

非正交网格控制容积法分析 复杂形状池内的流动

张 庄

(清华大学水利系, 北京 100084)

摘要 介绍一种基于非正交网格控制容积法的数学模型, 及其在圆形沉沙池流动研究中的应用. 该模型求解轴对称流动的连续方程及时均 N-S 方程, 并采用标准 $k-\epsilon$ 紊流模型, 模拟圆形池内的流动. 由于采用非正交网格, 此计算模型可精确模拟几何形状较复杂的沉沙池内的流动. 利用上述模型对某实际沉沙池进行了流场计算, 计算所得流场与模型试验实测值符合良好.

关键词 圆形沉沙池, 紊流计算, $k-\epsilon$ 紊流模型, 控制容积法, 非正交网格

引言

工程实践中经常遇到的流动问题中, 不乏边界形状复杂的情况. 由于靠近边界处, 速度、压强等物理量的梯度往往很大, 在流场分析中, 如何精确模拟不规则的流动边界一直是计算流体力学研究中备受关注的课题之一. 近十余年来, 在工程紊流问题的计算中, 控制容积法 (Finite volume method) 得到较广泛的应用, 但是至今在不可压缩流体工程紊流问题计算中大量应用的仍是矩形网格的控制容积法^[1], 当采用这种方法时, 复杂的几何边界往往不得不采用台阶状来近似, 这导致边界条件给定的困难, 也使近壁区流动的精确解答难以获得.

沉沙池是污水处理厂中的重要建筑物. 在污水处理厂中, 沉沙 (淀) 池性能对污水处理成败至关重要. 长期以来, 沉沙池的水力设计一直采用十分简单的计算模型, 例如在矩形沉沙池水力设计中, 假设水流流速在池中处处相等, 流动为层流运动, 与实际出入甚大. 近十余年来, 国外已有一些学者致力于较为精确的沉沙池计算模型的研究^[2,3], 但计算中, 均采用正交计算网格, 难以用于对实际沉沙池中存在的诸如倾斜挡板以及倾斜底板等实际情况进行精确模拟.

本文采用非正交网格控制容积法, 该法将整个流动域划分为有限个非正交的计算格网, 将控制微分方程在控制体上直接积分, 导出代表控制体表面通量平衡的离散方程组. 由于采用非正交计算网格, 复杂几何形状流动域内的流动问题可得到精确模拟.

1. 数学模型

本文研究圆形沉沙池中的流动, 并仅限于研究含沙量较低, 浓度差所造成的浮力效应可忽略的情况. 圆形沉沙池中的流动, 可视为轴对称流动.

本文于 1993 年 6 月 28 日收到第一稿, 1993 年 11 月 20 日收到修改稿

不可压缩流体恒定、轴对称紊流的基本方程有连续方程及时均 N-S 方程, 方程中的涡黏性系数采用标准 $k-\varepsilon$ 紊流模型计算, k 、 ε 的输运方程及 $k-\varepsilon$ 紊流模型中的系数见文献 [4].

本文采用非正交网格控制容积法 [5], 现简介如下:

1.1 网格划分及变量位置

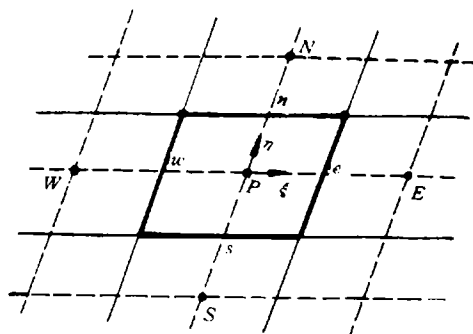


图 1 中心点位于 P 的非正交控制容积

Fig.1 Non-orthogonal control volume centered at P

将流动域根据计算要求划分成有限个控制容积如图 1 所示. 在不可压缩流体流动中压强求解时容易出现不真实的波形压力场, 在正交网格控制容积法中, 通常采用交错网格法予以避免 [1]. 在采用非正交网格、而速度仍沿固定正交坐标方向分解时, 这种布置会带来新的问题, 因而宜采用非交错网格, 各变量均定义在控制容积中心处, 对于采用线性插值以确定控制体表面通量时可能产生的波形压力场的问题, 本文采用文献 [5] 中所述的一

种基于动量方程的插值方法 (称为动量插值法) 予以避免.

1.2 基本方程在控制容积上的积分

为了将基本方程在非正交控制容积上进行积分, 首先需将基本方程组写成一般的非正交曲线坐标系 (ξ, η) 下的形式. 例如关于某标量 Φ (k 或 ε) 在 (ξ, η) 坐标系下的输运方程的一般形式为

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (C_{1\Phi} \cdot \Phi + D_{1\Phi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (C_{2\Phi} \cdot \Phi + D_{2\Phi}) = JS_{\Phi} \quad (1)$$

式中 (ξ, η) 坐标系如图 1 所示, C_1, C_2 为对流项, D_1, D_2 为扩散项, S_{Φ} 为源项, J 为自 (ξ, η) 至柱坐标系 (x, r) 坐标变换的雅可比行列式.

根据高斯定理, 将方程 (1) 在中心位于 P 点的控制容积 ΔV 上积分, 可得到控制容积四个表面 e, w, n 及 s 的面积分 (即通量) 的平衡方程式

$$I = I_e - I_w + I_n - I_s = \int_{\Delta V} S_{\Phi} \cdot dV \quad (2)$$

式中 I_e, I_w, I_n, I_s 分别代表 Φ 通过 e, w, n, s 四个面的总通量.

每一表面上的通量均包括三个不同的部分, 即对流通量 I^c , 法向扩散通量 I^{DN} , 交叉导数扩散项 I^{DC} . 现以通过控制容积 Ae 表面的通量 I_e^c 的计算说明. I_e^c 计算采用下式

$$I_e^c = \rho_e r_e (u b_1^1 + v b_2^1)_e \cdot \Phi_e \quad (3)$$

式中 ρ, u, v 分别为密度及速度在 x, r 方向的分量, 下标 e 表示在 Ae 面中心点 e 处取值, b_1^1 与 b_2^1 分别为控制容积表面在 r, x 轴上的投影. Φ_e 在计算中采用

混合格式. I_e^D 的计算采用下式

$$I_e^D = - \left[\frac{\Gamma_\Phi r}{J} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} B_1^1 - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} B_2^1 \right) \Delta \eta \right]_e$$

其中 Γ_Φ 为变量 Φ 的扩散系数

$$B_1^1 = \beta_1^1 \beta_1^1 + \beta_2^1 \beta_2^1, \quad B_2^1 = \beta_1^2 \beta_1^1 + \beta_2^2 \beta_2^1 \quad (4)$$

$$\beta_1^1 = \frac{\partial r}{\partial \eta}, \quad \beta_2^1 = -\frac{\partial x}{\partial \eta}, \quad \beta_1^2 = -\frac{\partial r}{\partial \xi}, \quad \beta_2^2 = \frac{\partial x}{\partial \xi}$$

(4) 式中的导数根据结点间 Φ 为线性变化的假设写出, (4) 式可改写为

$$I_e^D = - \underbrace{\left(\frac{\Gamma_\Phi}{\Delta V} \right)_e D_{1e}^1 (\Phi_E - \Phi_P)}_{\text{法向导数扩散项 } I_e^{DN}} - \underbrace{\left(\frac{\Gamma_\Phi}{\Delta V} \right)_e D_{2e}^1 (\Phi_{ne} - \Phi_{se})}_{\text{交叉导数扩散项 } I_e^{DC}} \quad (5)$$

其中 $D_1^1 = r^2(b_1^1 b_1^1 + b_2^1 b_2^1)$, $D_2^1 = r^2(b_1^2 b_1^1 + b_2^2 b_2^1)$

计算中将法向导数扩散项 I_e^{DN} 与对流量 I_e^D 结合, 交叉导数扩散项 I_e^{DC} 则作为虚源项放在源项中处理, 以避免出现方程组负系数的问题. (3) 式中 u_e, ν_e 计算时, 采用了前面提到过的动量插值法.

基本方程组中没有可以求解压力场的显式方程, 连续性方程式可视作间接求解压力的方程. 本文采用 SIMPLEC 算法推导压力修正值 p' 的方程.

2. 算例

本文计算 J.A. McCorquodale^[6] 进行过试验研究的一圆形沉沙池内的流动. 该池为中心进水型式, 进口不远处设置垂直的挡板, 引导水流折向下方, 出水堰设在圆池的外周边处. 池子被一底板上的台阶分为底坡不等的两部分. 该沉池在运行过程中沉淀效果不理想, 故进行了 1:10.2 的模型试验, 研究原因及对策. 试验中分别进行了进水与池中水体有密度差及无密度差两种情况的研究, 本文仅考虑后者.

计算中沉沙池自由水面近似看作是水平面, 并采用刚盖假定. 在上述假定下, 边界条件如下处理:

进口处各变量值在进口处均给定.

固体壁面处采用壁函数法处理, 当近壁网格点落在黏性底层中时, 流速由黏性律给出. 自由水面处采用对称平面条件. 出口处用与其相邻的上游两个控制容积中心处的变量值线性外插给定出口断面上的值.

本文共计算了两种情形. 首先进行了原布置下沉沙池内流场的计算, 计算网格

为 80×58 , 进口处 $Re = 7150$. 计算所得流线如图 2 所示. McCorquodale 用投放颜色水的办法测绘出的流线见文献 [6]. 由两者比较可见, 主要流动特征如挡板前流动向

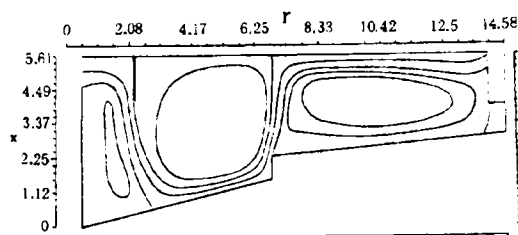


图 2 本文对文献 [6] 中的模型沉沙池计算所得流线图
Fig.2 Calculated streamlines for the model settling tank studied in [6]

下、沉池台阶前的大旋滚、台阶处流动朝上以及台阶后的沉池中存在着另一大旋滚区、主流在上部等, 均得到正确模拟. 流函数值与实测值有一定出入, 但试验中并未采用流速仪精确量测流速, 因而难以进行定量比较.

本文还计算了第二种情形, 即当台阶前 (靠近中心部份, 以下简称中心室) 沉沙池底部被泥沙充填 $2/3$ 台阶高度时的流态, 此时两个旋涡区变成了一个连通的大旋涡区.

在 McCorquodale 的试验研究中, 通过量测 FTC 曲线法研究了沉沙池的效率. 他指出, 泥沙部分充填中心室底部后, 沉池水力效率有所提高. 本文采用沿流线积分的办法, 计算当忽略扩散效应时, 示踪物质沿每条流线从进口到达出口所需时间, 选出最小值 $t_{\min}$ 代表最小停留时间, 用以反映该池水力效率. 计算结果原几何尺寸下 $t_{\min}/T = 0.15$, 中心室底部部份填充后, $t_{\min}/T = 0.2$, 其中 T 为名义停留时间 $T = V/Q$, 式中 V 与 Q 分别为沉沙池的体积与流量.

本文计算所得之 $t_{\min}/T$ 反映了沉沙池内流速不均匀分布情况下, 最小停留时间与设计名义停留时间之比, 显然该值以大为好. 从上述分析可见, 计算所得第二种情形的 $t_{\min}$ 较第一种情形为大, 沉淀效果第二种优于第一种, 这与试验报告中所述结论一致.

3. 结语

本文用非正交网格控制容积法的计算模型计算某圆形沉沙池流场, 与试验研究中观测到的情况符合良好, 说明此模型可用于给水取水工程中的沉沙池及污水处理厂中的初沉池内的流场的分析.

参 考 文 献

- 1 帕坦卡 SV. 传热与流体流动的数值计算. 科学出版社, 1984
- 2 Imam E, McCorquodale JA and Bewtra JK. Numerical modeling of sedimentation tanks. *J of Hydr Engrg, ASCE*, 1982, 108(12)
- 3 Stamou AI, Adams E and Rodi W. Numerical modeling of flow and settling in primary rectangular clarifier. *J Hydr Res*, 1989, 27(5)
- 4 Rodi W. Turbulence models and their application in hydraulics. IAHR, Delft, The Netherlands, 1980
- 5 Rodi W, Majumdar S and Schonung B. Finite volume methods for two-dimensional incompressible flow with complex boundaries. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 1989, 75(1-3)
- 6 McCorquodale JA. Hydraulic study of the circular settling tanks at the west windsor pollution control plant. Univ Windsor, Windsor, Ontario, Canada, 1976

AN ANALYSIS OF FLOW IN A TANK WITH COMPLEX GEOMETRY BY NON-ORTHOGONAL FINITE VOLUME METHOD

Zhang Zhuang

(*Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

Abstract A numerical model based on non-orthogonal finite volume method is presented. The model has been used to solve the governing equations of axisymmetrical flows with standard $k-\varepsilon$ turbulence model. Due to the non-orthogonal grids adopted, it can be used to simulate flows in sedimentation tanks with complex geometries. Flow computation of a real tank has been performed. The calculated results agree well with the measured data.

Key words circular sedimentation tank, turbulent flow calculation, $k-\varepsilon$ turbulence model, finite volume method, non-orthogonal grids

www.cnki.net