

换热器管束中的流体弹性不稳定性¹⁾

聂清德 郭宝玉 丁学仁 金楠 陈旭

(天津大学化工系, 天津 300072)

摘要 文中重点讨论了管壳式换热器管束中的流体弹性不稳定性. 从工程实用的观点出发, 应用了 Lever 与 Weaver 的“流管”模型, 在建立管子振动的基本方程时则认为管子作周期性的衰减(或发散)运动, 以复数解法进行求解. 根据所获得的对比流速与质量阻尼参数之间的关系画出的稳定区图, 可用来确定管子的流体弹性不稳定性或该时的临界流速. 实验数据表明, 理论计算结果是令人满意的.

关键词 换热器, 管束, 流体弹性不稳定性

引 言

高速流体横向流过管壳式换热器管束时由于动态的流体力与弹性管之间的相互作用, 当流速超过一临界值后, 管子的振幅会突然显著地增大, 这就是通常所说的流体弹性不稳定现象. 这种现象应尽量避免, 否则管子受到碰撞而很快遭到损伤, 换热器也就无法维持正常运转.

1970 年 Connors^[1] 利用流体刚度控制的机理, 提出拟静态流模型, 根据能量平衡的原则, 最先提出对比流速 (V_0/fd) 与质量阻尼参数 ($m\delta/\rho d^2$) 之间的定量关系并用来确定单排管发生流体弹性不稳定时的临界流速. 1974 年 Blevins^[2] 又将此模型推广应用于多排管. 严格地讲, 他们的理论并非真正的解析解, 而只是解析解与实验数据的综合.

1984 年与 1988 年 Price 与 Paidoassis^[3,4] 基于拟稳态流模型发现在气流或液流中管束的稳定性分别由流体刚度或流体阻尼控制. 实际上, 此模型为非稳态流模型的简化形式且适用于较高的对比流速.

陈水生^[5~7] 根据非稳态流理论进行了深入的研究并提出了一个普遍适用的数学模型. 全面地考虑了流体刚度, 流体阻尼与流体惯性对振动管上的动态流体力的影响. 这个模型适用于各种流速范围, 它的正确性也由 Tanaka 等^[8] 顺排管束的实验数据所证实. 遗憾的是应用此理论需要测定许多流体力系数, 困难很大, 尤其是对错排管束. 致使此理论迄今未能在工程实践中推广应用. 陈水生也只是推荐了适用于不同条件下的经验公式.

本文重点探讨的是 Lever 与 Weaver 提出的“流管”模型^[9,10], 并从不同角度对此模型的正确性进行了理论与实验的论证. 管子的振动视为周期性的衰减(或发散)运动, 并应用非稳态流理论与复数解法求解基本方程. 根据实验数据修正的几何参数以及数值运算的结果画出稳定区图, 可用来判别不同管束的流体弹性不稳定性.

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目.

1994-10-06 收到第一稿, 1995-08-06 收到修改稿.

尽管“流管”模型是一近似的模型,但其优点是只需测定一个流体阻力系数便能确定作用在振动管子上的流体力并进一步确定流速的界限值,给研究工作带来很大的方便.

1 物理模型

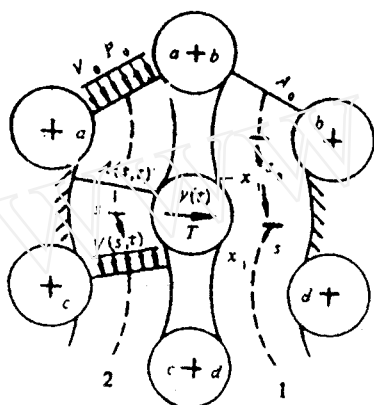


图1 “流管”模型
Fig.1 Streamtube model

图1所表示的是从管束中取出的一个单元,可用来说明流体弹性系统的物理模型.

T 为振动的弹性管,对称地处于相邻管的中心.可将 ac 与 bd 认为是邻管形成的固定边界.流体是无粘性,不可压缩的,经入口 $a-a$, $b-b$,绕过管 T 分别进入左右两流管,沿曲线坐标 s 流向下流.流管是一维的,从 $-s_1$ 到 $-x_1$ 与 $-s_2$ 到 $-x_2$ 为上游区.由于流体质量的惯性,流管面积的改变与管子的运动存在一相位差,离振动管愈远,相位差愈大,可认为两者成线性关系,乃有

$$\psi(s) = \bar{\psi}(s+x_1)/(s_1-x_1) \quad (1)$$

式中 $\bar{\psi}$ 为入口处的相位差,可表示为

$$\bar{\psi} = \omega \frac{l_0}{V_0} = 2\pi \frac{l_0}{d} \frac{1}{V_r} \quad (2)$$

式中 $V_r = V_0/fd$, V_0 为流管中的流速, f 为管子固有频率, ω 为圆频率, d 为管径. l_0 为振动管扰动的距离.管子沿横向作周期性衰减(或发散)运动时的位移为

$$y(t) = e^{\Omega t} \quad (3)$$

式中 Ω 为复数,其实部反映振幅,虚部表示相位关系.如沿管长方向取一个单位,则流管的面积为 $a(s)y(t)$.此处波动系数可表示为

$$a(s) = e^{i\psi(s)} \quad (4)$$

式中 i 表示虚数,其值为 $\sqrt{-1}$.

流体贴着振动管表面流过的区域称贴附区,该处流管面积的改变与管子的运动同步,相位差为零.

2 流体流动方程及求解

2.1 上游区 ($-s_1 \leq s \leq -x_1$)

以图1右侧的流管1为例进行分析.流管的面积,流速与压力随位置 s 与时间 t 的变化可依次表示为

$$A(s,t) = \bar{A}(s) + a(s)y(t) \quad (5)$$

$$V(s,t) = \bar{V}(s) + v(s)y(t) \quad (6)$$

$$P(s,t) = \bar{P}(s) + p(s)y(t) \quad (7)$$

上三式中的第一项为稳态项, 表示管子静止时的情况, 第二项为波动项, 在数值上比第一项小得多.

流体的一维非稳态连续性方程为

$$\frac{\partial A(s, t)}{\partial t} + \frac{\partial [A(s, t)V(s, t)]}{\partial s} = 0 \quad (8)$$

在单元的入口处可以认为

$$A(-s_1) = \bar{A}(s) = A_c \quad (9)$$

而速度与压力则为

$$V(-s_1, t) = V_0 \quad (10)$$

$$P(-s_1, t) = P_0 \quad (11)$$

使式 (8) 从入口沿 s 积分, 代入有关值后可得

$$\frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \Omega e^{\Omega t} [e^{i\psi(s)} - e^{-i\bar{\psi}}] + [A_0 + e^{i\psi(s)} e^{\Omega t}] [\bar{V}(s) + v(s) e^{\Omega t}] = V_0 [A_0 + e^{-i\bar{\psi}} e^{\Omega t}] \quad (12)$$

根据方程式等号两侧的各项与时间有关或无关的原则, 并略去高阶微量, 可以证明

$$\bar{V}(s) = V_0 \quad (13)$$

$$v(s) = \left(V_0 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \Omega \right) [e^{-i\bar{\psi}} - e^{i\psi(s)}] / A_0 \quad (14)$$

利用式 (1), (6) 与 (14) 便可以确定流管中的速度分布. 流管中的压力分布可应用下列的一维的非稳态动量方程来解决

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P(s, t)}{\partial s} + V(s, t) \frac{\partial V(s, t)}{\partial s} + \frac{\partial V(s, t)}{\partial t} + \frac{h}{2s_0} V^2(s, t) = 0 \quad (15)$$

式中的 $hV^2(s, t)/2s_0$ 表示任一瞬时的非稳态流体的压力降, h 为阻力系数可由实验确定或利用文献上的数据.

将式 (15) 沿 $s = -s_1$ 到 s 积分并代入式 (6), (7), 略去高阶微量, 还可证明稳态压力降以及上游非稳态的波动压力参数依次为

$$P_0 - \bar{P}(s) = [h(s + s_1)/2s_0] \rho V_0^2 \quad (16)$$

$$p(s) = -\rho V_0 v(s) - \rho(\Omega + hV_0/s_0) [V_0 + (s_1 - x_1)\Omega/i\bar{\psi}] (s + s_1) e^{-i\bar{\psi}} / A_0 - \rho(\Omega + hV_0/s_0)(s_1 - x_1)v(s)/i\bar{\psi} \quad (17)$$

利用公式 (1), (7) 与 (17) 便可确定流管中的压力分布.

2.2 贴附区 ($-x_1 \leq s \leq x_1$)

此区流管的面积随振动管同幅同相变化, 故

$$A(s, t) = A_0 + e^{\Omega t} \quad (18)$$

按照与上游区相同的推导方法可得非稳态的波动速度参数以及稳态流速

$$v(s) = v(-x_1) - \Omega(s + x_1)/A_0 \quad (19)$$

$$\bar{V}(s) = \bar{V}(-x_1) = V_0 \quad (20)$$

利用公式 (15) 以及 (5),(6),(14),(17) 与 (19) 经整理后得出贴附区流管中波动压力参数

$$p(s) = \frac{\rho}{A_0} \left\{ \left(\Omega + \frac{h}{s_0} V_0 \right) \left[\frac{(s + x_1)^2}{2} - \left(V_0 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \Omega \right) (s + x_1) (e^{-i\bar{\psi}} - 1) \right] + \right. \\ \left. \bar{V}_0 (s + x_1) \Omega - \left(V_0 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \Omega \right) (e^{-i\bar{\psi}} - 1) \left[V_0 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \left(\Omega + \frac{h}{s_0} V_0 \right) \right] - \right. \\ \left. \left(V_0 + \frac{s - x_1}{i\bar{\psi}} \Omega \right) \left(\Omega + \frac{h}{s_0} V_0 \right) (s_1 - x_1) e^{-i\bar{\psi}} \right\} \quad (21)$$

2.3 作用在管上的横向流体力

如贴附区两流管中的流体压力分别由 $P_1(s, t)$ 与 $P_2(s, t)$ 表示, 则长度为 l 的管上受的净力为

$$F_T(t) = l \int_{-x_1}^{x_1} [P_1(s, t) - P_2(s, t)] ds \quad (22)$$

P_1, P_2 中的稳定项是相同的, 其波动项在数值上相等但是方向相反, 因此将式 (7),(21) 代入式 (22) 并积分, 再利用 (1) 及其导数的关系得

$$F_T(t) = \frac{4l\rho x_1}{A_0} \left\{ \left[\frac{2}{3} x_1^2 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} (x_1 - s_1 e^{-i\bar{\psi}}) - \frac{(s_1 - x_1)^2}{\bar{\psi}^2} (1 - e^{-i\bar{\psi}}) \right] \ddot{y}(t) + \right. \\ \left[\frac{2h}{3s_0} x_1^2 + (x_1 - s_1 e^{-i\bar{\psi}}) \left(1 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \frac{h}{s_0} \right) + \right. \\ \left. (1 - e^{-i\bar{\psi}}) \left(2 \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} - \frac{(s_1 - x_1)^2}{\bar{\psi}^2} \frac{h}{s_0} \right) V_0 \right] \dot{y}(t) + \\ \left. \left[(x_1 - s_1 e^{-i\bar{\psi}}) \frac{h}{s_0} + (1 - e^{-i\bar{\psi}}) \left(1 + \frac{s_1 - x_1}{i\bar{\psi}} \frac{h}{s_0} \right) V_0^2 \right] y(t) \right\} \quad (23)$$

式 (23) 表明, 作用在管上的流体力与管子振动时的加速度 $\ddot{y}(t)$, 速度 $\dot{y}(t)$ 以及位移 $y(t)$ 有关.

2.4 管子横向振动时的方程及求解

管子振动方程可写成

$$lm\ddot{y}(t) + c_0\dot{y}(t) + ky(t) - F_T(t) = 0 \quad (24)$$

式中 c_0 为管子本身的阻尼及与流体速度有关的阻尼, 即

$$c_0 = c_T + c_D \rho d l V_0 / 2 \quad (25)$$

方程 (24) 的解取 $y(t) = e^{\Omega t}$ 的形式, 再代回到原方程 (24) 便得特征方程

$$lM\Omega^2 + C\Omega + K = 0 \quad (26)$$

可解得 Ω 的两个根. 如 Ω 的实部 $Re(\Omega)$ 大于零, 则管子的振幅将随时间的增加而不断增大. 因此系统发生流体弹性不稳定性的条件为

$$Re(\Omega) > 0 \quad (27)$$

如果通过管束的是气体, 流体的附加质量与流体刚度比管子本身的质量与刚度小得多, 故对管子的实际频率影响不大, 因此

$$k \approx \omega^2 l m \quad (28)$$

对于小阻尼

$$c_T \approx \omega l m \delta / \pi \quad (29)$$

令方程 (24) 中的各项都除以 $l \omega \rho d^2 / \pi$, 可得

$$B_1 \Omega^2 + B_2 \Omega + B_3 = 0 \quad (30)$$

式中的 B_1 , B_2 , B_3 分别为

$$B_1 = \frac{\pi m}{\omega \rho d^2} - \frac{4\pi x_1}{A_0 l \omega d^2} \left\{ \frac{2}{3} x_1^2 - i \frac{s_1 - x_1}{2\pi l_0} V_r d \left[x_1 - s_1 \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] - (s_1 - x_1)^2 \left(\frac{V_r d}{2\pi l_0} \right)^2 \left[1 - \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] \right\} \quad (31)$$

$$B_2 = \frac{m \delta}{\rho d^2} + \frac{c_D}{4} V_r - \frac{2x_1 V_r}{A_0 d} \left\{ \frac{2h}{3s_0} x_1^2 + \left(1 - i \frac{s_1 - x_1}{2\pi l_0} \frac{h}{s_0} V_r d \right) \left[x_1 - s_1 \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] - \left[1 - \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] \left[i \frac{s_1 - x_1}{\pi l_0} V_r d + \left(\frac{s_1 - x_1}{2\pi l_0} \right)^2 \frac{h}{s_0} V_r^2 d^2 \right] \right\} \quad (32)$$

$$B_3 = \frac{\pi \omega m}{\rho d^2} - \frac{\omega x_1 V_r^2}{\pi A_0} \left\{ \left[x_1 - s_1 \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] \frac{h}{s_0} + \left[1 - \exp \left(-2\pi i \frac{l_0}{V_r d} \right) \right] \left(1 - i \frac{s_1 - x_1}{2\pi l_0} \frac{h}{s_0} V_r d \right) \right\} \quad (33)$$

式 (30) 的解为

$$\Omega = \left(-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4B_1 B_3} \right) / 2B_1 \quad (34)$$

利用 $Re(\Omega) = 0$ 的条件编出计算程序在 IBM 型微机上运算便可确定对比流速度与质量阻尼参数之间的关系并进一步画出稳定区图.

3 试验装置与数据

试验时仍然采用笔者在文献 [11] 中所述的风洞装置与测量仪器. 风洞宽 0.25 m, 高 0.35 m. 试验段中的自由流速可高达 40 m/s, 其上游的紊流度接近 1%. 放在试验段中的管束分别按正方形, 转角三角形, 转角正方形, 三角形四种典型的方式布置, 节径比 p/d 为 1.25 与 1.41. 管子材料为 T2 紫铜, 管长 0.39 m, 直径 0.022 m. 上端以螺纹连接的方法与上管板固定后呈自由悬挂状. 这样可使管子的一阶固有频率为 90 Hz. 在距离管子的固定端

20 mm 处, 沿圆周且相应于流向以及流动垂直的方向各粘贴两片箔式应变片. 采用半桥双臂互补法联接到动态应变仪的电桥盒上. 管子振动时, 应变片电阻的变化即反映了管子自由端位移的大小. 由此可得到流速与管子振幅的关系曲线. 相应于振幅陡然急剧增大时的流速, 即为发生流体弹性不稳定时的临界流速 V_c , 实验数据参见表 1.

表 1 各种管束的实验数据

Table 1 Experimental data of fluid elastic instability for test tube arrays

Layout pattern	P/d	δ	ρ (kg/m^3)	$m\delta^2/\rho d^2$	V_c (m/s)	V_c/fd	h
square (90°)	1.25	0.012	1.112	27.7	40.5	20.5	0.55
	1.32	0.015	1.125	34.6	46.2	23.3	0.42
	1.41	0.010	1.110	23.1	40.0	20.2	0.31
Rotated triangular (60°)	1.25	0.024	1.124	55.4	55.0	27.8	0.27
	1.32	0.021	1.110	48.2	52.6	26.6	0.28
	1.41	0.030	1.110	69.2	57.0	28.8	0.30
Rotated square (45°)	1.25	0.019	1.110	43.9	56.9	28.7	0.33
	1.41	0.015	1.110	34.6	49.9	25.2	0.33
Triangular (30°)	1.25	0.014	1.110	32.3	39.5	20.0	0.60
	1.41	0.018	1.110	41.5	46.0	23.2	0.39

* $m = 1.24 \text{ kg/m}$, 管径 $d=0.022 \text{ m}$

利用公式 (31)~(34) 以及表 2 所列几何参数可以描绘出各种管束的稳定区图 (图 2). 为了便于比较, 图中引用了笔者的以及文献 [12,13] 中的数据.

表 2 各种管束的几何参数值

Table 2 Numerical values of geometric parameters for test arrays

Layout pattern	P/d	A_0/d	s_0/d	s_1/d	l_0/d	x_1/d
square (90°)	1.25	0.25	1.25	1.25	5.00	0.05
	1.32	0.32	1.32	1.32	5.28	0.05
	1.41	0.41	1.41	1.41	5.64	0.05
Rotated triangular (60°)	1.25	0.25	0.654	0.982	2.616	0.104
	1.32	0.32	0.691	1.037	2.764	0.0985
	1.41	0.41	0.738	1.107	2.952	0.092
Rotated square (45°)	1.25	0.25	0.981	1.472	3.925	0.155
	1.41	0.41	1.107	1.660	4.427	0.137
Triangular (30°)	1.25	0.125	1.249	1.874	4.996	0.203
	1.41	0.205	1.371	2.057	5.484	0.181

4 结 论

- 1) 利用复数解法所得结论以及各种管束得到的实验数据进一步论证了 Lever 等提出的“流管”模型的正确性. 此模型最大优点是在判定管束的流弹性不稳定性时不需测定大量的流体力系数.
- 2) 作用在振动管上的流体力与管子的位移、速度、加速度有关.
- 3) 四种典型排列方式的管束, 当节径比范围为 1.25~1.41 时, 试验数据与理论计算结

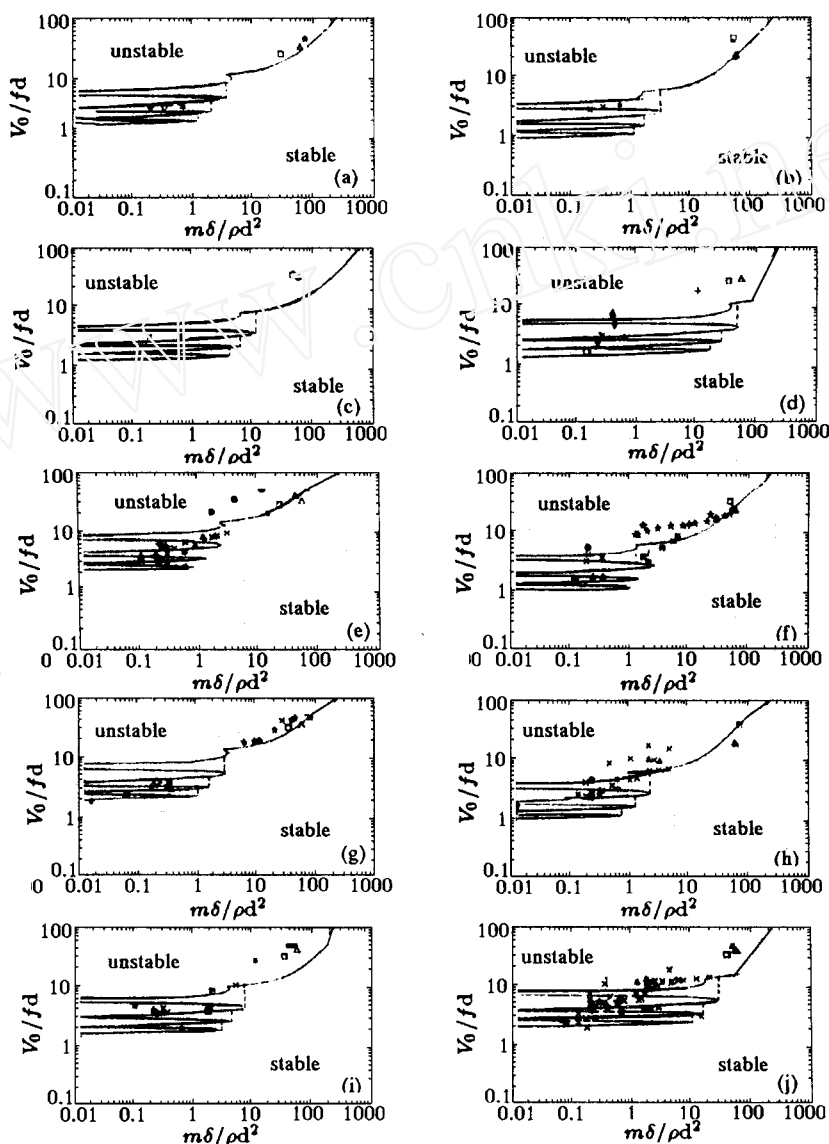


图 2 各种管束的稳定区图

(a),(e),(g)—正方形管束；(b),(f),(h)—转角三角形管束；

(c),(i)—转角正方形管束；(d),(j)—三角形管束；

(a),(b),(c),(d)— $P/d=1.25$ ；(e),(f)— $P/d=1.32$ ；(g),(h),(i),(j)— $P/d=1.41$ ；□ — 笔者数据；+， Δ ， $\circ$ ， $\cdots$ ，文献 [12, 13]

Fig.2 Stability maps for typical tube arrays

(a),(e),(g)—Square arrays；(b),(f),(h)—Rotated triangular arrays；

(c),(i)—Rotated square arrays；(d),(j)—Triangular arrays；

(a),(b),(c),(d)— $P/d=1.25$ ；(e),(f)— $P/d=1.32$ ；(g),(h),(i),(j)— $P/d=1.41$ ；□ — Authors' data；+， Δ ， $\circ$ ， $\cdots$ ，Refs.[12, 13]

果是一致的。而且对同一种管束， p/d 的改变对曲线图的影响并不明显。工业用的管壳式换热器，管束的节径比多数为 1.25~1.41。从实用观点考虑，仅需利用图 2(a)~ 图 2(d)，节径比为 1.25 的稳定区图便可预测换热器管束的流体弹性不稳定性。

参 考 文 献

- 1 Connors HJJr. Flow induced vibration in heat exchangers. In: Reiff DD ed. Flow Induced Vibration in Heat Exchangers. New York, ASME, 1970, 42~56
- 2 Blevins RD. Flow-Induced Vibration, 2nd ed. New York: Van Norstrand Reinhold Company, 1990
- 3 Price SJ, Paidoussis MP. An improved mathematic model for the stability of cylinder rows subject to cross-flow. Journal of Sound and Vibration, 1984, 97: 615~640
- 4 Paidoussis MP, Price SJ. Mechanisms underlying flow-induced instabilities. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 189: 35~50
- 5 Chen SS. Instability mechanisms and stability criteria of a group of circular cylinders subjected to cross-flow, Part I: theory. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, Reliability in Design, 1983, 105: 51~58; ASME Paper No. 81-DE/T-21
- 6 Chen SS. Instability mechanisms and stability criteria of a group of circular cylinders subjected to cross-flow, Part II: numerical results and discussions. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, Reliability in Design, 1983, 105: 253~260; ASME Paper No. 81-DET-22
- 7 Chen SS. A general theory for dynamic instability of tube array in cross flow. Journal of Fluids and Structures, 1987, 1(1): 35~53
- 8 Tanaka H, Takahara S. Fluid elastic vibration of tube array in cross flow. Journal of Sound and Vibration, 1981, 77(1): 19~37
- 9 Lever JH, Weaver DS. On the stability of heat exchanger tube bundles, Part I: modified theoretical model. Journal of Sound and Vibration, 1986, 107(3): 375~392
- 10 Lever JH, Weaver DS. On the stability of heat exchanger tube bundles, Part II: numerical results and comparison with experiments, Journal of Sound and Vibration, 1986, 107(3): 393~410
- 11 Nie QD, et al. Fluidelastic instability of heat exchanger array. In: Proceedings of the ASME Pressure Vessel and Piping Conference, 1992, PVP-Vol.231. 73~79
- 12 Chen SS. Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures. ANL-85-51, 1985
- 13 Pettigrew MJ, Tylor CE. Fluidelastic instability of heat exchanger tube bundles: review and design recommendations. Trans. of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, 1991, 113: 242~256

FLUIDELASTIC INSTABILITY IN TUBE ARRAYS OF HEAT EXCHANGERS

Nie Qingde Guo Baoyu Din Xueren Jin Nan Chen Xu

(Department of Chemical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract In this paper the authors focus to discuss the fluidelastic instability in tube arrays of heat exchangers. From the viewpoint of practical application, the tube-in-channel model of Lever and Weaver are utilized. However, the vibration of tube is considered as periodic damping (or divergent) motion and the fundamental equations are solved by means of complex method. According to the relation between reduced flow velocity and mass damping parameter, the stability map will be drawn out, which may be used to predict the threshold of fluidelastic instability of tube. Theoretical results agree reasonably well with experimental data of the authors and that cited from literatures.

Key words heat exchanger, tube array, fluidelastic instability