

BBD 板结构的振动功率流研究

仪垂杰

(清华大学汽车工程系, 北京 100084)

陈天宁 李 伟 黄协清

(西安交通大学机械工程系, 西安 710049)

摘要 多冲击体阻尼 (下文简称 BBD) 是结构振动、噪声控制中的一项新技术. 本文基于它的作用机理和机械导纳与弹性结构动力学理论, 推导了三种不同 BBD 板结构振动功率流的解析表达式, 并进行了数值计算, 给出了测量验证结果. 最后定量分析了 BBD 对板结构功率流的影响.

关键词 多冲击体阻尼, 板结构, 机械导纳, 功率流

前 言

振动功率流是近年来结构动态特性研究与应用中的一个新的研究方向. 国内外曾有人对理想条件下简单梁板结构的功率流进行过研究^[1,2]. 但更具工程意义的复杂板结构, 象 BBD¹⁾ 耦合板结构、梁板耦合结构和肋板结构等方面的振动功率流的研究仍未见报道. 本文阐述的振动功率流方法是将所考虑的复杂结构划分相对简单的子结构, 用它们的共振响应所表示的输入和传递导纳确定结构的振动功率流. 在高频振动功率流法给出与统计能量 (SEA) 分析的相同的结果; 低频可直接与有限元 (FEA) 的结果相比较^[3]. 当分析频率较低时, 由于模态数量的不足使 SEA 的结果难以达到要求的精度; 而其间 FEA 庞大的计算量也使分析变得困难; 振动功率流法因采用了子结构和导纳处理技术, 可较好地处理这一频段的结构响应问题. 此外, 它的结果更为可靠与直观. 不但能确定各外部激励对系统输入能量的大小, 还可描述出它们的运动路径. 显然, 这是工程中很需要的, 特别是对结构的振动、噪声控制具有较大的指导作用. 本文的理论结果已应用于装甲运兵车的减振降噪, 取得了车体减振 9.5dB, 车内降噪 10.9dB 的明显效果.

1 板结构功率流的一般表达式

当外部激励力 $Fe^{j\omega t}$ 作用于源板上 (x_0, w_0) 点时, 板结构的输入和传递导纳为

$$Y_1 = \frac{16\pi^2(j\omega)}{a\rho h_1 b_1} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{i\pi x_0}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi w_0}{b_1}\right)}{[(\omega_{i,n}^* - \omega)^2]} \quad (1)$$

¹⁾ BBD 为 Bean Bag Damping 的缩写.

1994-09-28 收到第一稿, 1995-01-16 收到修改稿.

$$Y_{21} = \frac{16\pi^3(j\omega)}{a\rho h_1 b_1^2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{i\pi x_0}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi w_0}{b_1}\right)}{[(\omega_{i,n}^{*z}) - \omega^2]} (-1)^n n \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (2)$$

$$Y_2 = \frac{j}{2\sqrt{\rho h_1 D_1^*}} \sum_{i=1}^{\infty} [k_1^1 \text{cth}(k_1^1 b_1) - k_2^1 \text{ctg}(k_2^1 b_1)] \quad (3)$$

$$Y_{12} = \frac{j}{2\sqrt{\rho h_1 D_1^*}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin(k_2^1 w_0)}{\sin(k_2^1 b_1)} - \frac{\text{sh}(k_1^1 w_0)}{\text{sh}(k_1^1 b_1)} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (4)$$

$$Y_3 = -\frac{j}{\sqrt{\rho h_2 D_3^*}} \sum_{i=1}^{\infty} [k_1^2 \text{cth}(k_1^2 b_2) - k_2^2 \text{ctg}(k_2^2 b_2)] \quad (5)$$

式中, a, b, h 为源板的宽, 长和厚. $\omega_{i,n}^{*z} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D_z^*}{\rho h_z}} \left[\left(\frac{i\pi}{a} \right) + \left(\frac{n\pi}{b_z} \right) \right]$ 为板的 i, n 阶固有频率, $D_z^* = \frac{E(1+j\eta)}{12(1-\nu)} h_z^3$ 为板 z 的复刚度, $z=1, 2$. $z=1$ 指源板; $z=2$ 指接受板. E, η, ν, ρ 为板的弹性模量, 损耗因子, 泊松比和密度.

$$(k_1^z) = (\omega_{i,n}^{*z}) \sqrt{\frac{\rho h_z}{D_z^*}} - \left(\frac{i\pi}{a} \right) \quad (z=1, 2)$$

$$(k_2^z) = (\omega_{i,n}^{*z}) \sqrt{\frac{\rho h_z}{D_z^*}} + \left(\frac{i\pi}{a} \right) \quad (z=1, 2)$$

“*”为复数的共轭, 由 [2] 的关系式, 得板结构归一化的输入功率流和传递功率流.

$$P_{f(\text{in})} = \frac{P_{\text{in}}}{|F|^2} = \frac{8\pi^2\omega}{a\rho h_1 b_1} \text{Im} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{i\pi x_0}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi w_0}{b_1}\right)}{[(\omega_{i,n}^{*z})^2 - \omega^2]} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi w_0}{b_1}\right) - \frac{(-1)^n n \pi}{2b_1} \times \left[\frac{\text{sh}(k_1^1 w_0) \sin(k_2^2 b_2) - \sin(k_2^1 w_0) \text{sh}(k_1^1 b_1)}{k_1^1 \text{ch}(k_1^1 b_1) \sin(k_2^2 b_2) - k_2^1 \cos(k_2^1 b_1) \text{sh}(k_1^1 b_1)} \right] \right\} \right\} \quad (6)$$

$$P_{f(\text{tr})} = \frac{P_{\text{tr}}}{|F|^2} = \frac{8\pi^2\omega}{a\rho^2 h_1^2 b_1^2} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left| \sin\left(\frac{i\pi x_0}{a}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n \sin\left(\frac{n\pi w_0}{b_1}\right)}{[(\omega_{i,n}^{*z})^2 - \omega^2](A+B)} \right|^2 - \text{Re} \left\{ \frac{j}{\sqrt{\rho h_2 D_2^*}} \sum_{i=1}^{\infty} [k_1^2 \text{cth}(k_1^2 b_2) - k_2^2 \text{ctg}(k_2^2 b_2)] \right\} \right\} \quad (7)$$

式中

$$A = \frac{1}{\sqrt{\rho h_1 D_1^*}} [k_1^1 \text{cth}(k_1^1 b_1) - k_2^1 \text{ctg}(k_2^1 b_1)]$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{\rho h_2 D_2^*}} [k_1^2 \text{cth}(k_1^2 b_1) - k_2^2 \text{ctg}(k_2^2 b_2)]$$

2 BBD 板结构的功率流

研究结果表明: BBD 通过自身的质量、刚度、阻尼和结构形式对系统的振动产

生作用^[4]. 基于 BBD 前三种作用, 当源板、接受板及源板与接受板同时加 BBD 三种情况下, L 型板结构的输入和传递导纳为

$$Y_1^{(SB)} = (j\omega) \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2a^2\alpha^2k_1^1} \frac{\sin[k_1^1(b_1 - x_1)]}{\sin(k_1^1b_1)} \sin(k_1^1w_1) - \frac{1}{2a^3\alpha^2k_2^1} \right. \\ \left. \times \frac{\text{sh}[k_2^1(b_1 - w_1)]}{\text{sh}(k_2^1b_1)} \text{sh}(k_2^1w_1) + W_{4i}(w - w_1) \right\} \hat{D}_{i,1}^* e^{j\omega t} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (8)$$

$$Y_{21}^{(SB)} = (j\omega) \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \sin[k_1^1(b_1 - w_1)] \text{ctg}(k_1^1b_1) - \text{sh}[k_2^1(b_1 - w_1)] \text{cth}(k_2^1b_1) \right. \\ \left. + \text{ch}(k_2^1b_1) - \cos(k_1^1b_1) \right\} \frac{\hat{D}_{i,1}^*}{2a^3\alpha^2} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (9)$$

$$Y_{12}^{(SB)} = (j\omega) \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left\{ \frac{1}{2a^2\alpha^2k_1^1} \frac{\sin[k_1^1(b_1 - w_1)]}{\sin(k_1^1b_1)} \frac{1}{(\hat{D}_{i,1}^*)^2[(k_1^1)^2 + (k_2^1)^2] \sin(k_1^1b_1)} \right\} \right. \\ \left. \times \sin(k_1^1w_1) - \left\{ \frac{1}{2a^3\alpha^2k_2^1} \frac{\text{sh}[k_2^1(b_1 - w_1)]}{\text{sh}(k_2^1b_1)} \frac{1}{(\hat{D}_{i,1}^*)^2[(k_1^1)^2 + (k_2^1)^2] \text{sh}(k_2^1b_1)} \right\} \right. \\ \left. \times \text{sh}(k_2^1w_1) + W_{4i}(w - w_1) \right\} \hat{D}_{i,1}^* \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (10)$$

$$Y_{z+1}^{(SB)} = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{1}{2a^2\alpha^2k_1^z} \frac{\sin[k_1^z(b_z - w_z)]}{\sin(k_1^zb_z)} \frac{1}{(\hat{D}_{i,z}^*)^2[(k_1^z)^2 + (k_2^z)^2] \sin(k_1^zb_z)} \right] \cos(k_1^zb_z) \right. \\ \left. - \left[\frac{1}{2a^3\alpha^2k_2^z} \frac{\text{sh}[k_2^z(b_z - w_z)]}{\text{sh}(k_2^zb_z)} \frac{1}{(\hat{D}_{i,z}^*)^2[(k_1^z)^2 + (k_2^z)^2] \text{sh}(k_2^zb_z)} \right] \text{ch}(k_2^zw_z) \right. \\ \left. + W_{4i}'(w - w_z) \right\} \hat{D}_{i,z}^* \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \quad (11)$$

式中

$$W_{4i}(w - w_1) = \frac{1}{2a^2\alpha^2} \left\{ \frac{1}{k_2} \text{sh}[k_2(w - w_1)] - \frac{1}{k_1} \sin[k_1(w - w_1)] \right\}$$

$\hat{D}_{i,1}^*$ 为 $\hat{D}_{i,z}^*$ 当 z 等于 1 时的值, 即

$$\hat{D}_{i,z}^* = -\frac{2a^2}{D_z^*} (k_w^* - m_w\omega^2) [W_i(w_z) + \phi_i(w_z)] \sin\left(\frac{i\pi x_z}{a}\right)$$

$$W_{4i}'(b_z - w_z) = \frac{1}{2a^3\alpha^2} \left[\frac{1}{(k_2^z)^2} \text{sh}(k_2^zb_z) - \frac{1}{(k_1^z)^2} \cos(k_1^zb_z) \right]$$

$z=1$ 时, 指板 1, 即源板, 有 $Y_2^{(SB)}$; $z=2$, 指板 2, 即接受板, 有 $Y_3^{(RB)}$. 上标 (SB) 表示关于加 BBD 源板的导纳项; 而 (RB) 则表示加 BBD 接受板的导纳项. k_w^* , m_w , D^* 为 BBD 的复刚度, 质量和板的复刚度.

2.1 源板加 BBD 时的功率流表达式

源板加 BBD 时, 从外部激励源输入的功率流和由源板传递到接受板的功率流.

$$P_{f(\text{in})} = P_{\text{in}}/|F|^2 = (1/2)\text{Re}\{Y_1^{(SB)} - [Y_{12}^{(SB)}Y_{21}^{(SB)}]/(Y_2^{(SB)} + Y_3)\} \quad (12)$$

$$P_{f(\text{tr})} = P_{\text{tr}}/|F|^2 = (1/2)|Y_{21}^{(SB)}|/(Y_2^{(SB)} + Y_3)^2 \text{Re}\{Y_3\} \quad (13)$$

2.2 接受板加 BBD 时的功率流表达式

接受板加 BBD 时外部激励输入到源板及源板传递到接受板的功率流分别为

$$P_{f(\text{in})} = P_{\text{in}}/|F|^2 = (1/2)\text{Re}\{Y_1 - [Y_{12}Y_{21}/(Y_2 + Y_3^{(RB)})]\} \quad (14)$$

$$P_{f(\text{tr})} = P_{\text{tr}}/|F|^2 = (1/2)|Y_{21}|/(Y_2 + Y_3^{(RB)})^2 \text{Re}\{Y_3^{(RB)}\} \quad (15)$$

2.3 源板与接受板同时加 BBD 时的功率流表达式

注意到 (11) 式导纳项中的 $z = 2$ 时所表示的接受板加 BBD 的输入导纳, 其表示符右上角冠一“(RB)”. 则源板与接受板都加 BBD 时的功率流表达式

$$P_{f(\text{in})} = P_{\text{in}}/|F|^2 = (1/2)\text{Re}\{Y_1^{(SB)} - [Y_{12}^{(SB)}Y_{21}^{(SB)}]/(Y_2^{(SB)} + Y_3^{(RB)})\} \quad (16)$$

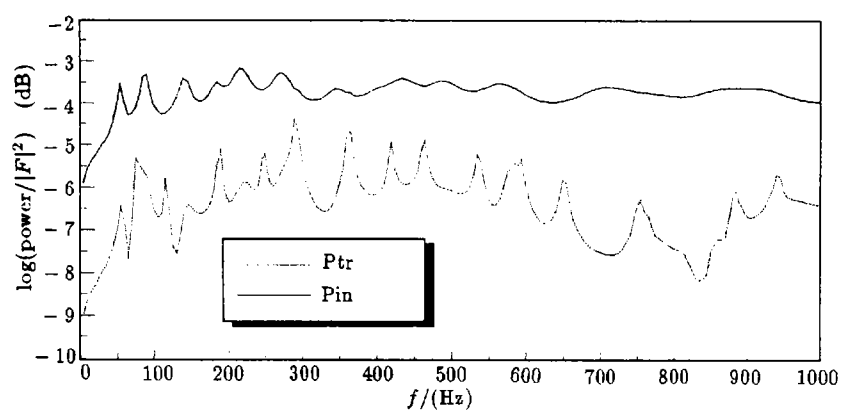
$$P_{f(\text{tr})} = P_{\text{tr}}/|F|^2 = (1/2)|Y_{21}^{(SB)}|/(Y_2^{(SB)} + Y_3^{(RB)})^2 \text{Re}\{Y_3^{(RB)}\} \quad (17)$$

3 算例与测量结果

根据 (6), (7) 式, (12) 至 (17) 式给出的振动功率流的表达式, 板为 $500\text{mm} \times 1000\text{mm} \times 5\text{mm}$; 多冲击体阻尼的质量为 1.25kg ; 横向刚度为 $1.25 \times 10(1 - 0.002j)\text{N/m}$ 和损耗因子为 0.017 的振动功率流的数值计算结果如图 1 所示. 可见, 源板加 BBD 能够明显改变输入功率流的峰值形状. 700Hz 以上功率流曲线趋于光滑, 可有效抑制传递功率流; 源板与接受板同时加 BBD 时的峰值功率流幅度小于其它两种情况; 接受板加 BBD 时的频率平均功率流最小, 但它的峰值功率流的幅度要比另外两种情况大得多. 源板、接受板及源板与接受板加 BBD 时最大传递与输入功率流的比值分别在 280Hz , 70Hz 和 60Hz 处. 后者较前两者的功率流传递比小得多. 可见, 源板与接受板都加 BBD 时可抑制较高频率的功率流传递. 图 2 是根据振动强度测量方法测得的源板加 BBD 时板结构的输入和传递功率流^[5]. 在整个分析频段中, 测量值与计算值的趋势一致. 最大的峰值功率流频率偏差不超过 20Hz . 在整个分析频带内, 测量值低于理论值. 高频误差小于低频.

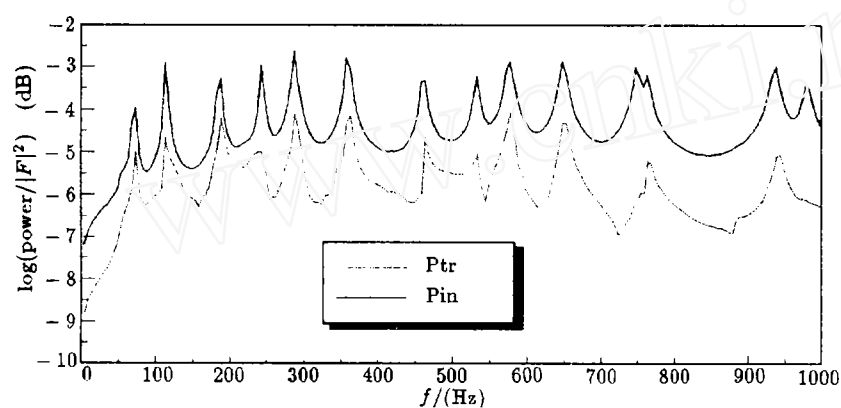
4 结束语

从减小频率平均输入功率流的方面考虑, 接受板加 BBD 的效果比其它两种情况明显; 源板加 BBD 可有效减小传递功率流. 源板与接受板同时加 BBD 并不能取得减小功率流的理想结果, 但是它可有效抑制高频功率流的传递. 这些原则在装甲运兵车减振降噪中起了一定的指导作用.



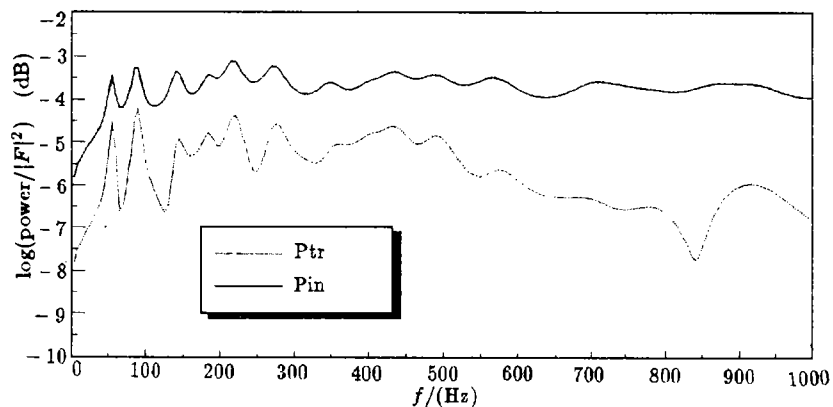
(a) 源板加 BBD

(a) Source plate with BBD



(b) 接受板加 BBD

(b) Receive plate with BBD



(c) 源板与接受板同时加 BBD

(c) Source and receive plates with BBD simultaneously

图 1 加 BBD 板结构功率流的数值计算结果

Fig.1 Calculating results of power flow for the plate assemblies with BBD

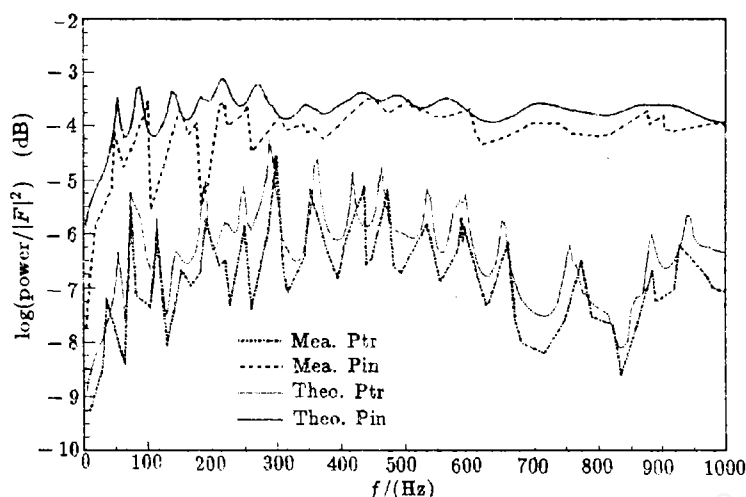


图 2 源板加 BBD 时板结构功率流的测量结果

Fig.2 Measurement results of power flow for the plate assemblies with BBD on a source

参 考 文 献

- 1 Cuschieri JM. Estimating the vibration level of an L-shaped beam using power flow techniques. NASA-CR-180680, Mar, 1987
- 2 Cuschieri JM. Structural power flow analysis using a mobility approach an L-shaped plate. *J Acoust Soc Am*, 1990(87): 1159-1165
- 3 Cuschieri JM. Power flow as a complement to SEA and FEA. NASA -CX-180679, 1987. 2
- 4 Poppewell N. Performance of the bean bag impact damper for a sinusoidal external force. *J Sound Vib*, 1989(2): 193-223
- 5 仪垂杰等. 结构振动强度的应用研究. 应用力学学报, 1993(2): 46-52

STUDY OF POWER FLOW FOR PLATE ASSEMBLIES WITH BBD

Yi Chuijie

(Dept. of Automotive Eng., Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Chen Tianning Li Wei Huang Xieqing

(Dept. of Mech. Eng., Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Bean bag damping is a new technique for vibration and noise control. Based on its characteristics, mechanical mobility and structural dynamics, some analytical formulae for three different plate assemblies with BBD are derived. There is a good agreement among those results of computation using these formulae and those obtained by measuring the power flow in the structures. Finally, a discussion about the effect BBD on the power flow in the structures is given in this paper.

Key words bean bag damping, plate assemblies, mechanical mobility, power flow