

天然河流流场数值模拟的预处理方法

赵金保 张万顺 孙建安
(西北师范大学物理系, 兰州 730070)

摘要 提出了求解一种二维原始变量湍流模型方程组的预处理方法. 应用此方法对驱动方腔内的涡流及天然河流流场作了数值模拟计算, 结果表明预处理方法具有较好的稳定性及较快的收敛速度, 对天然河流流场的计算具有实用价值.

关键词 湍流, 预处理方法, 涡流, 天然河流流场

一、引 言

原始变量不可压缩定常 N-S 方程组数值求解的主要困难之一是连续性方程必须在任何时刻被满足. Chorin^[1] 提出的人工可压缩方法较好地解决了这一困难, Turkel^[2] 在此基础上提出了预处理方法, 赵金保等^[3] 对此方法进行的详细数值研究表明预处理方法具有较好的稳定性和较快的收敛速度. 本文提出了对一种二维原始变量湍流模型方程组进行预处理求解的方法, 并对驱动方腔问题及天然河流流场进行了数值模拟, 结果表明本文提出的方法同样具有较好的稳定性和较快的收敛速度, 并获得了与实测值十分吻合的数值结果.

二、求解二维原始变量湍流模型方程组的预处理方法

1. 二维原始变量湍流模型方程组

以 (u, v, p) 表示二维湍流流动的速度与压力, 它们满足以下连续性方程和动量方程

$$u_x + v_y = 0 \quad (2.1)$$

$$u_t + uu_x + vv_y + p_x = 2\gamma_{ex}u_x + \gamma_{ey}u_y + \gamma_{ey}v_x + \gamma_e(u_{yy} + 2u_{xx} + v_{xy}) \quad (2.2)$$

$$v_t + uv_x + vv_y + p_y = 2\gamma_{ey}v_y + \gamma_{ex}v_x + \gamma_{ex}u_y + \gamma_e(v_{xx} + 2v_{yy} + u_{xy}) \quad (2.3)$$

其中 $\gamma_e = \gamma + \gamma_t$, γ 为运动黏性系数, γ_t 为湍流黏性系数, 它由湍流紊动动能 k 与湍流紊动耗散率 e 来确定

$$\gamma_t = c_\mu k^2 / e \quad (2.4)$$

本文于 1992 年 5 月 18 日收到第一稿, 1993 年 5 月 18 日收到修改稿.

对 k, e 又可建立以下模型方程

$$k_t + uk_x + vk_y = \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} k_x\right)_x + \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} k_y\right)_y + P - e \quad (2.5)$$

$$e_t + ue_x + ve_y = \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} e_x\right)_x + \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} e_y\right)_y + c_1 P \frac{e}{k} - c_2 \frac{e^2}{k} \quad (2.6)$$

依次称为 k 方程, e 方程, 其中

$$P = \gamma_t [2u_x^2 + 2v_y^2 + (u_y + v_x)^2] \quad (2.7)$$

而 $c_\mu, c_1, c_2, \sigma_k, \sigma_e$ 为经验常数, 其值见表 1.

表 1 $k-e$ 模型的经验常数
Table 1 Experience coefficient of model

c_μ	c_1	c_2	σ_k	σ_e
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

经验常数的选取应随问题的不同采用不同的值, 特别是讨论比较复杂的水流. 本文采用的常数是普遍采用的, Rodi^[4,5] 在这方面作了详细的研究.

2. 湍流模型方程组的预处理方法

采用预处理方法, 不但将压力的时间导数项加在连续方程中, 而且将其加在两个动量方程中, 我们得到湍流模型方程组的预处理方程组

$$\frac{1}{\beta^2} p_t + u_x + v_y = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\alpha u}{\beta^2} p_t + u_t + uu_x + vv_y + p_x = F_u \quad (2.9)$$

$$\frac{\alpha v}{\beta^2} p_t + v_t + uv_x + vv_y + p_y = F_v \quad (2.10)$$

其中 F_u, F_v 分别为 (2.2), (2.3) 的右端. k 方程和 e 方程保持不变.

将 (2.8) 分别乘以 u, v 再加入到 (2.9), (2.10) 得

$$\frac{1}{\beta^2} p_t + u_x + v_y = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{(\alpha+1)u}{\beta^2} p_t + u_t + (u^2 + p)_x + (uv)_y = F_u \quad (2.12)$$

$$\frac{(\alpha+1)v}{\beta^2} p_t + v_t + (uv)_x + (v^2 + p)_y = F_v \quad (2.13)$$

上述预处理方程组不具有真实的物理意义, 只有当 $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$ 时才获得物理解. 当 $\alpha = -1$ 时得到人工可压缩方程组.

预处理方法是否有效其关键在于系数 α 和 β^2 的选取. Turkel^[2] 给出了给定 α 时 β^2 的最佳选择值

$$\beta^2 = \begin{cases} K_{\max}[(2-\alpha)(u^2 + v^2), \delta] & \alpha < 1 \\ K_{\max}[\alpha(u^2 + v^2), \delta] & \alpha > 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

其中 δ 为 $(u^2 + v^2)_{\max}$ 的一个小部分, $K > 1$. 据简单的矩阵分析我们还得到 $\alpha < 3$.

3. 边界条件

对固壁边界采用 Launder 和 Spalding^[6] 的壁面函数. 如图 1, 设 ρ 为密度, γ 为运动黏性系数, y_c 为离固壁最近的网格线到固壁的距离, 定义 $u^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$, 而 $\tau_w/\rho = \gamma(u_y + v_x)|_{y=y_c}$, $y^+ = y_c u^*/\gamma$, $u^+ = u/u^*$, 则有

$$u^+ = \frac{1}{K} \ln E y^+, \quad k = (u^+)^2 / \sqrt{c_\mu}, \quad e = (u^+)^3 / K y$$

其中 $K = 0.41$, $E = 9.0$, y^+ 应 > 10 .

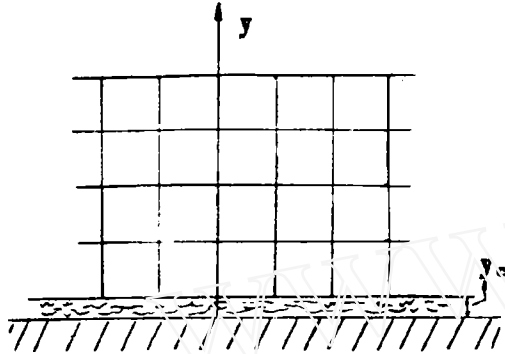


图 1 固壁边界
Fig.1 Wall boundary

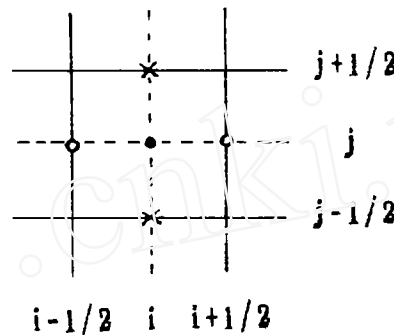


图 2 交错网格
Fig.2 Staggered mesh

对非固壁边界, 速度 $u = u_a$ 和 $v = v_a$ 取边界上的实际值, $k = 0.004(u_a^2 + v_a^2)$, $e = (c_\mu)^{3/4} k^{3/2} / L$, 式中 $L = KZ$ 为掺混长度, Z 取节点到较近一侧固壁的距离.

4. 差分方法

采用交错网格如图 2, 对 (2.11)—(2.13) 直接进行差分, 对 (2.5) 和 (2.6) 进行隐化处理后差分, 对时间采用向前差分, 对空间采用中心差分, 可得显式差分方程. 由差分方程沿时间推进求得定常解. 注意: 采用交错网格, 差分后不在其定义点上的变量值可用普通插值方法获得.

5. 驱动方腔内涡流的数值模拟

利用预处理方法, 我们对雷诺数 $Re = 1.5 \times 10^6$, $Re = 1 \times 10^8$ 时方腔内的涡流进行了数值计算. 现给出数值求解步骤:

- (1) 对 $n = 0$ 给定初值 p^n, u^n, v^n ;
- (2) 处理边界条件;
- (3) 计算 γ^n ;
- (4) 依次求解 $p^{n+1}, u^{n+1}, v^{n+1}$;

(5) 判断收敛条件 $\max |u^{n+1} - u^n| < \epsilon$, $\max |v^{n+1} - v^n| < \epsilon$ (ϵ 为给定精度) 是否满足? 若条件满足则停止计算, 否则回到步骤 (2) 继续推进计算.

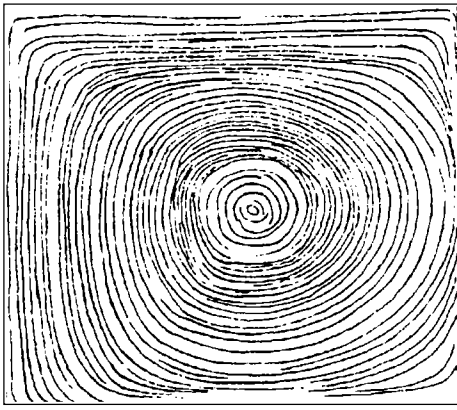


图 3 流线 ($Re = 1.5 \times 10^6$)
Fig.3 Stream lines

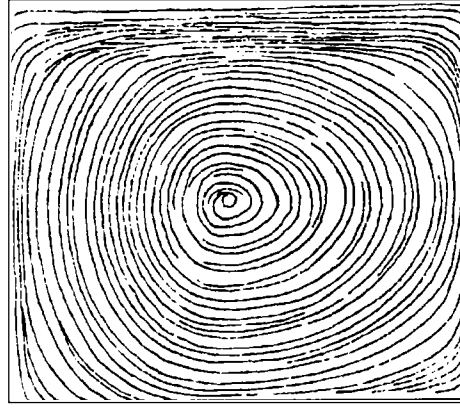


图 4 流线 ($Re = 1 \times 10^8$)
Fig.4 Stream lines

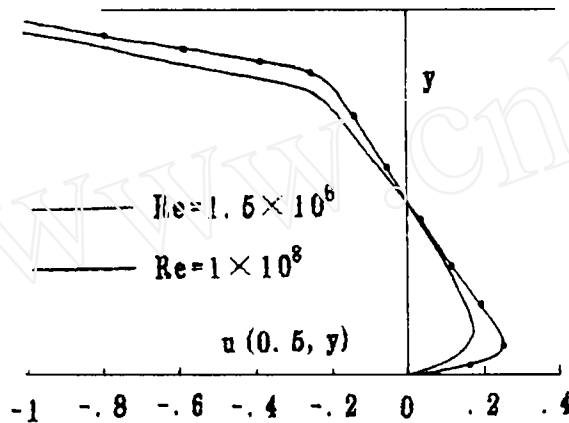


图 5 中线水平速度分布

Fig.5 Distribution of velocity u on $x = 0.5$

计算网格为 40×40 . 图 3 和图 4 给出了流线, 图 5 给出了不同雷诺数时中线水平速度的比较. 与 Chen^[9] 的结果相吻合, 所得结果合理.

三、天然河流流场的数值模拟

1. 天然河流流场的深度平均湍流模型

多数情况下天然河流流域的水平尺度远大于垂直尺度, 因而对其采用深度平均模型^[7]简化为二维问题. 设 u, v, γ_t, k, e 均为深度平均量, 有下面的连续性方程和动量方程

$$h_t + (hu)_x + (hv)_y = 0 \quad (3.1)$$

$$u_t + uu_x + vv_y = -g(h + z_b)_x + \frac{1}{\rho h} (h\tau_{xx})_x + \frac{1}{\rho h} (h\tau_{xy})_y + \frac{\tau_{xb} - \tau_s}{\rho h} \quad (3.2)$$

$$v_t + uv_x + vv_y = -g(h + z_b)_y + \frac{1}{\rho h} (h\tau_{xy})_x + \frac{1}{\rho h} (h\tau_{yy})_y + \frac{\tau_{yb} - \tau_s}{\rho h} \quad (3.3)$$

其中 h 为水深, z_b 为河床底部的标高, τ_{xb} 和 τ_{yb} 是河床底部的 x, y 方向的切应力, τ_s 是河流表面的切应力, 而

$$\tau_{xx} = 2\rho\gamma_e u_x, \quad \tau_{yy} = 2\rho\gamma_e v_y, \quad \tau_{xy} = 2\rho\gamma_e (u_y + v_x) \quad (3.4)$$

为切应力. 应用摩阻定律有

$$\frac{\tau_{xb}}{\rho} = c_f u (u^2 + v^2)^{1/2}, \quad \frac{\tau_{yb}}{\rho} = c_f v (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (3.5)$$

其中 c_f 为摩阻系数, 如下计算

$$c_f = \begin{cases} 0.027 \left(\frac{v}{uh} \right)^{1/4} & \text{光滑床面} \\ n^2 g / h^{1/3} & \text{粗糙床面} \end{cases} \quad (3.6)$$

n 为糙率.

Rastogi 和 Rodi^[7] 在深度平均计算中采用 k - e 模型

$$k_t + u k_x + v k_y = \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} k_x \right)_x + \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} k_y \right)_y + P - e + p_{kr} \quad (3.7)$$

$$e_t + u e_x + v e_y = \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} e_x \right)_x + \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} e_y \right)_y + c_1 P \frac{e}{k} - c_2 \frac{e^2}{k} + p_{er} \quad (3.8)$$

并找出了附加源项 p_{kr} 和 p_{er} 与摩阻速度 u_τ 的关系

$$p_{kr} = c_k u_\tau^3 / h, \quad p_{er} = c_e u_\tau^4 / h^2 \quad (3.9)$$

其中 $u_\tau = \sqrt{c_f(u^2 + v^2)}$ 由平方摩阻定律获得, c_k 和 c_e 是经验常数决定于未受干扰的明渠流, 即

$$c_k = 1/\sqrt{c_f}, \quad c_e = 3.6 \frac{c_2}{c_f^{3/4}} \sqrt{c_\mu} \quad (3.10)$$

其它常数仍按表 1 选取.

2. 边界拟合坐标系及在边界拟合坐标系中的深度平均湍流模型方程组

天然河流流域通常是边界不规则的单连通域或多连通域, 为使差分求解方便需进行坐标变换. 数值拟合坐标变换的种类很多, 本文采用 Thompson 等^[8] 提出的泊松变换法

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \quad (3.11)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \quad (3.12)$$

其中 (x, y) 是物理坐标系, (ξ, η) 是变换坐标系, (3.11)–(3.12) 的求解条件是 Dirichlet 条件.

一般来说物理平面上的边界是曲线, 确定边界条件很困难. 为此用 ξ, η 作为自变量 x, y 作为因变量来进行平面坐标系变换, 即

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \quad (3.13)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \quad (3.14)$$

其中 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$, $J = x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta}$, P, Q 是控制函数. Thompson^[8] 给出如下形式

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^n a_i \operatorname{sgn}(\xi - \xi_i) \exp(-c_i |\xi - \xi_i|) \\ - \sum_{j=1}^m b_j \operatorname{sgn}(\xi - \xi_j) \exp\{-d_j [(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2]^{1/2}\} \\ Q(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^n a_i \operatorname{sgn}(\eta - \eta_i) \exp(-c_i |\eta - \eta_i|) \\ - \sum_{j=1}^m b_j \operatorname{sgn}(\eta - \eta_j) \exp\{-d_j [(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2]^{1/2}\}$$

在边界拟合坐标系 (ξ, η) 中深度平均湍流模型方程组变换为

$$h_t + \frac{1}{J} [y_{\eta}(hu)_{\xi} - x_{\eta}(hv)_{\xi}] + \frac{1}{J} [x_{\xi}(hv)_{\eta} - y_{\xi}(hu)_{\eta}] = 0 \quad (3.15)$$

$$u_t = -\frac{1}{J} (y_{\eta}u - x_{\eta}v)u_{\xi} + \frac{1}{J} (y_{\xi}u - x_{\xi}v)u_{\eta} \\ - \frac{g}{J} [y_{\eta}(h+z_b)_{\xi} - y_{\xi}(h+z_b)_{\eta}] + \frac{\tau_{xb} - \tau_s}{\rho} \\ + \frac{1}{hJ^2} \{2[y_{\eta}(\gamma_e h)_{\xi} - y_{\xi}(\gamma_e h)_{\eta}](y_{\eta}u_{\xi} - y_{\xi}u_{\eta}) \\ + [x_{\xi}(\gamma_e h)_{\eta} - x_{\eta}(\gamma_e h)_{\xi}](x_{\xi}u_{\eta} - x_{\eta}u_{\xi} + y_{\eta}v_{\xi} - y_{\xi}v_{\eta})\} \\ + \gamma_e (A_1 u_{\xi\xi} - 2A_2 u_{\xi\eta} + A_3 u_{\eta\eta} + A_4 u_{\xi} + A_5 u_{\eta}) \\ - \lambda_1 v_{\xi\xi} + \lambda_2 v_{\xi\eta} - \lambda_3 v_{\eta\eta} + \lambda_4 v_{\xi} + \lambda_5 v_{\eta} \quad (3.16)$$

$$v_t = -\frac{1}{J} (y_{\eta}u - x_{\eta}v)v_{\xi} + \frac{1}{J} (y_{\xi}u - x_{\xi}v)v_{\eta} \\ - \frac{g}{J} [x_{\eta}(h+z_b)_{\xi} - x_{\xi}(h+z_b)_{\eta}] + \frac{\tau_{yb} - \tau_s}{\rho} \\ + \frac{1}{hJ^2} \{2[x_{\xi}(\gamma_e h)_{\eta} - x_{\eta}(\gamma_e h)_{\xi}](x_{\xi}v_{\eta} - x_{\eta}v_{\xi}) \\ + [y_{\eta}(\gamma_e h)_{\xi} - y_{\xi}(\gamma_e h)_{\eta}](x_{\xi}u_{\eta} - x_{\eta}u_{\xi} + y_{\eta}v_{\xi} - y_{\xi}v_{\eta})\} \\ + \gamma_e (B_1 v_{\xi\xi} - 2B_2 v_{\xi\eta} + B_3 v_{\eta\eta} + B_4 v_{\xi} + B_5 v_{\eta}) \\ - \lambda_1 u_{\xi\xi} + \lambda_2 u_{\xi\eta} - \lambda_3 u_{\eta\eta} + \lambda_4 u_{\xi} + \lambda_5 u_{\eta} \quad (3.17)$$

其中系数

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (x_\eta^2 + 2y_\eta^2)/J^2, \quad A^2 = (x_\xi x_\eta + 2y_\xi y_\eta)/J^2, \quad A_3 = (x_\xi^2 + 2y_\xi^2)/J^2 \\
 A_x &= (A_1 x_{\xi\xi} - 2A_2 x_{\xi\eta} + A_3 x_{\eta\eta})/J, \quad A_y = (A_1 y_{\xi\xi} - 2A_2 y_{\xi\eta} + A_3 y_{\eta\eta})/J \\
 A_4 &= A_y x_\eta - A_x y_\eta, \quad A_5 = A_x y_\xi - A_y x_\xi \\
 B_1 &= (2x_\eta^2 + y_\eta^2)/J^2, \quad B_2 = (2x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta)/J^2, \quad B_3 = (2x_\xi^2 + y_\xi^2)/J^2 \\
 B_x &= (B_1 x_{\xi\xi} - 2B_2 x_{\xi\eta} + B_3 x_{\eta\eta})/J, \quad B_y = (B_1 y_{\xi\xi} - 2B_2 y_{\xi\eta} + B_3 y_{\eta\eta})/J \\
 B_4 &= B_y x_\eta - B_x y_\eta, \quad B_5 = B_x y_\xi - B_y x_\xi \\
 \lambda_1 &= x_\eta y_\eta / J^2, \quad \lambda_2 = (x_\xi y_\eta + x_\eta y_\xi) / J^2, \quad \lambda_3 = x_\xi y_\xi / J^2 \\
 \lambda_x &= (\lambda_1 x_{\xi\xi} - \lambda_2 x_{\xi\eta} + \lambda_3 x_{\eta\eta}) / J, \quad \lambda_y = (\lambda_1 y_{\xi\xi} - \lambda_2 y_{\xi\eta} + \lambda_3 y_{\eta\eta}) / J \\
 \lambda_4 &= \lambda_x y_\eta - \lambda_y x_\eta, \quad \lambda_5 = \lambda_y x_\xi - \lambda_x y_\xi
 \end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned}
 k_t &= -\frac{1}{J}(y_\eta u - x_\eta v)k_\xi + \frac{1}{J}(y_\xi u - x_\xi v)k_\eta \\
 &+ \frac{1}{J^2} \left\{ \left[y_\eta \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} \right)_\xi - y_\xi \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} \right)_\eta \right] (y_\eta k_\xi - y_\xi k_\eta) \right. \\
 &+ \left. \left[x_\eta \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} \right)_\xi - x_\xi \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_k} \right)_\eta \right] (x_\eta k_\xi - x_\xi k_\eta) \right\} \\
 &+ \frac{\gamma_t}{\sigma_k} (\omega_1 k_{\xi\xi} - 2\omega_2 k_{\xi\eta} + \omega_3 k_{\eta\eta} + \omega_4 k_\xi + \omega_5 k_\eta) \\
 &+ P_h - e + p_{kr}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
 e_t &= -\frac{1}{J}(y_\eta u - x_\eta v)e_\xi + \frac{1}{J}(y_\xi u - x_\xi v)e_\eta \\
 &+ \frac{1}{J^2} \left\{ \left[y_\eta \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} \right)_\xi - y_\xi \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} \right)_\eta \right] (y_\eta e_\xi - y_\xi e_\eta) \right. \\
 &+ \left. \left[x_\eta \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} \right)_\xi - x_\xi \left(\frac{\gamma_t}{\sigma_e} \right)_\eta \right] (x_\eta e_\xi - x_\xi e_\eta) \right\} \\
 &+ \frac{\gamma_t}{\sigma_e} (\omega_1 e_{\xi\xi} - 2\omega_2 e_{\xi\eta} + \omega_3 e_{\eta\eta} + \omega_4 e_\xi + \omega_5 e_\eta) \\
 &+ c_1 P_h \frac{e}{k} - c_2 \frac{e^2}{k} + p_{er}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

其中系数

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= (x_\eta^2 + y_\eta^2)/J^2, \quad \omega_2 = (x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta)/J^2, \quad \omega_3 = (x_\xi^2 + y_\xi^2)/J^2 \\
 \omega_x &= (\omega_1 x_{\xi\xi} - 2\omega_2 x_{\xi\eta} + \omega_3 x_{\eta\eta})/J \\
 \omega_y &= (\omega_1 y_{\xi\xi} - 2\omega_2 y_{\xi\eta} + \omega_3 y_{\eta\eta})/J
 \end{aligned}$$

$$\omega_4 = \omega_y x_\eta - \omega_x y_\eta, \quad \omega_5 = \omega_x y_\xi - \omega_y x_\xi$$

$$P_h = \gamma_t [2(y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta)^2 + (x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi)^2 + (x_\xi u_\eta - x_\eta u_\xi + y_\eta v_\xi - y_\xi v_\eta)^2] / J^2$$

而 p_{kr} , p_{er} 同 (3.9).

3. 深度平均湍流模型方程组的预处理方法

经边界拟合坐标变换后天然河流深度平均湍流模型方程组 (3.15)—(3.19) 变得非常繁杂, 若采用普通的时间推进解法则数值解收敛速度很慢且稳定性及精度很差. 为此, 对方程组中的连续性方程及动量方程 (3.15)—(3.17) 进行预处理, k 方程 (3.18) 和 e 方程 (3.19) 保持不变, 则有

$$\frac{1}{\beta^2} h_t + \frac{1}{J} [y_\eta (hu)_\xi - x_\eta (hv)_\xi] + \frac{1}{J} [x_\xi (hv)_\eta - y_\xi (hu)_\eta] = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{(\alpha+1)u}{\beta^2} h_t + u_t = (3.16) \text{右端项} \quad (3.21)$$

$$\frac{(\alpha+1)v}{\beta^2} h_t + v_t = (3.17) \text{右端项} \quad (3.22)$$

这里参数 α 、 β^2 的选取同 (2.14). 对时间采用向前差分, 空间采用中心差分, 显式推进求解 (3.18)—(3.22). 应当指出, 当 $\alpha = -1$ 时即为人工可压缩方法的形式.

4. 数值计算结果

首先给出求解步骤:

(1) 对 $n = 0$ 给定初值 h^n, u^n, v^n, k^n, e^n ;

(2) 处理边界条件;

(3) 计算 γ_t^n ;

(4) 依次求 $h^{n+1}, u^{n+1}, v^{n+1}, k^{n+1}, e^{n+1}$;

(5) 判断收敛条件 $\max |u^{n+1} - u^n| < \varepsilon$, $\max |v^{n+1} - v^n| < \varepsilon$, $\max |h^{n+1} - h^n| < \varepsilon$

(ε 为给定精度) 是否满足? 若条件满足则停止计算, 否则回到步骤 (2) 继续推进计算.

利用此预处理方法, 我们对黄河兰州段自夹心滩至黄河铁桥以东 200 多米远的河段进行了数值模拟. 该河段形状与水深等值线如图 6. 利用边界拟合坐标变换将不规则的流域变换为规则的矩形区域进行求解. 计算结果: 图 7 给出了计算得到的流场流线图, 正确地反映了该河段的流动趋势. 图 8 和图 9 给出了两个河道断面上速度, 水深的实测值与计算值的比较, 可以看到, 从工程应用来讲我们获得了相当精确的计算结果.

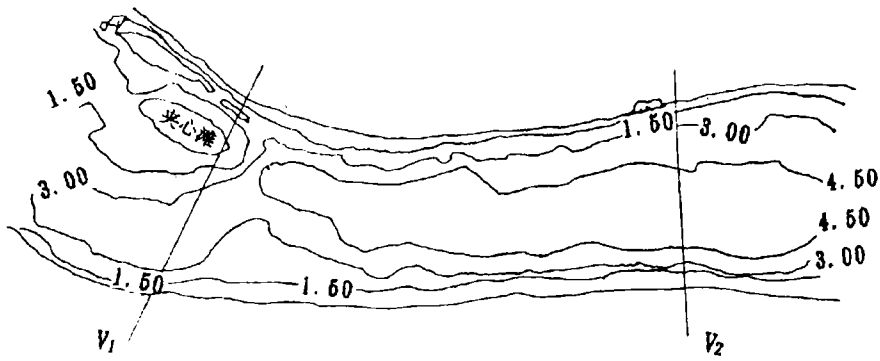


图 6 河道形状及水深等高线
Fig.6 The shape of river bed and the contour of water depth

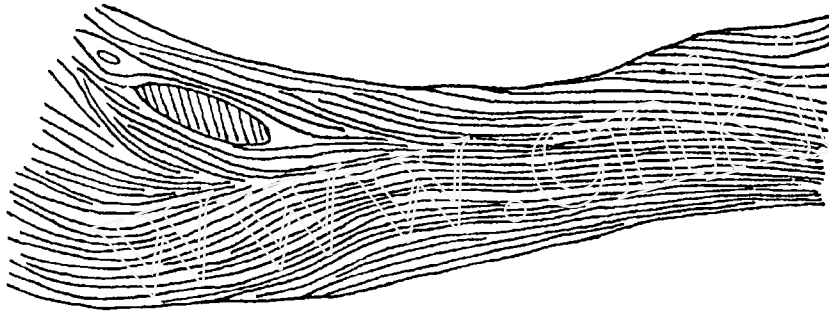
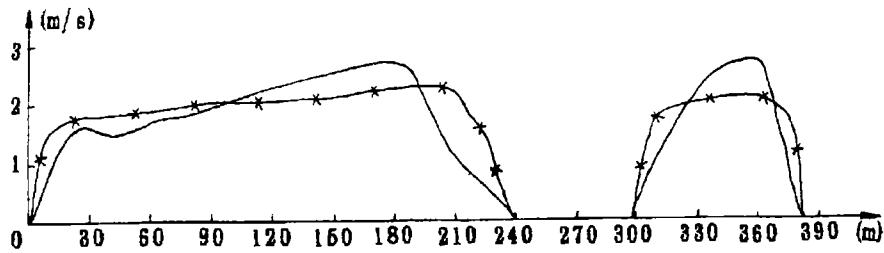
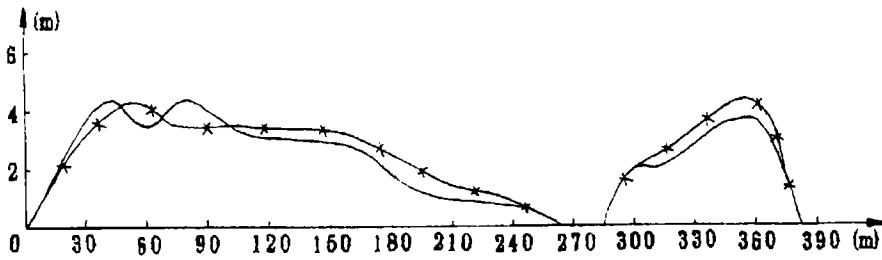


图 7 河道流场流线图
Fig.7 The stream lines of the flow field in river

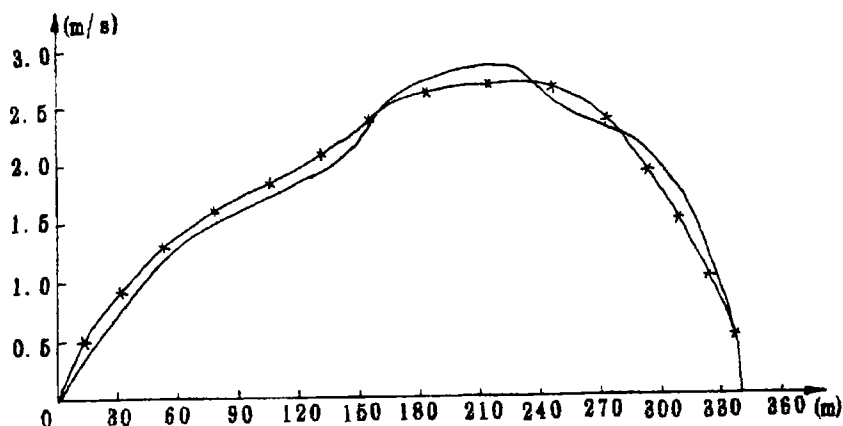


(a) 流速
(a) Flow velocity

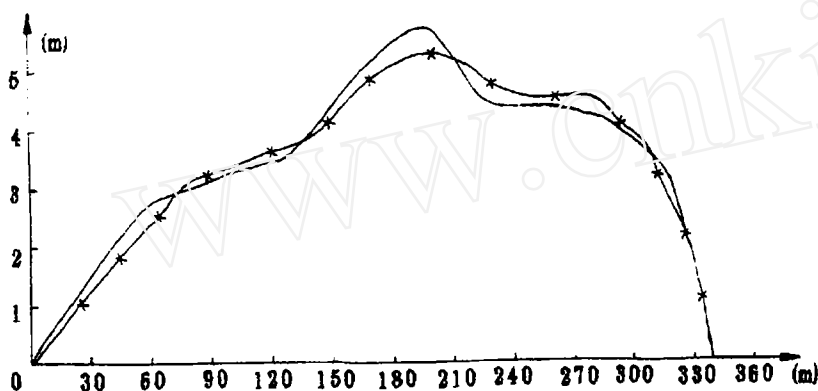


(b) 水深
(b) Water depth

图 8 V_1 断面流速及水深比较
Fig.8 Flow velocity vs. water depth in V_1 section
— 实测值 (experiment) —x— 计算值 (computation)



(a) 流速
(a) Flow velocity



(b) 水深
(b) Water depth

图 9 V_2 断面流速及水深比较

Fig.9 Flow velocity vs. water depth in V_2 section

— 实测值 (experiment) —×— 计算值 (computation)

本文提出的预处理方法与 $\alpha = -1$ 时人工可压缩形式的方法比较明显地具有收敛速度快, 稳定性好, 精度高等优点. 在相同条件下 (精度控制 $\varepsilon = 5 \times 10^{-3}$), 人工可压缩形式的方法需推进求解 1182 次, 而预处理方法仅需 467 次. 预处理方法可使收敛精度达到 10^{-4} 而人工可压缩形式的方法无法达到 10^{-4} 精度.

四、结 语

本文提出的二维原始变量湍流模型方程组的预处理方法具有较快的收敛速度和较好的稳定性, 从而可以获得精度较高的数值结果. 驱动方腔内涡流的数值模拟表明了方法的正确性, 天然河流流场的数值模拟表明了方法的实用性.

参 考 文 献

- [1] Chorin AJ. *J Comput Phys*, 1967, 2: 12
- [2] Turkel E. *J Comput Phys*, 1987, 72: 277
- [3] 赵金保等. 计算物理, 1991, 8(1): 1
- [4] Rodi W. *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics*, Book Publication of the International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherlands, 1980
- [5] Meguirk JJ and Rodi W. *J Fluid Mech*, 1978, 86, Part 4: 761
- [6] Launder BE and Spalding DB. *Comput Math Appl Mech and Eng*, 1974, 3: 267
- [7] Rastogi AK and Rodi W. *ASCE*, 1978, Hy3
- [8] Thompson JF, Thames FC and Mastin CW. *J Comput Phys*, 1974, 15: 299
- [9] 陈景仁. 湍流模型及有限差分法. 上海: 上海交通大学出版社, 1988

NUMERICAL SIMULATION OF NATURAL RIVER FLOW BY THE PRECONDITIONING METHOD

Zhao Jinbao Zhang Wanshun Sun Jianan

(Department of Physics, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract A preconditioning method is presented for solving 2-D turbulent flow model. By using this method, numerical simulations of driven square cavity flow and natural river flow are performed. The numerical results show that the method has good stability and fast convergence.

Key words turbulent flow, preconditioned method, vortex flow, natural river flow