

纤维悬浮液搅拌流动的数值模拟¹⁾

范西俊 范毓润 戴志潜 于鲁强

(浙江大学力学系, CAD & CG 国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要 由于缺乏适当的本构方程, 对纤维悬浮液流动的研究一直局限于纤维的牛顿流体悬浮液. 本文采用 μ -JCM 模型对作者最近提出的纤维 Oldroyd-B 流体悬浮液的本构方程作了改进, 并对锚式桨搅拌槽的二维 Oldroyd-B 流体和牛顿流体纤维悬浮液搅拌流动作了数值模拟. 模拟的结果表明, 本文所用的模型和方法能有效地抑制过大大局部应力的影响并合理地处理流体的记忆效应.

关键词 纤维悬浮液, Oldroyd-B 流体, 流动数值模拟, 有限元方法

引 言

短纤维复合材料成本低、强度高, 其制品可用常规的塑料加工机械成批生产. 因此, 它已逐渐取代一些价格昂贵的工程材料, 得到广泛的应用. 熔融的短纤维复合材料, 是纤维的粘弹性悬浮液. 在加工过程中, 纤维悬浮液流动诱导的纤维取向直接影响复合材料制品的质量. 因而, 纤维悬浮液流动的数值模拟有重要的工程意义.

纤维悬浮液流动的数值模拟研究始于 70 年代末. 当时采用多相流体力学的近似方法. 即假设纤维对流场的干扰可以忽略, 悬浮液仍为牛顿流体, 纤维的运动用 Jeffery 的椭圆缓慢运动解计算. 后来, 随着非牛顿流体力学和非牛顿流动数值模拟技术的发展, 纤维悬浮液流动的数值模拟才趋于完善. 首先表现在采用适当的本构方程描述纤维悬浮液的力学性质, 完善了流动问题的数学提法. 由 Ericksen^[1] 提出, 并经诸多学者修正的横向各向同性流体 (TIF) 模型被公认为适合于纤维牛顿流体悬浮液的本构方程. 其次是各种数值方法被应用于联立求解场守恒方程和纤维结构张量的变化方程, 并取得了成功. 例如, Lipscomb 等人^[2] 用有限元方法计算了 4 : 1 收缩流动, 他们计算所得的涡流区流型与实验符合良好; Papanastasiou 和 Alexandrou^[3] 采用 Dinh & Armstrong 本构方程^[4] (TIF 的一特例) 和流线有限元方法计算了纤维牛顿流体中浓悬浮液的挤出胀大流动; 最近, Rosenberg 等人^[5] 及 Phan-Thien 和 Zheng 计算了纤维牛顿流体悬浮液绕过管内一球的流动和二维平面挤出胀大流动.

由于缺乏纤维粘弹性流体悬浮液的本构方程, 长期以来, 对纤维悬浮液流动的数值模拟仅局限于纤维的牛顿流体悬浮液. 最近, 作者从纤维 Boger 流体悬浮液的

¹⁾ 国家自然科学基金、化学工程联合实验室聚合反应工程实验室开放基金、中科院高分子物理联合开放研究实验室科学基金资助项目.

1993-11-12 收到第一稿, 1994-07-28 收到修改稿.

统计力学模型出发, 导出了纤维 Oldroyd-B 流体中浓悬浮液的本构方程^[6], 并用此本构方程对绕过圆管内一球的流动作了数值模拟^[7]. 本文对此方程作了改进, 并对搅拌流动作出数值模拟.

搅拌流动是工业和生产过程中常见的一种复杂流动. 一般来说, 搅拌流动是一种三维非定常流动, 但对于某些典型桨叶, 如锚式桨、大叶桨和刮壁桨等产生的搅拌流场中段区域, 流动可近似为二维流动. 对于牛顿流体, 二维搅拌流动数值模拟结果与实验十分相符^[8]. 对于粘弹性流体和纤维悬浮液, 搅拌流动的数值模拟相当困难. 除本构方程的适用性、方程类型变化、应力奇点等外, 搅拌流动无所谓上游和下游、不存在进口和出口边界, 是一种周期性流动, 这给求解双曲型的本构方程带来了新的困难.

本文描述纤维 Oldroyd-B 流体中浓悬浮液二维搅拌流动的基本方程、探讨模拟流动的数值方法, 并讨论某些数值结果.

1 数学描述

纤维悬浮液的等温搅拌流动满足不可压缩流体的动量和质量守恒方程, 其无量纲形式为

$$Re(\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} - r\Omega^2) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{V} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^* \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

式中 $\mathbf{V}$ 为无量纲相对速度; $\boldsymbol{\Omega}$ 为桨叶的无量纲转动角速度, $\Omega = \pm 1$; p 为包含质量力势的无量纲压力; $\boldsymbol{\tau}^*$ 为非牛顿应力张量, 表示纤维和聚合物分子对偏应力张量的贡献; Re 为雷诺数, 定义为

$$Re = \rho\omega R^2/\eta_s \quad (3)$$

其中 ρ 为纤维悬浮液的密度, ω 为桨叶转动角速度 (弧度 / 秒), R 为搅拌槽的内半径, η_s 为 Oldroyd-B 流体的溶剂粘度.

式 (1) 中的 $\boldsymbol{\tau}^*$ 需用适当的本构方程来描述. 根据作者用统计力学方法导出的纤维 Oldroyd-B 流体中浓悬浮液的本构方程

$$\boldsymbol{\tau}^* = -\frac{\phi a_r^2 \eta_r}{3 \ln(\pi/2a_r\phi)} \mathbf{N}_{(1)} + \boldsymbol{\tau}_p \quad (4)$$

式中 ϕ 为纤维的体积浓度; a_r 为纤维的细长比; η_r 为 Oldroyd-B 流体的相对粘度; $\mathbf{N}$ 为纤维的结构张量; 下标 (1) 表示一阶反变随动导数

$$\mathbf{N}_{(1)} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{N} - \nabla \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{N} - \mathbf{N} \cdot \nabla \mathbf{V} \quad (5)$$

$\boldsymbol{\tau}_p$ 为聚合物分子对偏应力张量的贡献, 满足以下方程

$$\alpha\sigma\boldsymbol{\tau}_p + \frac{3}{2}\alpha(1-\sigma)(\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_p \cdot \mathbf{N}) + Wi\boldsymbol{\tau}_{p(1)} = (\eta_r - 1)\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (6)$$

式中 γ 为应变率张量, α 和 σ 为表示纤维存在和取向对聚合物分子运动影响的两个参数 (≤ 1.0), 当 $\alpha = \sigma = 1$ 时, 方程 (6) 退化为反变 Maxwell 方程; Wi 为 Weissenberg 数

$$Wi = \lambda \omega \quad (7)$$

式中 λ 为 Oldroyd-B 流体的松弛时间. 用反变 Maxwell 模型作数值模拟时, 在流场某些局部点, 应力会发生奇异, 影响数值解的稳定性. 为克服这一缺点, Apelian 等人提出修正的反变 Maxwell 模型 (MUCM)^[9], 使得应力奇点附近流体性质趋近于牛顿流体. 由于式 (6) 类似于反变 Maxwell 方程, 所以也可用相同的方法加以修正. 引入修正的 Weissenberg 数

$$\tilde{Wi} = Wi / [1 + F \text{tr} \tau_p]^{k-1} \quad (8)$$

$$F = [(0.99)^{-1} - 1]^{1/(k-1)} / \text{tr} \tilde{\tau}_p \quad (9)$$

式中 $\text{tr} \tilde{\tau}_p$ 为一特征量, $k \geq 5.0$. 这种修正保证在 $\text{tr} \tau_p < \text{tr} \tilde{\tau}_p$ 的流场区域, Weissenberg 数的修正小于 1%. 修正后的聚合物应力张量本构方程为

$$\begin{aligned} & \alpha \sigma \tau_p + \frac{3}{2} \alpha (1 - \sigma) (\mathbf{N} \cdot \tau_p + \tau_p \cdot \mathbf{N}) + \tilde{Wi} \tau_{p(1)} \\ & = (\eta_r - 1) \dot{\gamma} / [1 + F \text{tr} \tau_p]^{k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

方程 (4) 中的 $N_{(1)}$ 由结构张量的变化方程描述, 采用二次封闭近似假定后, 使方程可表示为

$$\mathbf{N}_{(1)} = -\dot{\gamma} : \mathbf{N} \mathbf{N} + 2c_i \dot{\gamma} (\delta - 3\mathbf{N}) \quad (11)$$

式中 c_i 为描述纤维之间随机碰撞强度的参数, 当悬浮流体的粘度大于 10^3 泊时, 纤维之间的随机碰撞可以忽略, 取 $c_i = 0$; $\dot{\gamma}$ 为应变率张量的模 $\dot{\gamma} = \sqrt{(\dot{\gamma} : \dot{\gamma})/2}$. 将 (11) 式代入 (4) 式, 得

$$\tau^* = \frac{\phi a_r^2 \eta_r}{3 \ln(\pi/2a_r \phi)} [\dot{\gamma} : \mathbf{N} \mathbf{N} - 2c_i \dot{\gamma} (\delta - 3\mathbf{N})] + \tau_p \quad (12)$$

搅拌流场以 2π / 桨叶数为周期, 对锚式桨产生的搅拌流场, 只需考虑半圆流动区域. 流动的边界条件为:

1. 转轴与桨叶的表面: $V_r = V_\theta = 0$;
2. 搅拌槽内表面 ($r = 1$): $V_r = 0$, $V_\theta = \pm 1$;
3. 周期性边界 ($\theta = 0$ 和 π): $\mathbf{V}|_{\theta=0} = \mathbf{V}|_{\theta=\pi}$.

2 数值方法

一般情况下, 纤维粘弹性悬浮液搅拌流动的 Re 数不高, 守恒方程 (1) 和 (2) 为椭圆型, 而纤维结构张量的变化方程 (11) 和聚合物应力张量的本构方程都为双曲型. Galerkin 有限元方法仅适用于椭圆型方程, 不适用于双曲型方程. 求解粘弹性流体

本构方程常用的算法为: 1. 流线迎风 Petrov-Galerkin(SUPG) 有限元方法, 与流线迎风有限元格式相比, 它不会引入人工粘性, 精度接近最佳精度; 2. 特征线法, 即流线积分法, 其精度高, 计算量小, 为双曲型方程特有的解法; 3. 时间相关法, 将定常问题转化为非定常问题处理, 对于给定的某初值, 关于时间积分本构方程, 直到稳定解求得为止. 求解双曲型方程时, 一般都要给出上游截面的纤维取向或聚合物应力分布, 才能确定下游流场截面上的相应值. 双曲型方程的这一特性反映了粘弹性流体的记忆效应. 给出上游截面上的应力分布和纤维取向分布, 等价于给定进入该截面以前流体微元的变形和纤维取向变化历史. 只有给出了上游截面处流体微元的变形和纤维取向变化历史, 才能确定下游截面处流体微元应力. 然而搅拌流动中, 无法给定流场中某一截面上的应力分布和纤维取向分布. 因此不作特殊处理, SUPG 方法和流线积分法都不适用于搅拌流场计算. 时间相关法精度较差, 但计算量小, 而且不需要给出某一截面处的应力分布和纤维取向分布. 此方法的物理意义是: 某一时刻突然在流场中加上一速度梯度场, 纤维从一任意的初始取向分布开始逐渐改变取向, 聚合物应力从零开始发展, 最后达到的稳定状态即为欲求的定常流动解.

为采用时间相关法, 将方程 (11) 改写为

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{N} + \nabla \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{N} + \mathbf{N} \cdot \nabla \mathbf{V} - \dot{\gamma} : \mathbf{N} \mathbf{N} \quad (13)$$

引入 $\xi = t/\tilde{W}i$, 方程 (10) 可改写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \boldsymbol{\tau}_p = & \tilde{W}i(-\mathbf{V} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau}_p + \nabla \mathbf{V}^T \cdot \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_p \cdot \nabla \mathbf{V}) - \alpha c \cdot \boldsymbol{\tau}_p \\ & - \frac{3}{2} \alpha (1 - \sigma) (\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_p \cdot \mathbf{N}) + (\eta_r - 1) \dot{\gamma} / [1 + F \text{tr} \boldsymbol{\tau}_p]^{\kappa-1} \end{aligned} \quad (14)$$

给定 $\mathbf{N}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_p$ 的初值后, 就将确定 $\mathbf{N}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_p$ 的问题归结为微分方程的初值问题. 在求解 $\mathbf{N}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_p$ 时, 式 (13) 和 (14) 中的速度梯度场须作为已知, 因此本文采用分裂的有限元格式求解纤维悬浮液的流动问题. 求解步骤可以概述如下:

1. 令式 (1) 中 $\boldsymbol{\tau}^* = 0$, 用 Galerkin 有限元方法求得牛顿流体蠕动流的速度场作为流动问题的迭代初值.
2. 根据步骤 1 或前次迭代求得的速度场, 关于时间 t 积分纤维结构张量的变化方程 (13) 至给定的步数或近似的稳定解得到为止.
3. 根据步骤 2 确定的纤维结构张量和前次迭代的速度场, 关于 ξ 积分聚合物应力张量的本构方程 (14), 至给定的步数或近似稳定解得到为止.
4. 根据步骤 2 和 3 得到的 $\mathbf{N}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_p$ 以及前次迭代的速度梯度, 按 (12) 式计算 $\boldsymbol{\tau}^*$, 代入 (1) 式, 用 Galerkin 有限元方法求解方程 (1) 和 (2), 得到新的速度场.
5. 判别迭代的收敛性, 若速度、纤维结构张量和应力张量分量在相继两次迭代间的最大相对修正量小于给定允许值, 则流动问题的数值解求得; 否则重复步骤 2 至 5.

6. 计算流场节点的应变率张量和偏应力张量的模 $\dot{\gamma}$ 和 $\tau(\dot{\gamma} = \sqrt{(\text{tr} \dot{\gamma}^2)/2}, \tau = \sqrt{[\text{tr}(\dot{\gamma} + \tau^*)^2]/2})$; 计算作用于单位高度桨叶上的扭矩; 计算通过搅拌槽单位高度的流量并求解流函数; 最后输出有关结果.

搅拌流场不存在自然边界(图 1), 不可压流体搅拌流场压力场的确定可相差任意实数, 这给求解带来了困难. 本文采用罚函数方法, 令

$$p = -\varepsilon \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (15)$$

并消去有限元 Galerkin 余量表达式中的压力项. 为使罚参数 $\varepsilon \rightarrow \infty$ 时, 流动问题存在非零解, 计算余量时, 罚项用降阶积分法计算, 使罚项生成的刚度矩阵分块为奇异. 本文采用九节点 Lagrange 单元, 速度分量的插值函数为 Q^2 - p^0 型, 罚项用 2×2 Gauss 积分计算. 这等于在 2×2 Gauss 点上满足连续性方程 (2). 这种单元虽然不满足 B-B 条件, 会产生波动的压力解, 然而罚函数方法具有滤波功能, 压力解的波动不明显. 计算证明, 这种离散格式连续性条件能很好地满足.

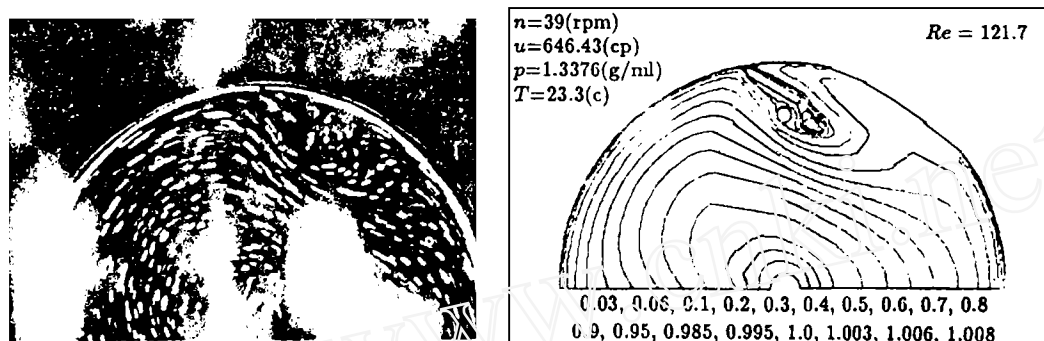


图 1 牛顿流体刮壁桨搅拌流动流型, 左: 实验, 右: 数值模拟
Fig.1 Flow pattern of Newtonian fluid scraped-surface blades agitated flow
left: experiment, right: numerical simulation

方程 (1) 包含二个非线性项, 即使在 $Re = 0$ 时, 方程仍是高度非线性的. 本文在求解有限元方程组时, 对流项用 Newton-Raphson 方法线性化, 而包含 τ^* 的项只能用 Picard 迭代方法处理. 最后生成的线性代数方程用局部全面找主元的 Front 消去法求解. 对于相应于周期性边界上节点的方程, 在消去前作特殊处理, 考虑相邻周期区域单元对方程系数及右端项的贡献, 使解严格地满足周期性条件.

纤维结构张量变化方程 (13) 和聚合物应力张量的本构方程 (14) 在单元的 2×2 Gauss 点上用 Euler 法求解, 而不是在单元节点或 3×3 Gauss 点上求解. 因为速度梯度单元之间不连续, 而且在 2×2 Gauss 点上计算的速度梯度具有最佳精度. 单元节点上的速度梯度、应力张量和纤维结构张量各分量之值这样计算: 先将各分量从 2×2 Gauss 点线性插值到单元的九个节点上, 由于这些分量之值在单元之间是不连续的, 自不同单元插值到同一节点上的分量值不等, 取这些值的平均值为该节点上的相应分量值. 这是一种计算量最小的光滑化方法. 求解方程 (13) 和 (14) 时所需的 N 和 τ_p 的梯度分量在 2×2 Gauss 点上的值, 再根据光滑化后的单元节点的 N

和 τ_p 的分量计算. 原则上, 求解方程 (13) 和 (14) 的初值可以任意地给定, 但初值的好坏直接影响达到定常解所需的积分步数. 在第一次运算时, 取 N 的初值如下: $\dot{\gamma} \leq 0.3$ 时, $N_{ij}(0) = \delta_{ij}/3 (i, j = 1, 3)$, 即以纤维的随机取向分布为初值; $\dot{\gamma} > 0.3$ 时, $N_{ij}(0) = V_i V_j / V^2$, 即以纤维完全沿流动取向分布为初值. 值得指出, 流动虽然是两维的, 但纤维仍呈三维取向状态. 取 τ_p 的初值为 $\tau_{pij}(0) = 0 (i, j = 1, 2)$. 在接着的运算中, 取前一次运算的终值为本次运算的初值. N 和 τ_p 的积分步长均取为 0.0005. 两次相继积分步之间, 分量的最大相对误差小于 0.0003 时, 认为近似的稳定解求得. 每次迭代中, 若积分 200 步, 仍未达到近似稳定解, 则终止积分, 转入确定新的速度场.

3 数值模拟及其结果

计算程序适用于牛顿流体、Oldroyd-B 流体、Dinh & Armstrong 型纤维牛顿流体悬浮液以及纤维 Oldroyd-B 流体悬浮液的搅拌流动数值模拟. 程序的精度可用牛顿流体的某些精确解来检查. 对牛顿流体双圆筒剪切流和 Hamel 流动的计算结果与精确解相比误差小于 10^{-6} . 对牛顿流体锚式桨搅拌流动的实验拍摄的流型与数值模拟的流型符合良好^[8]. 对于牛顿流体刮壁桨搅拌流动, 分别对 $Re = 13.1, 43.5$ 和 121.7 进行了数值模拟, 计算的流型与实验拍摄的也十分符合. $Re = 121.7$ 的结果表示在图 1 中. 虽然由于实验的困难无法拍摄出清晰的纤维悬浮液搅拌流型的照片, 不能进一步检查纤维悬浮液流场数值模拟的结果, 但以上牛顿流体的结果已证明了计算程序的有限元模块的正确性.

锚式桨二维搅拌流场区域如图 2 所示. 以槽的内半径为特征尺度, 则各种无量纲几何尺寸为, 桨叶: 0.2105×0.10525 , 桨转轴半径: 0.10525 , 桨叶内端面中点离槽中心的距离: 0.65794 . 有限元网格在半圆区域内划分. 对两种网格作了计算, 发现图 2 所示的 224 个单元、978 个节点的网格能刻划出桨叶附近流线图案的细节和小的涡流区, 基本上能满足要求. 对于各种类型流体搅拌流动的模拟结果表明, 搅拌流动的流型主要由 Re 数决定, 受其它参数如 Weissenberg 数、纤维浓度、纤维细长比、相对粘度等影响不甚明显. 当 $Re = 0$ 时, 流型对称于桨叶中心平面、在垂直于该中心平面的部位, 有两个大涡流区. 这两个涡流由流动的质量守恒规律决定的.

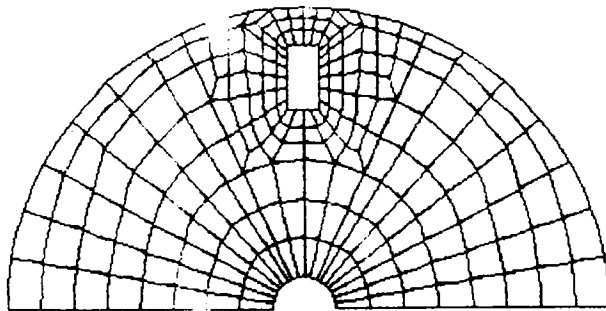


图 2 有限元网格 (224 个单元、978 个节点)
Fig.2 Finite-element grid of solution domain

由于桨叶对流动的滞阻, 在桨叶处槽截面的通流能力最弱, 并决定了搅拌流动的流量. 而远离桨叶处, 槽截面的通流能力较强, 由于质量守恒的制约, 这部分富余的通流能力只能分配给涡流流动. 在纤维悬浮液流动模拟时, 纤维的浓度 $\phi = 0.01$, 细长比 $Ar = 25$, 相对粘度 $\eta_r = 1.5$, 其它参数取为: $\alpha = 0.9$, $\sigma = 0.9$, $c_i = 0.02$. 图 3 和图 4 表示了纤维 Oldroyd-B 流体在 Weissenberg 数 $Wi = 0.2$, $Re = 5$ 和 200 时的流动图案. 由图可见, 随着 Re 数的增加, 流体的惯性力增大, 两涡中心线的连线沿流动方向 (图中箭头所示) 向桨叶平面偏转; 两涡流区的尺度和强度减小. 当 $Re=200$ 时, 桨叶后部开始产生由惯性引起的小涡流区. 对纤维牛顿流体悬浮液 $Re = 0-200$ 的计算结果与上述相似. 但由于纤维牛顿流体悬浮液的粘度较低 ($\eta_r = 1.0$), 惯性效应较为显著. 在 $Re = 150$ 时, 桨叶后部已开始出现小涡流区, 当 $Re = 200$ 时, 中心涡流区变得十分微弱, 接近消失 (图 5). 对纤维 Oldroyd-B 流体搅拌流场中应力, 即

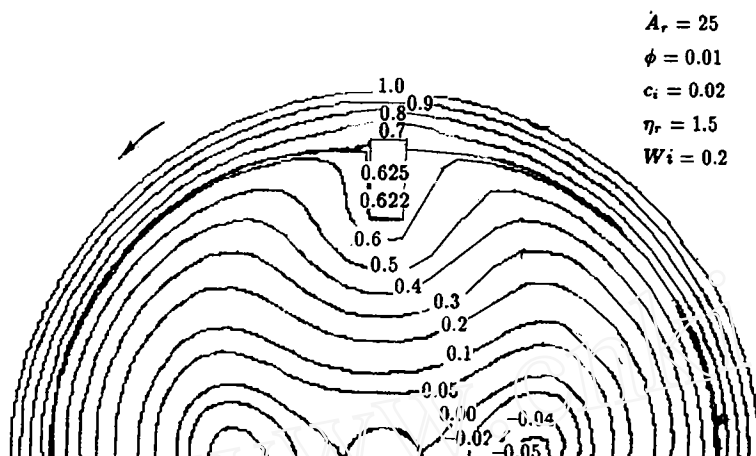


图 3 纤维 Oldroyd-B 流体悬浮液搅拌流型 ($Re = 5$, $Q = 0.22649$)
Fig.3 Agitated flow pattern of fibre suspension in Oldroyd-B fluid ($Re = 5$, $Q = 0.22649$)

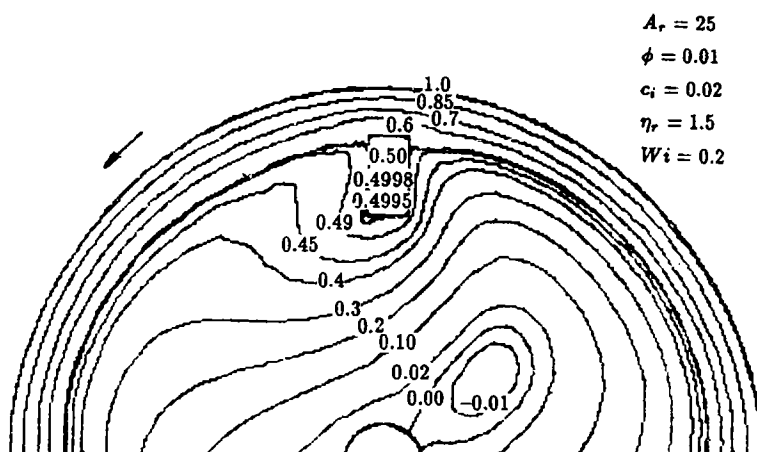
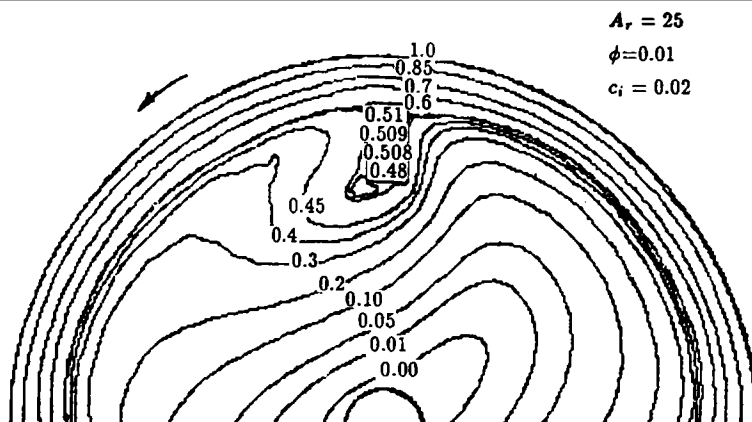
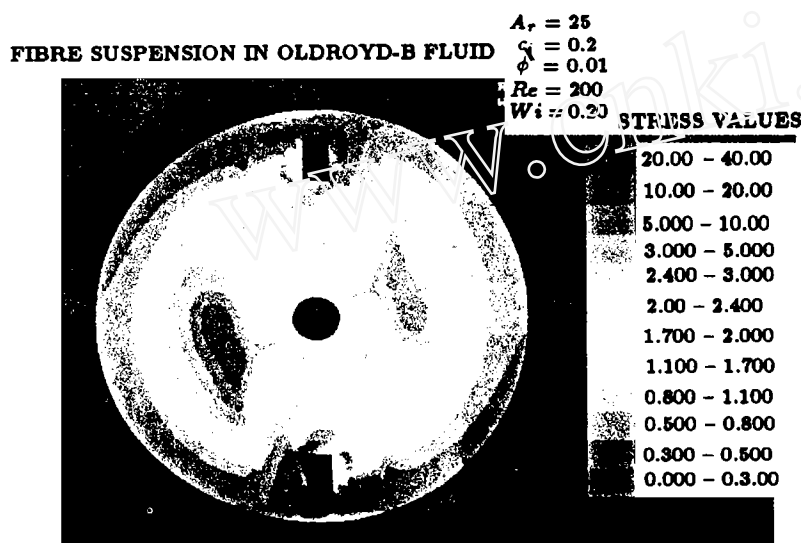


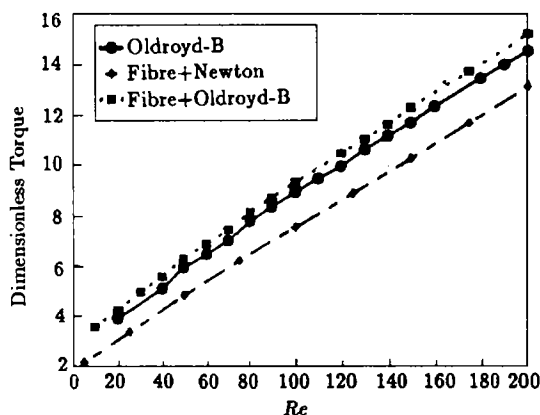
图 4 纤维 Oldroyd-B 流体悬浮液搅拌流型 ($Re = 200$, $Q = 0.18415$)
Fig.4 Agitated flow pattern of fibre suspension in Oldroyd-B fluid ($Re = 200$, $Q = 0.18415$)

图5 纤维牛顿流体悬浮液搅拌流型 ($Re = 200$, $Q = 0.18384$)Fig.5 Agitated flow pattern of fibre suspension in Newtonian fluid ($Re = 200$, $Q = 0.18384$)

应力张量的模 $\tau = \sqrt{[\text{tr}(\dot{\gamma} + \tau^*)^2]}/2$, 和剪切率, 即应变率张量的模 $\dot{\gamma} = \sqrt{(\text{tr}\dot{\gamma}^2)}/2$, 分布的计算结果表明: 当 Re 数小时, 应力和剪切率分布几乎对称于桨叶中心平面, 随 Re 数的增大, 分布失去对称性; 而且, Re 数小时, 应力和剪切率的极大值发生在桨叶外端面与槽内壁之间, 而 Re 数大时, 桨叶的上游端面前区域应力和剪切率剧增, 但在下游端面后区域应力和剪切率明显减小. 图6中表示了与图4相同工况时流场中的应力分布. 由两图的比较可见, 应力的最小值区域与涡流区的位置接近.

图6 应力张量模的分布 ($Re = 200$)Fig.6 Magnitude of stress tensor distribution ($Re = 200$)

计算表明剪切率分布也如此; 但总体上, 应力分布比剪切率分布较为均匀, 说明纤维粘弹性流体悬浮液有强的记忆效应. 图7表示了纤维悬浮液和 Oldroyd-B 流体搅拌流动中, 单位高度锚式桨叶施加于流体的无量纲扭矩 (以 $\eta_s \omega a^3$ 为特征量) 随 Re 变化的曲线. 无量纲扭矩是根据作用于转轴和桨叶表面的应力对于转轴中心的力矩沿表面数值积分求得. 由图可见, 在所计算的 Re 数范围内, 扭矩与 Re 呈线性关系.

图 7 无量纲搅拌扭矩与 Re 的关系Fig.7 Relation between dimensionless agitated torsional moment and Re

4 讨 论

1) 本文改进的模型能有效地抑制应力奇点附近应力的剧增. 应力奇点是模型本身的缺陷所致, 实际粘弹性流体的应力不可能趋于无穷大.

2) 本文的数值方法能合理地处理流体的记忆效应, 适用于粘弹性流体搅拌流动的数值模拟, 而且计算工作量小.

3) 改进的模型抑制了应力奇点的影响, 可使极限 Weissenberg 数提高, 然而本文只计算到 $Wi = 0.28$ 为止. 在计算过程中尚未出现应力趋于无穷的情形. 但随着 Wi 的增加, 积分本构方程时的误差也增加, 最终无法达到收敛判断所要求的精度. 这也说明时间相关法的精度欠高.

4) 纤维在流场中的取向状态可用 N 的三条主轴的长度和方向来表征, 由于篇幅的限制和图示的困难, 文中对此未作介绍和讨论.

5) 本文的工作有待进一步的实验验证. 除实验方面的困难外, 粘弹性流体模型尚不能足够精确地模拟实际流体. 例如 Oldroyd-B 本构方程只能描述 Boger 流体在剪切率小于 10 时的流变性质. 数值模拟的成功, 不但与数值方法精度有关, 而且与模型有关. 本文的目的是在现有本构理论研究的基础上, 探讨一种合适的数值方法来模拟纤维粘弹性流体悬浮液的复杂流动.

参 考 文 献

- 1 Ericksen JL. *Arch Rat Mech Anal*, 1960, 3: 117-237
- 2 Lipscomb GG, Denn MM, Hur DU, Boger DV. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1988, 26: 297-325
- 3 Papanastasiou TC, Alexandrou AN. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1987, 25: 313-328
- 4 Dinh SM, Armstrong RC. *J Rheol*, 1984, 28: 207-227
- 5 Rosenberg J, Denn MM, Keunings R. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1990, 37: 317-345
- 6 Fan XJ. *Acta Mechanica Sinica*, 1992, 8: 295-306
- 7 Fan XJ. *Acta Mechanica Sinica*, 1992, 8: 307-314
- 8 陈梅, 范西俊, 寒梅, 吴嘉. 化工学报, 1994, 45: 10-16
- 9 Apelian MR, Armstrong RC, Brown RA. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1988, 27: 299-321

NUMERICAL SIMULATION OF AGITATED FIBRE-SUSPENSION FLOWS

Fan Xijun Fan Yurun Dai Zhiqian Yu Luqiang

(*Department of Mechanics, Zhejiang University,*

CAD & CG State Key Laboratory, Hangzhou 310027, China)

Abstract Because there are no suitable constitutive equations available to describe mechanical behaviour of fibre suspensions in viscoelastic fluids, research efforts have been so far limited to fiber suspensions in Newtonian fluid. The constitutive equation for fibre suspensions in the Oldroyd-B fluid is improved by adopting the NUCM model, and 2-D agitated fibre suspension flows both in the Newtonian and Oldroyd-B fluid are simulated numerically. The results indicate that the model and the numerical method used in this paper can effectively suppress the influence of extra large local stress and properly treat the memory effect of the suspensions.

Key words fibre suspension, Oldroyd-B fluid, numerical simulation of flow, finite element method

www.cnki.net