

均匀来流中旋转圆柱黏性绕流的数值研究¹⁾

陆夕云 庄礼贤

(中国科学技术大学近代力学系, 合肥 230026)

提要 从不可压非定常 N-S 方程出发, 首次数值求解了均匀来流中圆柱作周向旋转振荡的黏性绕流问题. 探讨了旋转角速度振幅、振荡频率及 Re 数等因素对流场结构及其非定常演化过程的影响, 并根据计算结果, 给出了在旋转振荡频率 - 速度振幅平面内流场涡结构的分区图.

关键词 非定常流, 分离流, 振荡流动, 涡运动

1. 引言

均匀来流中以等角速度单向旋转圆柱的黏性绕流问题, 包含着许多复杂的非定常流动现象, 从本世纪 20 年代就为人们所重视. 近期仍有不少实验研究^[1,2]来探讨 Re 数及旋转角速度等参数对近迹流场及其非定常演化过程的影响. 在理论分析方面, 早期的工作主要是基于边界层理论来研究旋转角速度对物体受力特性的影响. 近十多年来, Badr 等学者^[2,3]通过数值求解 N-S 方程来进一步研究这一问题. 以上这些实验研究及数值分析都是考察的单方向等角速度旋转圆柱的黏性绕流, 而关于圆柱作旋转振荡绕流问题的研究工作却开展得很少. Taneda^[4]曾实验观测过很小 Re 数下旋转振荡圆柱的流场结构, 流动显示表明, 在很大的振荡频率及振荡速度下, 旋转振荡能够有效地抑制流动的分离. 而旋转振荡圆柱绕流的数值分析工作迄今尚未见报导.

从涡量流函数形式的 N-S 方程出发, 采用差分法数值模拟了均匀来流中圆柱作旋转振荡的黏性绕流问题, 考察了旋转角速度振幅、振荡频率及 Re 数等因素对流场结构及其非定常演化过程的影响, 并在旋转振荡频率 - 速度振幅平面内定性地给出了流场结构的分区图.

2. 控制方程及数值方法

从极坐标系 (r, θ) 下涡量流函数形式的 N-S 方程出发, 经过如下变换

$$r = Re^{\pi\xi} \quad \theta = \pi\eta \quad (1)$$

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1993 年 6 月 14 日收到第一稿, 1993 年 10 月 25 日收到修改稿.

并采用来流速度 U_o 及圆柱半径 R 对 N-S 方程无量纲化, 可得到曲线坐标系 (ξ, η) 下无量纲形式的 N-S 方程为

$$J(\xi, \eta) \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \omega \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \omega \right) = \frac{2}{Re} \nabla^2 \omega \quad (2)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega J(\xi, \eta) \quad (3)$$

这里 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$; Reynolds 数 $Re = \frac{2RU_o}{\nu}$, ν 为运动黏性系数; $J(\xi, \eta)$ 为坐标变换的 Jacobian, $J = \pi^2 e^{2\pi\xi}$. 现取一坐标系, 它随同圆柱一起平动, 但不旋转. 在该坐标系下应满足的边界条件为:

物面上 ($\xi = 0$)

$$\psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -U_o \sqrt{J(\xi, \eta)} \quad (4)$$

远场条件为

$$\frac{\pi \psi}{\partial \xi} = 2a \operatorname{ch}(\pi \xi) \sin(\pi \eta) \quad (5a)$$

$$\omega = 0 \quad (\text{进口条件}); \quad \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{出口条件}) \quad (5b)$$

这里 U_o 为圆柱表面的周向旋转速度, 其形式为

$$U_o = V_t \sin(2\pi f_e t) \quad (6)$$

其中 V_t 为旋转速度振幅, f_e 为振动频率.

本文采用文 [5] 的数值方法进行计算. 方程 (2) 中的对流项及黏性项分别采用三阶偏心格式及二阶中心格式进行离散, 时间导数项采用三阶精度的预估校正法求解. 涡量流函数所满足的 Poisson 方程 (3) 用快速解法 (FFT) 求解. 上述格式的具体形式详见文 [5].

3. 计算结果及讨论

为了验证计算结果的收敛性及精确性, 通过采用加密网格及减小时间步长的试验方法对计算结果进行了比较性验证, 这里采用 128×128 的计算网格, 时间步长均取为 0.0025 进行计算. 为进一步验证计算结果的正确性, 首先数值模拟了匀角速度单向旋转圆柱黏性绕流问题. 计算结果表明, 与已有计算结果 [2,3] 及流动显示 [1,2] 都相符很好. 在图 1 中给出了最初几个时刻沿径向 ($\theta = 0^\circ$) 的 x 方向速度分布 ($Re = 1000$ 、 $V_t = 0.5$), 与实验结果 [2] 比较相符较好.

关于均匀来流中旋转振荡圆柱的黏性绕流问题, 根据计算结果, 在图 2 中给出了 $Re=1000$ 时在旋转振动频率 - 速度振幅平面内流场结构的分区图. 这种流动问题也存在着两类流动的“竞争”机制: 一类是圆柱定向绕流, 另一类是圆柱旋转振荡绕流. 当前者起主导作用时, 圆柱尾迹中可形成类似 Kármán 涡街的结构; 当后者起主导作用时, 圆柱的旋转振荡和旋涡脱泻之间存在“同步效应” (Synchronization); 同时还将存在上述两类流动“竞争” (Competition) 的区域, 在该区域的流场结构比较复杂. 下面分别讨论旋转振动频率、速度振幅及 Re 数对流场结构的影响.

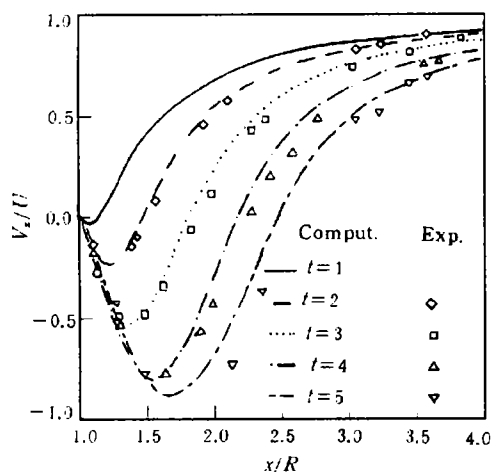


图 1 沿径向 ($\theta = 0^\circ$) 的 x 方向速度分布
与实验结果 [2] 的比较

Fig.1 Time development of velocity profiles and comparison with the experimental results [2]

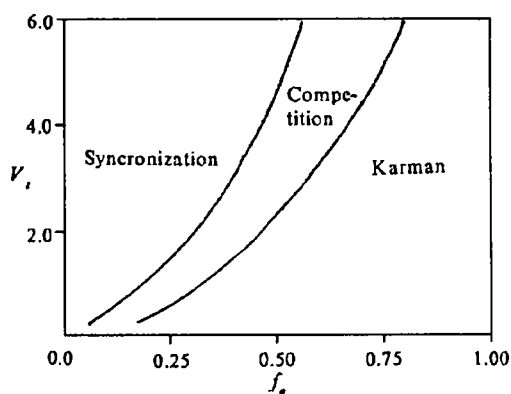


图 2 旋转振荡频率 - 速度振幅平面
流场结构的分区图

Fig.2 Map of the classification of flowfield structures in the frequency and amplitude plane

1) 旋转振荡频率对流场结构的影响

图 3 中给出了 $f_e = 0.25$ 、 $V_t = 4.0$ 、 $Re = 1000$ (处于图 2 的“同步效应”区域) 时一个振荡周期内流场结构的演化过程。图中表明, 在旋转振荡一个周期内, 由于圆柱作旋转振荡, 从圆柱表面分别“搓”出正反向旋涡, 并不断向下游脱泻。这时的涡脱落周期与振荡周期一致, 即涡脱落与圆柱振荡之间存在“同步效应”。

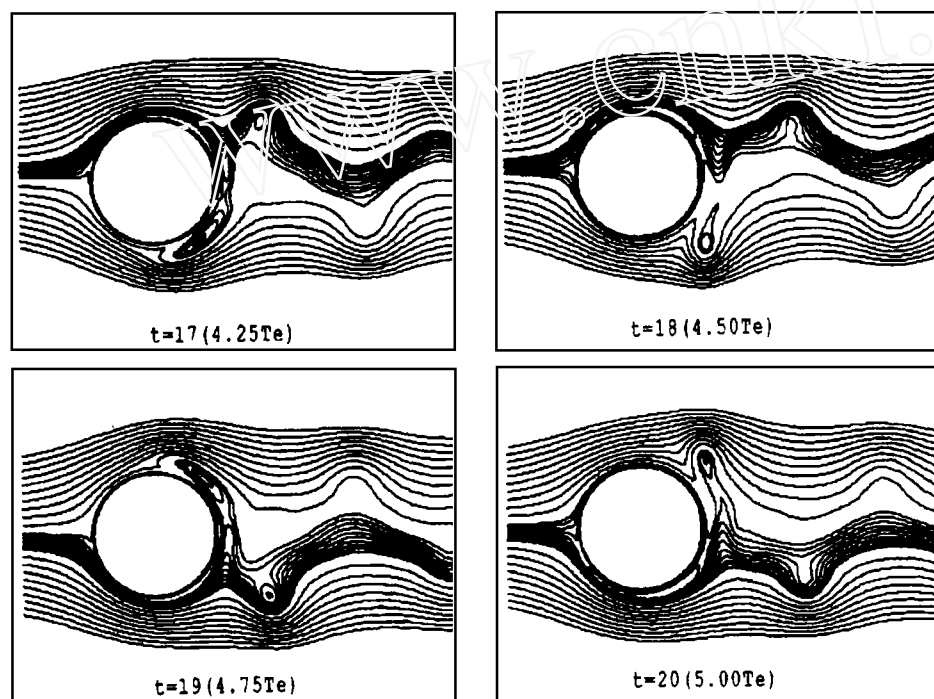


图 3 流场结构的演化过程 ($f_e = 0.25$, $V_t = 4.0$)

Fig.3 Time sequence of flowfield structures ($f_e = 0.25$, $V_t = 4.0$)

图 4 中分别给出了 $f_e = 0.5$ 、 1.0 ， $V_t = 4.0$ ， $Re = 1000$ 几个不同时刻的流线图。如图 4b 给出的 $f_e = 1.0$ (在图 2 的 Kármán 涡结构区域) 的计算结果，在较大的振动频率下，尽管旋转振荡了几个周期 ($t=8-16$)，但旋涡的脱落周期近似为 8.0，这时旋涡的形成、发展及脱泻过程类似于圆柱的定向绕流问题。进一步比较图 4a 给出的 $f_e = 0.5$ (在图 2 的流动“竞争”区域) 最初几个振动周期内的流线图，这时尾迹中涡结构的形成、发展及脱泻过程较为复杂。长时间的计算结果表明，这时旋涡的脱落不存在明显周期性，这正是由于两类流动“竞争”的结果。在文 [5] 中作者曾讨论过涡模态的“竞争”机制，这里是两类流动的“竞争”，从而导致流场结构发生显著变化。

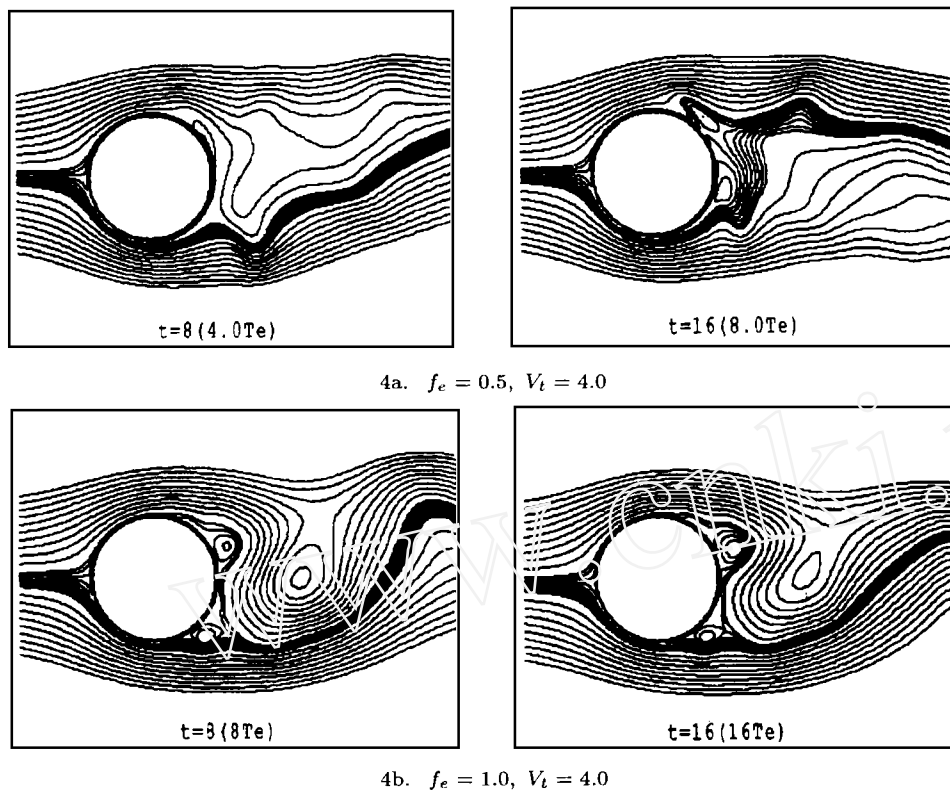


图 4 流场结构的演化过程

Fig.4 Time sequence of flowfield structures

2) 旋转速度振幅对流场结构的影响

图 5 分别给出了 $V_t = 2.0$ 、 6.0 ， $f_e = 1.0$ ， $Re = 1000$ 几个不同时刻的流线图。从最初几个振动周期内流场结构的演化过程表明，较大的旋转速度有助于加快圆柱尾迹区旋涡的形成、发展及脱泻。因而，旋转速度振幅不同，改变了涡的脱落周期，但尾迹中的涡结构都类似于圆柱起动的 Kármán 涡街结构。

图 5 中给出的计算参数都对应图 2 中的 Kármán 涡结构区域，本文还进一步计算了对应于图 2 中“同步效应”区域不同旋转速度振幅的流动问题，如取计算参数为 $V_t = 2.0$ 及 6.0 ， $f_e = 0.25$ ， $Re = 1000$ 。结果表明，流场结构都类似于图 3 中

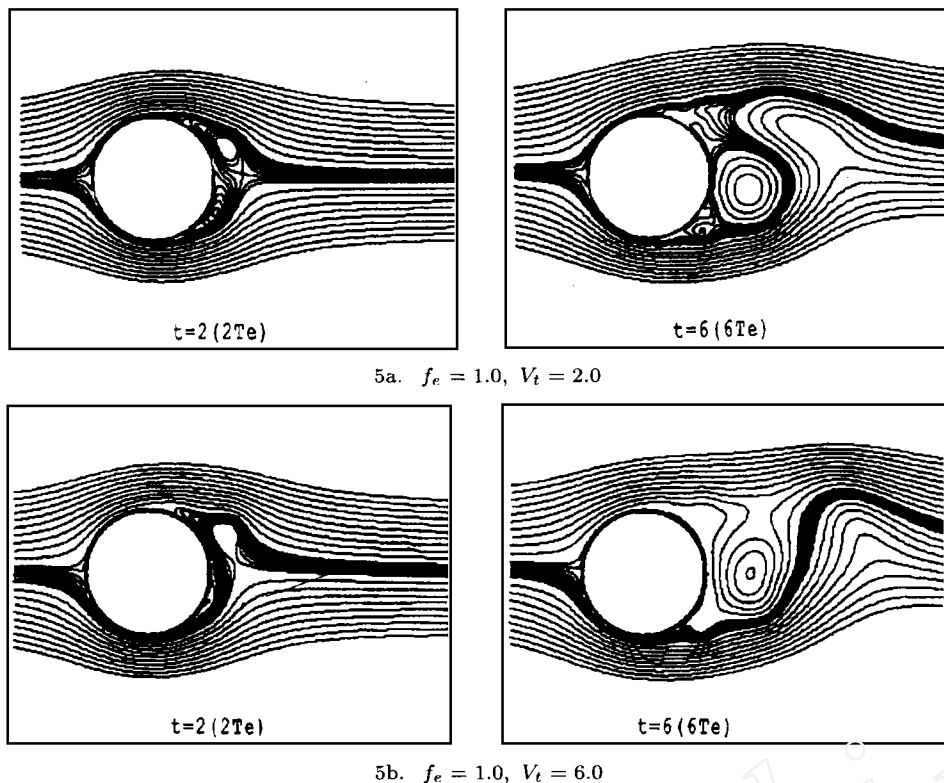


图 5 流场结构的演化过程
Fig.5 Time sequence of flowfield structures

所示的流场演化过程, 即涡脱落与圆柱振荡之间存在“同步效应”。

3) Re 数对流场结构的影响

计算了不同 Re 数对流场结构的影响, 结果表明, 对于较小 Re 数范围内 ($Re \leq 1000$) 的圆柱旋转振荡绕流问题, 流场结构与上述讨论的结果很类似, 即也满足图 2 中给出的流场结构分区图。根据作者进一步的计算结果表明, 对于较大 Re 数 ($Re \sim 10^4$) 的绕流问题, 流场结构将发生显著变化, 这时的涡结构可分成多个不同模态, 同时会出现不同涡模态间的转换现象。

4. 结 论

本文首次数值研究了均匀来流中旋转振荡圆柱的黏性绕流问题, 主要结论有:

(1) 数值分析表明, 该问题中存在着圆柱定向和圆柱旋转振荡绕流两类流动的“竞争”机制; (2) 数值显示了近迹流场的不同涡结构, 并在旋转振动频率 - 速度振幅平面内定性地给出了流场结构的分区图; (3) 对于较小 Re 数范围内 ($Re \leq 1000$) 的圆柱旋转振荡绕流问题, 流场结构没有本质变化, 而对于较大 Re 数 ($Re \sim 10^4$) 的绕流问题, 流场结构将变得更为复杂。

参 考 文 献

- [1] Coutanceau M and Menard C. Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder. J Fluid Mech, 1985, 158:399-446
- [2] Badr HM, Coutanceau M, Dennis SCR and Menard C. Unsteady flow past a rotating circular cylinder at Reynolds numbers 1000 and 10000. J Fluid Mech, 1990, 220:459-484
- [3] Badr HM and Dennis SCR. Time-dependent viscous flow past an impulsively started rotating and translating circular cylinder. J Fluid Mech, 1985, 158:447-488
- [4] Tadeno S. Visual observations of the flow past a circular cylinder performing a rotatory oscillation. J Phys Soc Japan, 1978, 45:1038-1043
- [5] 陆夕云, 童秉纲, 庄礼贤, 尹协远. 均匀来流中横向振动圆柱近迹涡结构的数值模拟, 力学学报, 1993, 25:537-547

NUMERICAL STUDY OF VISCOUS FLOW PAST A ROTATING CIRCULAR CYLINDER IN A UNIFORM STREAM

Lu Xiyun Zhuang Lixian

(Department of Modern Mechanics, University of Science
and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract A viscous flow past a rotating oscillating circular cylinder in a uniform stream is numerically investigated using the Navier-Stokes equations. The emphasis of this study is on the influence of frequency, amplitude and Reynolds number upon the flowfield structures and their evolution. A parameter map is designed in the frequency-amplitude plane, indicating the classification of vortex structures in the near wake.

Key words unsteady flow, separation flow, oscillatory flow, vortex motion