

多工况作用下空间桁架结构 拓扑优化的修正单纯形方法

谭中富 孙焕纯

(大连理工大学工程力学系, 大连 116023)

摘要 本文以内力为设计变量, 构造了多工况作用下空间桁架结构拓扑优化的凸二次规划模型, 利用其 K-T 条件形成了关于内力、松弛变量和 K-T 乘子的线性互补问题, 用修正单纯形方法求解。

关键词 拓扑优化, K-T 条件, 凸二次规划, 线性互补问题, 修正单纯形方法

一、引言

随着生产的发展、资源的紧缺, 工程结构优化设计显得日益重要。结构优化按层次可分为尺寸优化、几何形状优化、拓扑优化和类型优化。级别逐次升高, 收益依次增加, 难度亦依次增大。目前尺寸优化已日臻成熟, 形状优化方兴未艾, 拓扑优化刚刚起步, 类型优化尚未开展。

拓扑优化可分为连续体型和杆系结构型。连续体型可以采用材料的密度分配和有限元网格的自适应生成决定最终的拓扑结构; 杆系结构型相对容易些, 其难点是随着杆件的删除, 有限元模型随之改变, 拓扑优化数学模型需跟踪变化, 而且某些杆件删除后可能会导致不稳定结构。因此, 优化模型在考虑各种因素下越简单越好, 以便于跟踪变化; 求解优化模型的算法收敛越快越好, 以便减少结构重分析次数。纵观前人的工作, 其方法概括为两类, 即线性规划类和非线性规划类, 前者计算量小但不能考虑多工况情形和位移约束; 后者可以考虑多工况情形和各种约束, 但计算量太大。文 [2] 提出了一种子线性规划类方法, 将不可微拓扑优化数学模型转化为个数等于工况数的子线性规划问题, 分别用单纯形方法求解。其优点是考虑了应力、位移约束和多工况情形, 模型简单, 但随着工况数的增加, 计算量显著增加, 且多于两个工况时, 只能获得内力的近似解, 在调整截面的循环中, 误差积累会越来越大。

本文以杆件内力为设计变量, 构造了具有线性约束的凸二次规划, 利用其 K-T 条件形成了关于内力、松弛变量和 K-T 乘子的线性互补问题, 以修正单纯形方法求解, 确定出最优内力, 再以满应力设计思想进行截面调整, 几次循环迭代可以获得最佳拓扑结构。不论几次工况, 每次循环中, 只进行一次结构分析, 使用一次修正单纯形方法, 且能获得内力的精确解。本文同时给出了一种机动性分析方法, 可以穿插于拓扑优化过程之中, 防止不稳定结构的产生。

本文于 1992 年 3 月 30 日收到第一稿, 1993 年 5 月 31 日收到修改稿。

二、拓扑优化数学描述及修正的单纯形方法

设给定空间 m 个节点, 连结各个节点, 形成基础结构, 共可连结 $s \leq m(m-1)/2$ 个杆件. 记 T 为工况指标集, P_t 、 F_t 、 u_t 、 Δ_t 分别为第七种工况下的外载荷、杆件内力、节点位移和内位移矢量, $t \in T$. 由结构力学知, $P_t = NF_t$, $F_t = K\Delta_t$, $\Delta_t = N^T u_t$, 其中 N 、 K 分别为几何投影阵和刚度阵. 由此可知

$$N^T u_t = K^{-1} F_t \quad (1)$$

式 (1) 可以看成以 u_t 为变量的线性方程组. 引入支承条件后, K^{-1} 存在且方程组 (1) 存在唯一解. 下面构造算法求出方程组 (1) 的解 u_t , 即将 u_t 用内力 F_t 表达.

记 $N = (n_1, \dots, n_s) \in R^{3m \times s}$, $b_t = K^{-1} F_t = (b_{1t}, \dots, b_{st})^T \in R^s$, $t \in T$, $|T|$ 为 T 中元素的个数.

算法 1 步骤:

- 1) 令 $H_0 = I(3m \times 3m$ 阶单位阵), $x_{0t} = 0(3m$ 维矢量), $i = 1, t = 1$.
- 2) 计算 $d_i = H_{i-1} n_i$, 若 $d_i = 0$, 转 4).
- 3) 令 $\lambda_i = 1/n_i^T d_i$, $x_{it} = x_{i-1,t} - \lambda_i(b_{it} - n_i^T x_{i-1,t})d_i$, $H_i = H_{i-1} - \lambda_i d_i d_i^T$, 转 5).
- 4) 令 $H_i = H_{i-1}$, $x_{it} = x_{i-1,t}$.
- 5) 若 $i = s$, 转 6); 否则令 $i = i + 1$, 转 2).
- 6) 存贮 x_{st} . 若 $t < |T|$, 转 2); 否则 Stop.

由文 [6] 知, 算法 1 中产生的 x_{st} 为方程组 (1) 的解, 且为 F_t 的线性函数. 为了后面讨论的方便, 不妨简记为 $u_t = B F_t$, 其中 $B \in R^{3m \times s}$.

于是, 位移约束可表达为

$$u_i^L \leq B_i F_t \leq u_i^U, \quad 1 \leq i \leq 3m, t \in T \quad (2)$$

其中 B_i 为矩阵 B 的第 i 行, u_i^U 、 u_i^L 为节点第 i 个位移的上、下限, u_{it} 为 u_t 的第 i 个元素.

应力约束可表达为

$$\sigma_j^L A_j \leq F_{jt} \leq \sigma_j^U A_j, \quad 1 \leq j \leq s, t \in T \quad (3)$$

其中 σ_j^U 、 σ_j^L 分别为第 j 个杆件应力的上、下限, F_{jt} 为 F_t 的第 j 个元素.

以内力为变量, 构造拓扑优化数学模型

(P1):

$$\min \sum_{j=1}^s (\rho_j l_j / A_j) \max \{F_{jt}^2 | \sigma_{jt}^2 | t \in T\}$$

$$\text{s.t. } P_t = N F_t$$

$$u_i^L \leq B_i F_t \leq u_i^U$$

$$\sigma_j^L A_j \leq F_{jt} \leq \sigma_j^U A_j$$

$$1 \leq i \leq 3m, 1 \leq j \leq s, t \in T$$

其中 ρ_j 、 l_j 、 A_j 分别为第 j 号杆的密度、长度和截面面积, σ_{jt} 为当前截面下结构承受第 t 种工况时 j 号杆的应力.

由于 $\max\{F_{jt}^2/\sigma_{jt}^2 | t \in T\} = A_j^2$, 故 (P_1) 的目标函数代表结构的重量. 但 (P_1) 为 minmax 不可微优化问题, 不易求解. 为了采用迭代法, 将 (P_1) 等价地转换为

(P_2) :

$$\begin{aligned} \min(1/|T|) \sum_{j=1}^s \sum_{t \in T} (\rho_j l_j A_j^{(0)} / F_{jt}^{(0)2}) F_{jt}^2 \\ \text{s.t. } P_t = N F_t \\ u_i^L \leq B_i F_t \leq u_i^U \\ \sigma_j^L A_j^{(0)} \leq F_{jt} \leq \sigma_j^U A_j^{(0)} \\ 1 \leq j \leq s, 1 \leq t \leq 3m, t \in T \end{aligned}$$

其中, $A_j^{(0)}$ 为初始截面, $F_{jt}^{(0)}$ 为截面 $A_j^{(0)}$ 下的杆件内力.

(P_2) 为凸二次规划, 可以利用其对偶规划转化为关于 Lagrange 乘子的无约束参数二次规划, 适当地修正共轭梯度方法, 有限步即可确定 Lagrange 乘子, 从而确定最优内力. 但不足之处是需计算关于 Lagrange 乘子的梯度, 计算量太大. 下面给出修正的单纯形方法.

将 (P_2) 修改成标准形式

(P_3) :

$$\begin{aligned} \min(1/|T|) \sum_{j=1}^s \sum_{t \in T} (\rho_j l_j A_j^{(0)} / F_{jt}^{(0)2}) F_{jt}^2 \\ \text{s.t. } P_{it} - N_i F_t = 0 \\ B_i F_t + x_{it}^+ - u_i^U = 0 \\ B_i F_t - x_{it}^- - u_i^L = 0 \\ F_{jt} + z_{jt}^+ - \sigma_j^U A_j^{(0)} = 0 \\ F_{jt} - z_{jt}^- - \sigma_j^L A_j^{(0)} = 0 \\ F_{jt} = F_{jt}^+ - F_{jt}^- \\ x_{it}^+ \geq 0, x_{it}^- \geq 0, z_{jt}^+ \geq 0 \\ z_{jt}^- \geq 0, F_{jt}^+ \geq 0, F_{jt}^- \geq 0 \\ 1 \leq i \leq 3m, 1 \leq j \leq s, t \in T \end{aligned}$$

(P_3) 为凸规划, 其 K-T 条件为最优解的充分条件.

(P_3) 的 K-T 条件为

$$\begin{aligned}
 (2/|T|)\phi_{jt}F_{jt}^+ + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}\mu_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} - \tilde{F}_{jt}^+ &= 0 \\
 (2/|T|)\phi_{jt} + F_{jt}^- + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}\mu_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} + \tilde{F}_{jt}^- &= 0 \\
 F_{jt}^+ - F_{jt}^- + z_{jt}^+ - \sigma_j^U A_j^{(0)} &= 0 \\
 F_{jt}^+ - F_{jt}^- - z_{jt}^+ - \sigma_j^L A_j^{(0)} &= 0 \\
 P_{it} - \sum_{j=1}^s n_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) &= 0 \\
 \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) + x_{it}^+ - u_i^U &= 0 \\
 \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) - x_{it}^- - u_i^L &= 0 \\
 \mu_{it}x_{it}^+ = 0, \quad \tilde{\mu}_{it}x_{it}^- = 0 \\
 \nu_{jt}z_{jt}^+ = 0, \quad \tilde{\nu}_{jt}z_{jt}^- = 0 \\
 \tilde{F}_{jt}^+ F_{jt}^+ = 0, \quad \tilde{F}_{jt}^- F_{jt}^- = 0 \\
 x_{it}^+ \geq 0, \quad x_{it}^- \geq 0, \quad z_{jt}^+ \geq 0, \quad z_{jt}^- \geq 0 \\
 F_{jt}^+ \geq 0, \quad F_{jt}^- \geq 0, \quad \tilde{F}_{jt}^+ \geq 0, \quad \tilde{F}_{jt}^- \geq 0 \\
 \mu_{it} \geq 0, \quad \tilde{\mu}_{it} \geq 0, \quad \nu_{jt} \geq 0, \quad \tilde{\nu}_{jt} \geq 0 \\
 1 \leq i \leq 3m, \quad 1 \leq j \leq s, \quad t \in T
 \end{aligned}$$

可见 (P_3) 的 K-T 条件为关于内力变量、松弛变量和 K-T 乘子的线性互补问题, 可采用修正的单纯形方法进行求解, 构造如下的两步线性规划.

(LP_1):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{t \in T} (\omega_{it}^{(1)} + \omega_{it}^{(2)} + \omega_{it}^{(3)}) + \sum_{j=1}^s \sum_{t \in T} (V_{jt}^{(1)} + V_{jt}^{(2)}) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^s n_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) + S_{it}\omega_{it}^{(1)} = P_{it} \\
 & \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) + x_{it}^+ + \omega_{it}^{(2)} = u_i^U \\
 & \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) - x_{it}^- - \omega_{it}^{(3)} = u_i^L \\
 & F_{jt}^+ - F_{jt}^- + z_{jt}^+ + V_{jt}^{(1)} = \sigma_j^U A_j^{(0)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& F_{jt}^+ - F_{jt}^- - Z_{jt}^- - V_{jt}^{(2)} = \sigma_j^L A_j^{(0)} \\
& (2/|T|)\phi_{jt}F_{jt}^+ + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}\mu_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) \\
& + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} - \tilde{F}_{jt}^+ + c_{jt}^+ - c_{jt}^- = 0 \\
& (2/|T|)\phi_{jt}F_{jt}^- + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}u_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) \\
& + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} + \tilde{F}_{jt}^- + d_{jt}^+ - d_{jt}^- = 0 \\
& \omega_{it}^{(k)} \geq 0 (k=1,2,3), V_{jt}^{(k)} \geq 0 (k=1,2) \\
& x_{it}^+ \geq 0, x_{it}^- \geq 0, z_{jt}^+ \geq 0, z_{jt}^- \geq 0 \\
& F_{jt}^+ \geq 0, F_{jt}^- \geq 0, \tilde{F}_{jt}^+ \geq 0, \tilde{F}_{jt}^- \geq 0 \\
& \mu_{it} \geq 0, \tilde{\mu}_{it} \geq 0, \nu_{jt} \geq 0, \tilde{\nu}_{jt} \geq 0 \\
& c_{jt}^+ \geq 0, c_{jt}^- \geq 0, d_{jt}^+ \geq 0, d_{jt}^- \geq 0 \\
& 1 \leq i \leq 3m, 1 \leq j \leq s, t \in T
\end{aligned}$$

其中, 当 $p_{it} \geq 0$ 时, 取 $\delta_{it} = 1$; $p_{it} < 0$ 时, 取 $\delta_{it} = -1$.

对于 (Lp_1) , 显然 $F_{jt}^+ = F_{jt}^- = \tilde{F}_{jt}^+ = \tilde{F}_{jt}^- = \nu_{jt} = \tilde{\nu}_{jt} = z_{jt}^+ = z_{jt}^- = c_{jt}^+ = c_{jt}^- = d_{jt}^+ = d_{jt}^- = 0$, $\lambda_{it} = \mu_{it} = \tilde{\mu}_{it} = x_{it}^+ = x_{it}^- = 0$, $\omega_{it}^{(1)} = \delta_{it}p_{it}$, $\omega_{it}^{(2)} = u_i^U$, $\omega_{it}^{(3)} = -u_i^L$, $v_{jt}^{(1)} = \sigma_j^U A_j^{(0)}$, $v_{jt}^{(2)} = -\sigma_j^L A_j^{(0)}$ ($1 \leq i \leq 3m, 1 \leq j \leq s, t \in T$) 为一个基本容许解. 于是, 在约束 $\lambda_{it} = \mu_{it} = \tilde{\mu}_{it} = 0$, $\nu_{jt} = \tilde{\nu}_{jt} = \tilde{F}_{jt}^+ = \tilde{F}_{jt}^- = 0$ 下, 利用单纯形法求解 (Lp_1) . 可以证明, 这时 (Lp_1) 的最优值为 0, 即 $\omega_{it}^{(k)} = 0$ ($k=1,2,3$), $v_{jt}^{(k)} = 0$ ($k=1,2$). 于是得到了下面的线性规划 (Lp_2) 的一个基本容许解.

(Lp_2) :

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{j=1}^s \sum_{t \in T} (y_{jt}^{(1)} + y_{jt}^{(2)}) \\
& \text{s.t.} (2/|T|)\phi_{jt}F_{jt}^+ + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}\mu_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) \\
& + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} - \tilde{F}_{jt}^+ + \delta_{jt}^{(1)}y_{jt}^{(1)} = 0 \\
& (2/|T|)\phi_{jt}F_{jt}^- + \sum_{i=1}^{3m}(-n_{ij}\lambda_{it} + b_{ij}\mu_{it} - b_{ij}\tilde{\mu}_{it}) \\
& + \nu_{jt} - \tilde{\nu}_{jt} + \tilde{F}_{jt}^- + \delta_{jt}^{(2)}y_{jt}^{(2)} = 0 \\
& \sum_{j=1}^s n_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) = p_{it} \\
& \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) + x_{it}^+ = u_i^U
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^s b_{ij}(F_{jt}^+ - F_{jt}^-) - x_{it}^- = u_i^L \\
& F_{jt}^+ - F_{jt}^- + z_{jt}^+ = \sigma_j^U A_j^{(0)} \\
& F_{jt}^+ - F_{jt}^- - z_{jt}^- = \sigma_j^L A_j^{(0)} \\
& y_{jt}^{(k)} \geq 0 \quad (k=1,2) \\
& F_{jt}^+ \geq 0, F_{jt}^- \geq 0, \tilde{F}_{jt}^+ \geq 0, \tilde{F}_{jt}^- \geq 0 \\
& x_{it}^+ \geq 0, x_{it}^- \geq 0, z_{jt}^+ \geq 0, z_{jt}^- \geq 0 \\
& \mu_{it} \geq 0, \tilde{\mu}_{it} \geq 0, \nu_{jt} \geq 0, \tilde{\nu}_{jt} \geq 0 \\
& 1 \leq i \leq 3m, 1 \leq j \leq s, t \in T
\end{aligned}$$

其中, 当 (LP_1) 中的 c_{jt}^+ 为基变量时, 取 $\delta_{jt}^{(1)} = 1$; c_{jt}^- 为基变量时, 取 $\delta_{jt}^{(1)} = -1$; d_{jt}^+ 为基变量时, 取 $\delta_{jt}^{(2)} = 1$; d_{jt}^- 为基变量时, 取 $\delta_{jt}^{(2)} = -1$.

利用单纯形方法求解 (LP_2) , 易证 (LP_2) 的最优值为 0.

由于 (P_2) 的目标函数无线性项, 可以证明通过上述修正单纯形方法求得的最优解满足 (P_3) 的 K-T 条件.

综上所述, 给定初始截面 $A_j^{(0)}$, 进行结构分析求得 $F_{jt}^{(0)}$, 利用上面的修正单纯形方法求得 (LP_2) 的最优解 $F_{jt} = F_{jt}^+ - F_{jt}^-$. 令

$$\beta_j = \max_{t \in T} \left\{ \left| F_{jt} / \sigma_j^U A_j^{(0)} \right|, \left| F_{jt} / \sigma_j^L A_j^{(0)} \right| \right\}, \quad 1 \leq j \leq s$$

若发现某个 $\beta_{j_0} \cong 0$, 则利用下节的机动性分析方法判断是否删除第 j_0 号杆, 若不能删除, 则保留此杆的截面不变. 对于其它杆, 令

$$A_j^{(0)} = \beta_j A_j^{(0)}, \quad 1 \leq j \leq s, j \neq j_0$$

对于变化后的结构, 修正刚度阵、几何投影阵和杆件号码, 重复上述过程, 直至某两次循环后拓扑结构不变且目标函数值差别满足一定精度时终止计算.

三、机动性分析方法

在拓扑优化过程中, 每删除一个杆件之前, 应该判断是否会导致不稳定结构, 即进行机动性分析. 本节提出了只涉及几何投影阵行秩或列秩的机动性分析方法, 可以穿插于拓扑优化过程之中, 防止不稳定结构的产生.

已知 $\Delta_t = N^T u_t$, $N^T \in R^{s \times 3m}$. 若 $\beta_{j_0} \cong 0$, 假定删除了第 j_0 号杆, 这时有 $\tilde{\Delta}_t = \tilde{N}^T u_t$, $\tilde{N}^T \in R^{(s-1) \times 3m}$. 若 $3m-$ 行秩 $(\tilde{N}^T) > 0$, 则 $\tilde{\Delta}_t = \tilde{N}^T u_t$ 关于 u_t 有无穷多组解, 结构必为几何可变, 说明第 j_0 号杆不能删除; 若 $3m-$ 行秩 $(\tilde{N}^T) \leq 0$, 则 $\tilde{\Delta}_t = \tilde{N}^T u_t$ 关于 u_t 无解或有唯一一组解, 结构必为几何不变, 说明第 j_0 号杆可以删除. 因此机动性分析的关键是计算行秩 $(\tilde{N}^T)$, 下面给出计算行秩 $(\tilde{N}^T)$ 的方法.

算法 2 步骤:

记 $\tilde{N}^T = (n_1, n_2, \dots, n_q)^T$, $n_i \in R^{3m}$, $1 \leq i \leq q$.

1) 令 $H_0 = I(3m \times 3m \text{ 阶单位阵})$, $e = 0$, $i = 1$.

2) 计算 $d_i = H_{i-1}n_i$, 若 $d_i = 0$, 转 4).

3) 令 $e = e + 1$. 若 $i = q$, 转 5); 否则令 $H_i = H_{i-1} - d_i d_i^T / (n_i^T d_i)$, $i = i + 1$, 转 2).

4) 若 $i = q$, 转 (5); 否则令 $H_i = H_{i-1}$, $i = i + 1$, 转 2).

5) 存贮 e , stop.

由文 [6] 知, 算法 2 中产生的 e 即为 $\tilde{N}^T$ 的行秩. 若还有其它杆的截面接近于 0, 类似的进行上述处理.

四、数值计算

例 1(图 1). 平面十杆桁架. 已知 $E_j = 7 \times 10^5$, $\rho_j = 2.7 \times 10^{-3}$, $\sigma_j^U = 1.75 \times 10^3$, $\sigma_j^L = -1.75 \times 10^3$, 各节点坐标: 1(0,0), 2(0,500), 3(500,0), 4(500,500), 5(1000,0), 6(1000,500). 节点 3 和节点 5 有 y 方向的允许位移分别为 ± 1.24 和 ± 10.07 . 工况 1: $P_{3y} = -45380$, $P_{5y} = 0$; 工况 2: $P_{3y} = 0$, $P_{5y} = -45380$.

取初始截面 $A_j^{(0)} = 130$, $1 \leq j \leq 10$. 拓扑优化迭代过程中间结果:

迭代步	截面值									
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
1	37.2035	17.8222	19.455	37.505	19.45	13.7564	25.7634	19.4545	21.542	21.542
2	34.5936	21.5131	24.399	40.1149	14.63	15.4909	18.3106	21.9074	17.412	17.412
3	32.522	24.443	28.191	42.187	9.968	17.332	16.707	24.511	13.571	13.571
4	30.798	26.831	30.837	43.91	7.062	19.014	14.327	26.811	9.889	9.889
5	29.368	28.903	32.64	45.34	4.82	20.438	10.314	28.904	7.465	7.465
6	28.219	30.528	33.72	46.489	2.058	21.587	8.69	30.528	5.316	5.316
7	26.649	32.749	34.73	48.059	1.345	23.157	4.469	32.749	3.746	3.746
8	26.149	33.456	34.94	48.559	0.295	23.656	2.762	33.456	1.246	1.246
9	25.644	34.17	35.1	49.064	0.183	24.162	1.048	34.17	0.741	0.741
10	25.34	34.20	35.17	49.17	删	24.27	0.616	34.20	0.436	0.436
11	25.157	34.35	35.19	49.37	无	24.47	0.36	34.46	0.255	0.255
12	25.01	34.41	35.19	49.45	无	24.65	0.27	34.56	删	删
13	24.97	34.41	35.19	49.47	无	24.66	删	34.59	无	无

优化结果 (图 2):

$A_1 = 24.97$, $A_2 = 34.41$, $A_3 = 35.19$, $A_4 = 49.47$, $A_6 = 24.66$, $A_8 = 34.59$

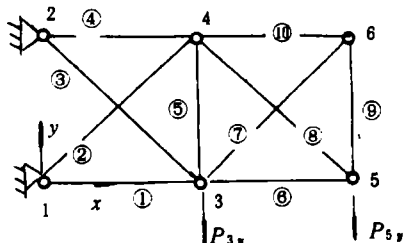


图 1

Fig.1

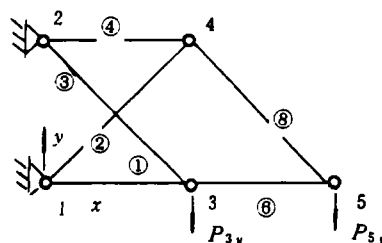


图 2

Fig.2

例 2(图 3). 空间四杆桁架. 已知 $E_j = 10^7$, $\rho_j = 0.1$, $\sigma_j^U = 2.5 \times 10^3$, $\sigma_j^L = -2.5 \times 10^3$, $1 \leq j \leq 4$. 各节点坐标: 1(60,120,96), 2(0,192,0), 3(204,192,0), 4(204,0,0),

5(0,0,0). 节点 1 在 z 方向的许用位移为 ± 0.06 . 工况 1: $P_x = 40$, $P_y = 20$, $P_z = 0$; 工况 2: $P_x = 40$, $P_y = 100$, $P_z = -30$.

取初始截面 $A_j^{(0)} = 10$, $1 \leq j \leq 4$, 拓扑优化迭代过程中间结果:

迭 代 步	截 面 值			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	2.39×10^{-2}	2.07×10^{-2}	2.47×10^{-2}	3.5×10^{-3}
2	2.56×10^{-2}	2.21×10^{-2}	2.27×10^{-2}	1.27×10^{-3}
3	2.635×10^{-2}	2.0275×10^{-2}	2.191×10^{-2}	3.609×10^{-4}
4	2.656×10^{-2}	2.292×10^{-2}	2.167×10^{-2}	8.811×10^{-5}
5	2.662×10^{-2}	2.296×10^{-2}	2.161×10^{-2}	2.039×10^{-5}
6	2.663×10^{-2}	2.297×10^{-2}	2.159×10^{-2}	删

优化结果 (图 4):

$$A_1 = 2.663 \times 10^{-2}, A_2 = 2.297 \times 10^{-2}, A_3 = 2.159 \times 10^{-2}$$

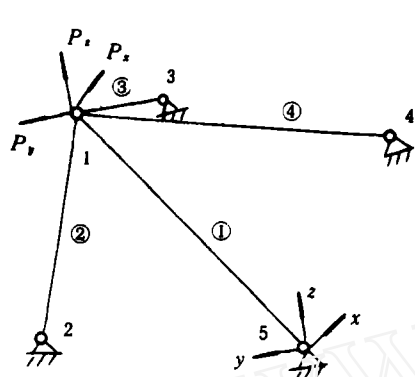


图 5
Fig.5

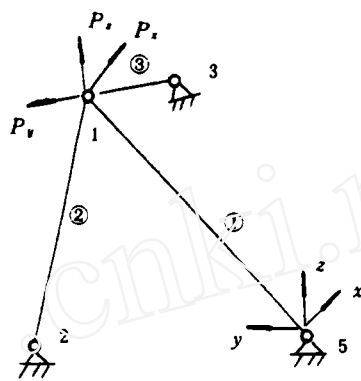


图 4
Fig.4

参 考 文 献

- [1] 钱令希. 工程结构优化设计. 北京: 水利电力出版社, 1983
- [2] 段宝岩, 叶尚辉. 考虑性态约束时多工况桁架结构拓扑优化设计. 力学学报, 1992,24(1)
- [3] 谭中富. 凸二次规划的一种分解算法. 大连理工大学学报, 1993,33(2)
- [4] Dobbs M and Felton I. Optimization of truss geometry. *ASCE, Struct. Division*, 1969, 95(ST 10):2105-2118
- [5] Vri Kirsh. Behavior of truss structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1989, 72(1)
- [6] Tan Zhongfu. A new algorithm with finite convergence to solve a class of quadratic programming constructed by the ABS method. In: Collection of Reports on the ABS Class of Algorithms, 1991, DUT: 45-50

THE MODIFIED SIMPLEX METHOD FOR TOPOLOGY OPTIMIZATION OF SPACE TRUSS STRUCTURE WITH MULTIPLE LOADING CONDITIONS

Tan Zhongfu Sun Huanchun

(*Department of Engineering Mechanics,
Dalian University of Technology, Dalian 116023, China*)

Abstract In this paper, the member forces are considered as design variables, and convex quadratic programming model of topology optimization for space truss structure is given under multiple loading conditions. The linear interdependent problem for member forces and K-T multipliers is formed by making use of its K-T condition, and can be solved by the modified simplex method.

Key words topology optimization, K-T condition, convex quadratic programming, linear interdependent problem, modified simplex method