÷ť

混合层绕流圆柱旋涡脱落的数值研究¹⁾

张洪泉

(天津大学力学系,天津 300072)

提要 对平面混合层绕流圆柱时的旋涡脱落和流动结构进行了数值研究.方法是用一空间、时间三阶精度的有限差分格式解二维不可压 Navier~Stokes 方程和连续性方程.计算时雷诺数 Re 取为 1000, 混合层速度比 Ra 从 0 到 1, 混合层 动量厚度 θ 由 0.2 到 2.

关键词 混合层, 圆柱绕流, 旋涡脱落

1. 引言

从上世纪末以来, 圆柱绕流一直是人们感兴趣的研究问题, 这是因为圆柱体作为基本 结构元件广泛应用于生产和生活中, 同时圆柱绕流的研究本身也具有重要的理论意义, 混 合层也是一种很常见的流动形式, 由于其固有的不稳定性, 一定频率和幅值的波在混合层 中会被放大而生成涡, 从而大大提高混合的速度, 如果将一圆柱放在平面混合层中, 使其 轴线与混合层平行并与流动方向相垂直, 这样圆柱上下两侧流速的不同必然会使旋涡脱落 的情况与均匀来流时有很大不同, 另一方面, 处于混合层中的圆柱具有扰动作用, 在它后 面脱落的旋涡很自然成为具有一定频率的波而影响混合层的发展, 对这一问题进行研究, 除了具有重要的理论意义, 在实际中也有广泛的应用背景, 如在某些燃烧器或反应器中, 可用圆柱控制混合层中旋涡产生的频率, 从而提高混合效率, 用于射流的边缘, 控制噪音 的生成等等.

关于均匀流绕流圆柱的实验和理论的结果已有不少.但专门就混合层与圆柱相互作用 的问题进行研究,手头几乎没有现成的资料.本文的主要内容就是对平面混合层绕流圆柱 后面的旋涡脱落及流动结构进行数值研究,探讨混合层速度比和动量厚度的影响规律.

2. 数值模型

无量纲化后不可压粘流的 Navier-Stokes 方程和连续性方程为

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + (\boldsymbol{V} \cdot \nabla)\boldsymbol{V} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}}\nabla^2 \boldsymbol{V}, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{V} = 0$$
(1)

其中 V 为速度矢量,它在二维直角坐标系中 x 、 y 方向的分量分别为 u 和 v. P 为压力, t 表示时间. Re 为雷诺数,其定义为 Re= UD/v, U 为来流平均速度,即混合层中心的速度, D 为圆柱直径, v 为流体的运动粘性系数.

圆柱轴线处于混合层的中心平面上,且与来流垂直,初始条件和边界条件为

国家自然科学基金资助课题.
本文于 1991 年 12 月 29 日收到, 1992 年 3 月 23 日收到修改稿.

在t = 0时,在圆柱外的所有地方: $u = 1 + \text{Ra} \tanh\left(\frac{y}{2\theta}\right)$,v = 0; 对于t > 0,在圆柱 表面上:u = v = 0;在x = 0处, $u = 1 + \text{Ra} \tanh\left(\frac{y}{2\theta}\right)$,v = 0.当 $y \to \pm \infty$ 时. $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$:当 $x \to \infty$ 时, $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = 0$.其中 $u = 1 + \text{Ra} \tanh\left(\frac{y}{2\theta}\right)$ 为作为来流的 混合层在y方向的速度分布. Ra = $\frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}$ 为速度比, U_1 和 U_2 分别为混合层高速及低 速侧的主流速度. $\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(U_1 - u)(u - U_2)}{(U_1 - U_2)^2} dy$ 为混合层的动量厚度.在下游无穷远处给 定三阶导数为零的边界条件,目的是使旋涡尽量不受约束地离开.图1所示为圆柱所处的 坐标位置, x_0 为从计算区域的左边界到圆柱中心的距离.

求解所用的数值方法曾被用来震拟混合层中的旋涡合并和旋涡撕裂,详见 [1]. 该方法 用于解圆柱绕流问题时又作了一些改进. 差分公式的截断误差为 $O(\delta^4)$, δ 代表 Δt , Δx , Δy 或 1/Re. 最小的网格间距 Δx 和 Δy 取为圆柱直径的 1/24、时间步长 Δt 取为 0.025. 所 以、对于最小的网格,截断误差介于 $O(10^{-5})$ 和 $O(10^{-6})$ 之间,而 Re 大到 $O(10^4)$ 时其影 响仍然可以分辨.







本数值研究的一个特点是采用直角坐标系计算圆柱的绕流问题.不等间距的网格划分 如图 2 所示.网格间距在圆柱周围取得密一些,而在速度梯度较小的地方则稀一些.计算 时采用的网格数约为 100×64 . $|y \pm \infty|$ 一般取为 4.5. x_0 取为 3. 计算区域出口处的 x 取为 15 左右.

以前,许多圆柱绕流的数值模拟,都需要引入人工扰动才能激起和维持旋涡的脱落^[2]. 在本文的计算中,无论是有剪切还是无剪切的来流,都无需加入扰动,经过一段时间的计 算后旋涡会自动产生,计算在一配有 TRANSPUTER 的微机上进行,由给定的初始条件开 始,算到周期性很好的流动状态,所需机时约为1小时.

3. 计算结果与讨论

本文的主要内容是研究混合层的速度比 Ra 和混合层的动量厚度 θ 对处于混合层中心 位置的圆柱周围流动结构的影响规律.所以计算时的雷诺数定在 Re=1000. 计算结果用脉 线图.等涡线图和流线图展示.旋涡脱落的频率即斯特罗哈数 St=fD/V,由圆柱下游 8 倍

357



(a) Streakline plots
(b) Isovorticity contour plots
(c) Streamline plots
图 3 不同速度比 Ra 下的情况 (Re=1000, θ=1)
Fig. 3 Computed results for different velocity ratios (Re=1000, θ=1)

直径处的速度 v 的时间序列的频谱分析求得. 圆柱的阻力系数和升力系数则通过在包围圆 柱的一方形控制体上运用动量守恒原理计算出.

1) 混合层速度比 Ra 的影响

图 3 所示为 Re =1000, θ=1 时的计算结果,其中 (1),(2),(3),(4),(5),(6) 分别对应速度

比 Ra =0.0,0.2,0.4,0.6,0.8,1.0. 由脉线图 (a) 可以看出,在相邻的大涡之间有一曲线相连,从上下两侧卷入的流体在这里相遇,由此可以反映在尾迹中混合的强弱.通过与 (b) 中的 等涡线图相比较可知,脉线图中"示踪粒子"集中的区域正好对应着大涡结构. (C) 中的 流线图则显示了圆柱绕流和下游波动的情况.

在 Ra = 0.0 时,来流是均匀无剪切的.圆柱后面的旋涡脱落在每个周期中,分别由上下两侧产生一个旋涡.这两个旋涡的产生和发展情况基本相同,即大小和强度相同,只不过在相位上相差 180°,涡量的符号相反.流线图显示在下游速度的波动基本是正弦的.但是当圆柱上边和下边速度有差别时,也就是来流具有剪切时,上述的这种交替的对称性就会失去.从速度高的上面一侧产生的涡明显比速度低的下面一侧产生的涡更强一些,并且这种差距在下游的发展中会更加拉大.另外从等涡线图中看出,较弱的旋涡会被较强的旋涡拉伸而逐渐变长,最后破碎成小涡.随着 Ra 的增大,速度高的一侧产生的旋涡越来越强,相反速度低的一侧产生的旋涡会越来越弱,以致于弱涡刚产生出来就被强涡撕裂,很快就只剩下与速度剪切的方向一致的涡了.

脉线图中还反映了一个现象,当 Ra 较大时,分别来自混合层中心线上下两侧的流体在 横向的迁移距离似乎不如 Ra 较小时大。但高速侧流体所形成的强涡在撕裂弱涡的同时, 也将来自低速侧的流体卷绕在其外面,使两者之间的质量传递和分子扩散大大加强,也就 是说 Ra 大时的混合更好一些.

表 1 不同速度比 Ra 下的旋涡脱落频率 St 及圆柱阻力和升力系数 (Re=1000, $\theta=1$) Table 1. Strouhal numbers for vortex shedding, drag and lift coefficients for

Ra		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
St		0.208	0.204	0.200	0.196	0.192	0.188	0.184	0.180	0.178	0.174	0.172
CD	Max	1.593	1.557	1.587	1.579	1.587	1.575	1.540	1.526	1.516	1.483	1.424
	$\overline{C_D}$	1.388	1.378	1.385	1,365	1.351	1.328	1.304	1.287	1.294	1.275	1.230
	Min	1.301	1.295	1.265	1.229	1.164	1.145	1.089	1.074	1.133	1.094	1.043
С _L	Max	0.667	0.654	0.665	0.601	0.560	0.570	0.587	0.525	0.483	0.531	0.445
	$\overline{C_L}$	0.00	-0.044	-0.095	-0.128	-0.175	-0.178	-0.248	-0.319	-0.334	-0.361	-0.369
	Min	-0.667	-0.682	0.774	-0.802	-0.934	- 1.011	-1.068	1.097	-1.169	-1.255	-1.1911

different velocity ratios (Re=1000, θ =1)

表 2 不同动量厚度 θ 下的旋涡脱落频率 St 及圆柱阻力,升力系数 (Re=1000, Ra=0.5) Table 2. Strouhal numbers for vortex shedding, drag and lift

coefficients for different momentum thicknesses (Re=1000, Ra=0.5)

	θ	2	1	1/2	1/3	1/4	1/5	
St		0.198	0.188	0.176	0.172	0.178	0.180	
	Max	1.580	1.576	1.500	1.432	1.279	1.280	
C_D	C_D	1.374	1.328	1.289	1.269	1.129	1.137	
	Min.	1.232	1,145	1.087	1.088	1.025	1.083	
	Max	0.617	0.570	0.533	0.440	-0.041	-0.167	
C_L	$\overline{C_L}$	-0.129	-0.178	-0.364	-0.419	-0.531	-0.582	
	Min	-0.797	-1.011	-1.191	1.302	1.089	-1.082	

表 1 中列出了各种速度比 Ra 下尾迹中的波动频率 St. 当 Ra=0 时, St=0.208, 这与 Tritton 的均匀流绕圆柱的实验结果是相符的 ^[3]. 随着 Ra 的逐渐增大,旋涡脱落的频率有

:



(a) Streakline plots(b) Isovorticity contour plots(c) Streamline plots图 4 不同动量厚度θ下的情况 (Re=1000, Ra=0.5)Fig. 4 Computed results for different momentum thicknesses(Re=1000, Ra=0.5)

所降低,但总的来说变化的量并不太大.表1中还同时列出了圆柱阻力和升力系数的平均 值和它们的最大值与最小值. Ra=0时阻力系数的实验值约为1.2^[3],显然计算值比实验值 略大一些.当 Ra 增大时,阻力系数稍有降低,而平均升力系数的值不断增大,其符号是负 6

的,表示圆柱所受到的横向作用力的方向是由速度高的上侧指向速度低的下侧的.阻力和 升力系数的波动幅度随 Ra 的变化趋势不明显.

2) 混合层动量厚度 θ 的影响

图 4 所示为 Re=1000, Ra= $\frac{1}{2}$ 时的计算结果,其中 (1),(2),(3),(4),(5,)(6) 分别对应混合 层动量厚度 θ =2,1,1/2,1/3,1/4,1/5. 从图中可以看出,当 θ =2 时,高速侧产生的旋涡明显 比低速侧产生的旋涡强,在下游的发展中弱涡会被强涡拉伸而趋于撕裂.随着 θ 的减小、 这种拉伸和撕裂的过程进行得越来越快,以致到 θ = 1/3 时只会产生出与速度剪切方向一 致的旋涡.上述 θ 减小对旋涡脱落和发展的影响与 Ra 增大时的作用是相似的,因为两者 都使混合层中的速度梯度增大,来流中所具有的涡量增加,使得圆柱后面旋涡的产生更加 不对称.从表 2 中我们看到,随着 θ 的减小,尾迹中波动的频率 St 有所减小,阻力系数有 所降低;升力系数为负值,其绝对值逐渐增大,表明圆柱所受横向力增大,这些与 Ra 增大 时的影响也是相似的.

4. 结论

处在混合层中心位置并与来流相垂直的圆柱,其旋涡脱落对混合层中大尺度相干结构 的发展进而对混合具有控制作用.同样反过来圆柱的旋涡脱落和接下来的发展也受混合层 速度比和动量厚度的影响.雷诺数 Re=1000 时的计算结果表明,随着速度比 Ra 由 0 开始 逐渐增大,圆柱后面旋涡的交替脱落会失去对称性.在速度高的一侧产生的旋涡比速度低 的一侧产生的旋涡要强一些,并且在下游的发展中弱的涡会被较强的涡撕扯而趋于破碎. 速度比 Ra 越大则上述现象就越强烈,以致当 Ra 较大时在圆柱后面很快就只剩下与剪切 方向相同的旋涡.旋涡的脱落频率随 Ra 的增大稍有增大,平均阻力系数稍有减小,而平 均升力系数逐渐增大,表明流体对圆柱有一横向作用力,其方向由速度高的一侧指向速度 低的一侧.混合层动量厚度 θ 减小时的作用与 Ra 增大时的效果是相似的.

参考文献

[1] 张洪泉, 舒玮, 混合层中旋涡合并与撕裂的数值研究, 中国科学 A, 1989,12: 1288 — 1295

 Braza M, Chassaing P, HaMinh H, Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder, J. Fluid Mech., 1986,165:79-130

[3] Schlichting H. Boundary-Layer theory, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 1979

A NUMERICAL STUDY OF VORTEX SHEDDING FROM A CIRCULAR CYLINDER IN PLANE MIXING LAYERS

Zhang Hongquan

(Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract Numerical simulations are presented for flows about a circular cylinder which is spanwise placed at the center of plane mixing layers. A temporally and spatially third-order finite differencing scheme is used to solve the 2-D incompressible Navier-Stokes and continuity equations. The Reynolds number for computation is fixed at Re=1000. The effects of the velocity ratio Ra and the momentum thickness θ of the mixing layer on flow structures are studied by changing Ra from 0.0 to 1.0 and θ from 0.2 to 2.0.

Key words mixing layers, flows about a circular cylinder, vortex shedding