的方程. 首先在变形前和变形后的空间中分别建立柱坐标系 (R, ϑ, Z) 和 (r, θ, z) , 并假设在收缩角区变形可用下式描述

$$r = R^{1-\delta} \varphi(\vartheta), \quad \theta = \frac{\pi}{2} - R^\gamma \psi(\vartheta), \quad z = R^t \eta(\vartheta) Z \quad (11)$$

其中 δ, γ 和 t 是正常数. 沿 r, θ 和 z 方向的单位矢量定义为

$$\mathbf{e}_r = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r}, \quad \mathbf{e}_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \theta}, \quad \mathbf{e}_z = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} \quad (12)$$

由 (1) 和 (11) 式可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{p}_R &= \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial R} = (1-\delta)\varphi R^{-\delta} \mathbf{e}_r - \gamma\varphi\psi R^{\gamma-\delta} \mathbf{e}_\theta + R^{t-1}t\eta Z \mathbf{e}_z \\ \mathbf{p}_\vartheta &= \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \vartheta} = \varphi' R^{1-\delta} \mathbf{e}_r - \varphi\psi' R^{1-\delta+\gamma} \mathbf{e}_\theta + R^t\eta' Z \mathbf{e}_z \\ \mathbf{p}_Z &= \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial Z} = R^t\eta \mathbf{e}_z \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

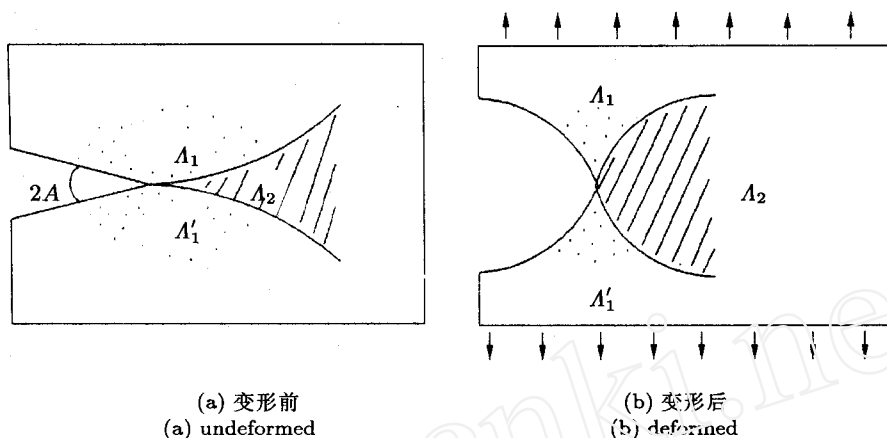


图 1 变形模型
Fig 1 Deformation pattern

对于基矢量 P^R , P^θ 和 P^Z , 有关系

$$P^R \cdot P^R = P^Z \cdot P^Z = 1, \quad P^\theta \cdot P^\theta = R^{-2}, \quad P^i \cdot P^j = 0, \quad i \neq j \quad (14)$$

由 (6), (9), (13) 和 (14), 可得 d , I 和 k 的主项

$$d = R^{-2\delta} [T e_r \otimes e_r - R^\gamma p (e_r \otimes e_\theta + e_\theta \otimes e_r) + R^{2\gamma} q e_\theta \otimes e_\theta] + R^{2t} \eta^2 e_z \otimes e_z \quad (15)$$

$$I = R^{-2\delta} T, \quad k = R^{-2(2\delta - \gamma - t)} J^2 \eta^2 \quad (16)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} T &= (1 - \delta)^2 \varphi^2 + \varphi'^2, \quad p = \varphi [\gamma(1 - \delta) \varphi \psi + \varphi' \psi'] \\ q &= \varphi^2 (\psi'^2 + \gamma^2 \psi^2), \quad J = \varphi [\gamma \varphi' \psi - (1 - \delta) \varphi \psi'] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将 (15)~(17) 代入 (8) 并比较奇异性可得

$$\gamma + t = \frac{6s - n}{3s + n} \delta \quad (18)$$

(8) 式此时可简化为

$$\tau = R^{-\mu} [2naT^{n-1} (J\eta)^{-(1+2n/3)} (\tilde{d} - \frac{T}{3} E) + 2sb(J\eta)^{2s-1} E] \quad (19)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} s &= m - l, \quad \mu = \frac{3n(2s - 1)\delta}{3s + n} \\ \tilde{d} &= R^{2\delta} d \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

对于平面应力问题, 由于 $\tau^{ZZ} = 0$, 由 (19) 式得

$$\frac{na}{3} T^n - sb(J\eta)^{2s+2n/3} = 0 \quad (21)$$

由上式可得

$$\eta = \frac{1}{J} \left(\frac{na}{3sb} T^n \right)^{3/(6s+2n)} \quad (22)$$

为了确定 γ 和 t , 假定变形在厚度方向和 ϑ 方向具有相同阶的奇异性, 即

$$\frac{r\Delta\theta}{R\Delta\vartheta} \sim \frac{z}{Z} \quad (23)$$

再由 (11) 式便可得 $R^{\gamma-\delta} \sim R^t$, 亦就是

$$t = \gamma - \delta \quad (24)$$

由 (18) 和 (24) 有

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{3s\delta}{2(3s+n)} \\ t &= \frac{3s-2n}{2(3s+n)}\delta \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

由 (15) 和 (24), 经较长的推导可得

$$\begin{aligned} \tau &= R^{-\mu} 2na \left(\frac{na}{3sb} \right)^{-(2n+3)/[2(3s+n)]} T^{(\mu/2\delta)-1} \left[T \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r - \right. \\ &\quad \left. R^\gamma p (\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_\theta + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_r) + R^{2\gamma} (q - \eta^2) \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta \right] \end{aligned} \quad (26)$$

由 (11) 式可得微分算符

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} &= R^\delta \frac{\varphi}{J} \left(-\psi' \frac{\partial}{\partial R} + \gamma \psi \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} &= R^{\delta-\gamma} \frac{1}{J} \left(-\varphi' \frac{\partial}{\partial R} + (1-\delta) \varphi \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

对于等厚度薄膜, 平衡方程 (10) 在 A_1 中具有形式

$$\mathbf{e}_r \cdot \frac{\partial}{\partial r} (R^t \eta \boldsymbol{\tau}) + \frac{1}{r} \mathbf{e}_\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (R^t \eta \boldsymbol{\tau}) = 0 \quad (28)$$

将 (22), (26), (27) 代入 (28) 式并考虑到下列关系

$$\left. \begin{aligned} \gamma \psi T - (1-\delta)p &= \varphi' J / \varphi \\ \varphi' p - \varphi \psi' T &= (1-\delta) \varphi J \\ \gamma \psi p - (1-\delta)q &= \psi' J \\ \varphi' q - \varphi \psi' p &= \gamma \varphi \psi J \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

可得关于 φ 和 ψ 的二阶联立微分方程

$$\left. \begin{aligned} \left[\varphi'' + (1-\delta)^2 \varphi \right] \left(1 + \frac{2\lambda}{T} \varphi'^2 \right) - 2\lambda \delta (1-\delta) \varphi &= 0 \\ \left[1 + \frac{3}{J^2} (1-\delta)^2 k^* \eta^2 \varphi^2 \right] \left[\psi'' + \frac{2\varphi'}{\varphi} \psi' + (1-\delta) \gamma \psi \right] + (1-\delta + \gamma - 2\lambda \delta) \gamma \psi &+ \\ 4\delta (1-\delta) \lambda^2 \frac{\varphi \varphi' \psi'}{T + 2\lambda \varphi'^2} + k^* \eta^2 Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中

$$\lambda = \frac{3sn}{3s+n} - 1, \quad k^* = \left(\frac{na}{3sb}\right)^{3/(3s+n)}$$

$$Y = \frac{\varphi'}{J\varphi} \left[2\lambda\delta - \gamma + \frac{4\lambda\delta(1-\delta)^2\varphi^2}{T + 2\lambda\varphi'^2} \cdot \frac{3s(n-1) + 2n}{3s+n} \right] -$$

$$\frac{3\gamma(1-\delta)}{J^2} \left[\frac{2(1-\delta)\delta\lambda\varphi^2\psi T}{T + 2\lambda\varphi'^2} + \varphi'(\varphi\psi' + \varphi'\psi) \right]$$

在 V-型缺口的表面, 边界条件为

$$\tau^{\vartheta\vartheta} = \tau^{R\vartheta} = 0, \quad \text{在 } \vartheta = \pi - A \text{ 处} \quad (32)$$

借助于 (13) 式, (26) 可改写为

$$\tau = 2na \left(\frac{na}{3sb}\right)^{-(3+2n)/[2(3s+n)]} R^{2\delta - \mu T^{(\mu/2\delta)-1}} \left\{ \mathbf{p}_R \otimes \mathbf{p}_R + \frac{1}{R^2} \mathbf{p}_\vartheta \otimes \mathbf{p}_\vartheta - \right.$$

$$\left. \frac{\eta^2}{J^2} \left[\varphi'^2 \mathbf{p}_R \otimes \mathbf{p}_R + \frac{(1-\delta)^2\varphi^2}{R^2} \mathbf{p}_\vartheta \otimes \mathbf{p}_\vartheta - \frac{1-\delta}{R} \varphi\varphi'(\mathbf{p}_R \otimes \mathbf{p}_\vartheta + \mathbf{p}_\vartheta \otimes \mathbf{p}_R) \right] \right\} \quad (33)$$

因此, (32) 式成为

$$\varphi'(\pi - A) = 0, \quad \left[1 - \frac{\eta^2}{J^2} (1-\delta)^2 \varphi^2 \right]_{\pi-A} = 0 \quad (34)$$

为与扩张区相连接, 要求

$$\varphi(0) = 0 \quad (35)$$

对于不同的 n, s 和 A , 由 (30)₁, (35) 和 (34)₁ 可确定指数 δ 的数值解. 图 2 为 φ, φ' 与 ϑ 的关系曲线; 图 3 为 $\delta/\delta_{\max}$ 与 A 的关系曲线, 其中 $\delta_{\max}$ 为 $A=0$ 时的 δ 值. 除此之外, (34)₂ 提供了另一边界条件

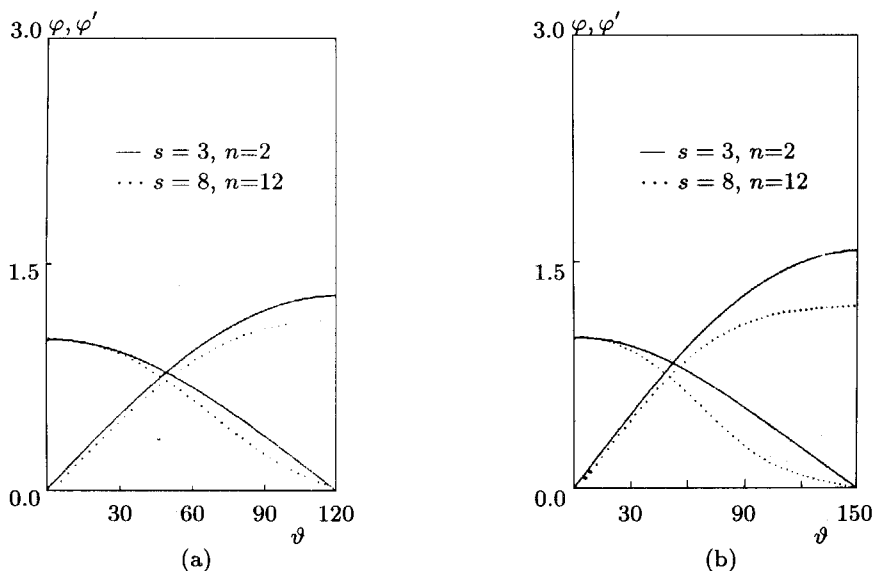


图 2 $\varphi(\vartheta)$ 和 $\varphi'(\vartheta)$ 与 ϑ 的关系
Fig.2 $\varphi(\vartheta)$ and $\varphi'(\vartheta)$

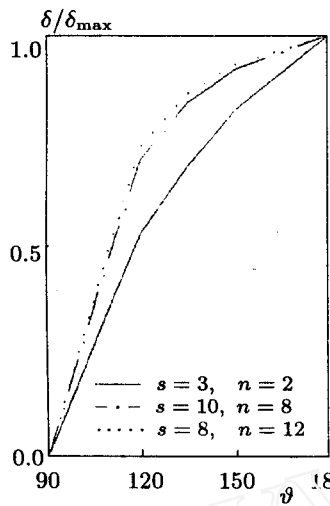


图 3 $\delta/\delta_{\max}$ 曲线
Fig.3 The curves of $\delta/\delta_{\max}$

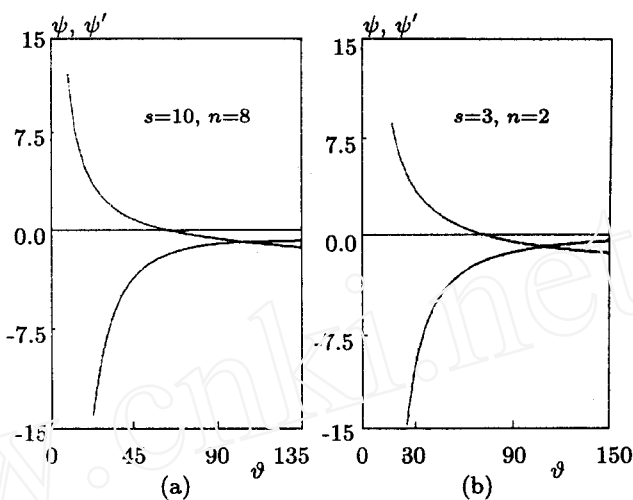


图 4 $\psi(\vartheta)$ 和 $\psi'(\vartheta)$ 与 ϑ 关系
Fig.4 $\psi(\vartheta)$ and $\psi'(\vartheta)$

$$\psi'(\pi - A) = -\frac{k^{*1/4}}{\psi(\pi - A)} \left[(1 - \delta) \cdot \varphi(\pi - A) \right]^{-t/\delta} \quad (36)$$

由 (30)₂ 和 (36) 可确定 ψ . 图 4 为 ψ, ψ' 与 ϑ 的关系图.

3 扩张区

前面在收缩区 A_1 中的讨论, 当 $|\vartheta| \rightarrow 0$ 时并不成立. 下面讨论 V-型缺口顶端扩张区 A_2 中的应力特性.

在 A_2 中, 变形由下式表示

$$r = R^{1+\beta} \rho(\zeta), \quad \theta = \frac{\pi}{2} - \omega(\zeta), \quad z = R^{t^*} \eta^*(\zeta) Z, \quad \zeta = \vartheta \cdot R^{-\alpha} \quad (37)$$

其中 α, β 和 t^* 为正常数. 由 (1) 和 (37) 有

$$\left. \begin{aligned} p_R &= R^\beta [(1 + \beta)\rho - \alpha\rho'\zeta]e_r + R^\beta \alpha\rho\omega'\zeta e_\theta + R^{t^*-1}(t^*\eta^* - \alpha\zeta\eta'^*)Ze_z \\ p_\theta &= R^{1+\beta-\alpha}\rho'e_r - R^{1+\beta-\alpha}\rho\omega'e_\theta + R^{t^*-\alpha}Z\eta'^*e_z \\ p_Z &= R^{t^*}\eta^*e_z \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

在略去高阶项 $\frac{Z}{R^{1+\alpha}}$ 和 $R^{2\alpha}$ 后, 有

$$d = R^{2(\beta-\alpha)} \left[\rho'^2 e_r \otimes e_r + \rho^2 \omega'^2 e_\theta \otimes e_\theta - \rho\rho'\omega'(e_r \otimes e_\theta + e_\theta \otimes e_r) \right] + R^{2t^*} \eta^{*2} e_z \otimes e_z \quad (39)$$

$$I_1 = R^{2(\beta-\alpha)} u, \quad k = R^{2(2\beta-\alpha+t^*)} v^2 \eta^{*2} \quad (40)$$

$$u = \rho'^2 + \rho^2 \omega'^2, \quad v = -(1 + \beta)\rho^2 \omega' \quad (41)$$

将 (39)~(41) 式代入 (8) 式并比较奇异性可得

$$(2\beta - \alpha + t^*) \left(\frac{n}{3} + s \right) - n(\beta - \alpha) = 0 \quad (42)$$

$$\tau = R^{-\mu^*} \left[2na u^{n-1} (v\eta^*)^{-(1+2n/3)} \left(\hat{d} - \frac{u}{3} E \right) + 2sb(v\eta^*)^{2s-1} E \right] \quad (43)$$

式中

$$\hat{d} = R^{2\alpha-2\beta} d, \quad \mu^* = \frac{3n(2s-1)}{3s+n}(\alpha - \beta) \quad (44)$$

为使扩张区应力与收缩区应力相匹配, 要求

$$\alpha - \beta = \delta \quad (45)$$

对于平面应力问题, $\tau_{zz} = 0$, 由 (43) 可得

$$r^* = \frac{1}{v} \left(\frac{na}{3sb} u^n \right)^{3/[2(3s+n)]} \quad (46)$$

进一步, (43) 式成为

$$\tau = 2na \left(\frac{na}{3sb} \right)^{-(2n+3)/[2(3s+n)]} R^{-\mu u^{(\mu/2\delta)-1}} \hat{d} \quad (47)$$

假定在厚度方向, 不同区域的变形具有相同阶的奇异性, 则

$$t^* = t \quad (48)$$

考虑到 (44) 和 (48), 有

$$\alpha = \frac{9s\delta}{2(3s+n)} = \gamma, \quad \beta = \frac{3s-2n}{2(3s+n)}\delta = t \quad (49)$$

由 (37) 式可得微分算符

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{R^{-\beta}}{(1+\beta)\rho} \frac{\partial}{\partial R} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} &= \frac{R^{-\beta}}{v} \left(-\rho' \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1+\beta}{R} \rho \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

在 (28) 式中, 用 η^* 代替 η , 可得扩张区的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho''}{\rho} - \omega'^2 &= 0 \\ \frac{\omega''}{\omega'} + 2\frac{\rho'}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

(51) 式的边界条件为

$$\rho'(0) = 0, \quad \omega(0) = \frac{\pi}{2} \quad (52)$$

由 (51) 和 (52) 式可得解答

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0 [1 + c^2 \zeta^2]^{1/2} \\ \omega &= \frac{\pi}{2} - \arctan(c\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

其中 ρ_0 和 c 为常数.

4 连接条件

前面关于 A_1 和 A_2 中的讨论是独立的, 但是当 $\vartheta \rightarrow 0$ 时收缩区的特性必须与 $\zeta \rightarrow \infty$ 时扩张区的特性相一致. (53) 式在 $\zeta = \infty$ 时的展开式为

$$\left. \begin{aligned} \omega|_{\zeta \rightarrow \infty} &= \frac{1}{c\zeta} \\ \rho|_{\zeta \rightarrow \infty} &= \rho_0 c \zeta \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

另一方面, 由 (30) 式有

$$\left. \begin{aligned} \varphi|_{\vartheta \rightarrow 0} &= C_\varphi \vartheta \\ \psi|_{\vartheta \rightarrow 0} &= C_\psi \vartheta^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

其中 C_φ 和 C_ψ 为常数. 可以证明, 当

$$C_\varphi = C\rho_0, \quad C_\psi = \frac{1}{c} \quad (56)$$

时, A_1 和 A_2 中的解将是一致的.

5 结论和讨论

1) 橡皮类薄膜在拉伸荷载作用下, 其缺口顶端的弹性场由两个收缩角区和一个扩张角区组成, 如图 1 所示, 变形后, 非常宽的收缩区变得非常窄, 而非常窄的扩张区变得非常宽.

2) 当趋于 V-型缺口顶端时, 应力和应变分别具有奇异性 $R^{-\mu}$ 和 $R^{-2\delta}$, 而厚度以 R^t 形式趋向于零.

3) 对于固定的 s 和 n , δ 随 A 的减小而增大并且在 $A = 0$ 时达到最大值.

4) 可以看出, 在 (r, θ) 坐标系中, A_1 和 A_2 中应力的奇异性是不相同的, 即有

$$\left. \begin{aligned} \tau &\sim r^{\mu/(1-\delta)}, & \text{在 } A_1 \text{ 中} \\ \tau &\sim r^{-\mu/(1+\beta)}, & \text{在 } A_2 \text{ 中} \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

因此, 收缩区 A_1 (和 A'_1) 为高应力区, 并且只有 τ^{rr} 为主要项 ($\tau^{r\theta}$ 和 $\tau^{\theta\theta}$ 为小量). 为给出 τ^{rr} 的分布, 将 (26) 式改写为

$$\left. \begin{aligned} \tau^{rr} &= r^{-\mu^*} \tau(\vartheta) \\ \tau(\vartheta) &= 2na \left(\frac{na}{3sb} \right)^{-(2n+3)/[2(3s+n)]} T^{\frac{\mu}{2s}} \varphi^{\mu^*} \\ \mu^* &= \frac{\mu}{1-\delta} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

图 5 为 $\tau(\vartheta)$ 关系曲线. 为了将奇异性指数 μ^* 与线性强化弹塑性情况下的结果^[4] 相比较. 图 6 给出了两种情况下的 μ^* 曲线.

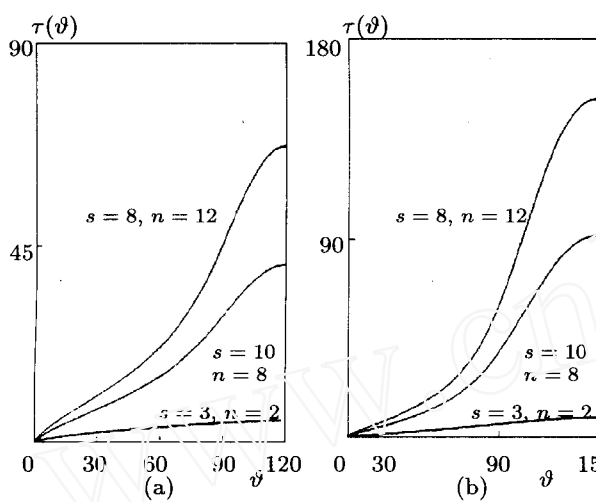


图 5 $\tau(\vartheta)$ 曲线
Fig.5 The curves of $\tau(\vartheta)$

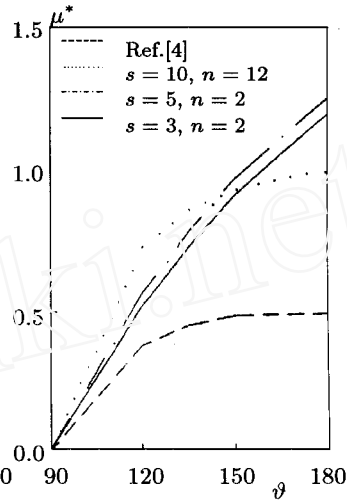


图 6 μ^* 曲线
Fig.6 The curves of μ^*

参 考 文 献

- 1 Gao YC. Elastostatic crack tip behavior for a rubber-like material. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1990, 14: 219~231
- 2 Orowan E. *Trans Inst Engrs Shipbuilders Scot*, 1945, 89: 165
- 3 Gao YC, Durban D. The crack tip field in a rubber sheet. *Eur J Mech, A/Solids*, 1995, 14: 665~677
- 4 Yang SR, Chao YJ. Asymptotic deformation and stress fields at the tip of a sharp notch in an elastic-plastic material. *Int J Frac*, 1992, 55: 211~224

STRESS-STRAIN FIELD NEAR THE NOTCH TIP OF A RUBBER SHEET

Shi Zhifei Gao Yuchen

(Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract Analyzed in this paper is the elastostatic field near a notch tip in a rubber-like thin sheet. The asymptotic equations for the notch tip field are derived based on the constitutive relation given by Ref. [1]. Near field solutions are obtained in regions that decreases and increases in size as the notch tip is approached. Their singular character depends on the constitutive parameters as well as the angle of notch that is evaluated numerically.

Key words large deformation, notch tip, rubber sheet, field