# 圆柱尾迹涡的三维演化及结构特征

武作兵\* 凌国灿

(LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**提要**应用无粘涡丝运动学理论和局部诱导近似 (LIA) 方法,以 Lagrange 观点跟踪涡丝 在背景流场中运动,用数值方法研究了中等 Re 数 (≈ 10<sup>3</sup>)下圆柱分离尾迹中 Kármán 涡和涡 辫区涡丝的三维演化的机制和动力学过程,及其结构特征.背景流场考虑为尾迹时间平均速 度流场和 Kármán 涡街流场.初始展向小扰动为指数形式和谐波形式.结果指出: Kármán 涡和涡辫区中的涡丝具有展向不稳定性,形成流向涡量.在尾迹的初期输运过程中,表现出 有序的大、小尺度涡结构.并进一步分析了其产生的机理.

关键词 尾迹, Kármán 涡街, 涡辫区, 流向涡量, 拟序结构

# 一、 引 言

较早的实验结果给出,中、高 Re 散下圆柱分离尾迹中具有规则的三维涡结构.一种 是大尺度涡,表现为"双柱涡"<sup>[1,2,3]</sup>;另一种是小尺度涡,表现为"染色的手指"形<sup>[4,5]</sup>. 近年来,随着平面混合层 Brown & Roshko 大涡拟序结构研究的不断深化,提供了一些有 益的借鉴方法,使得圆柱分离尾迹中的三维 Townsend-Grant 大涡拟序结构也得到进一步 证实. Shirakashi et al.<sup>[6]</sup>和 Yamane et al.<sup>[7]</sup>实验研究表明,在圆柱湍流尾迹的形成过程 中,Kármán 涡断裂为有限涡段,继而演化为马蹄偶,上、下层马蹄涡组对为勺形涡链结 构. Mumford<sup>[8]</sup>Bonnet et al.<sup>[9]</sup>Hussain & Hayakawa,<sup>[10]</sup>Hayakawa & Hassain<sup>[11]</sup>也指出 存在马蹄涡结构.不仅如此,对小尺度涡结构也有了新的认识. Wiuimson<sup>[12]</sup>实验指出, 在圆柱尾迹 Kármán 涡街流场中存在缠绕在大尺度涡结构上的类似"λ"形三维小尺度涡 结构,并形成封闭涡环. Roshko<sup>[13]</sup>,Breidenthal<sup>[14]</sup>,Bisset et al.<sup>[15]</sup>也指出封闭涡环的存 在.大小尺度的拟序结构的出现,表明圆柱分离尾迹存在旋涡的三维输运,即涡量在空间 的重新分布,它们共同影响着流动从层流到湍流的转捩.目前对圆柱分离尾迹旋涡三维演 化的机理和动力学过程,以及拟序结构的特征还尚未得到一致的比较清晰的认识.因此, 从理论和数值方法上对圆柱尾迹流动进行分析,了解旋涡的三维演化机理和过程,对理解 拟序结构的特征和探索湍流输运的机理具有重要意义.

\* 现地址:中国科学院理论物理研究所, 100080,北京.

本文于 1992 年 7 月 20 日收到, 1992 年 11 月 30 日收到修改稿.

近年来, Ashurst & Meiburg<sup>[16]</sup>. Meiburg & Lasheras<sup>[17]</sup>, 及 Hasheras & Meiburg<sup>[18]</sup> 采用三维涡动力学方法有效地模拟了平面混合层和平板尾迹的二维和三维不稳定发展,并 获得与实验相符的结果,表明在流动的初期发展过程中的重要特征可以由无粘涡动力学方 法再现. Aref & Flinchem,<sup>[19]</sup> Okubo et al.<sup>[20]</sup> 采用局部诱导近似 (LIA),以 Largrange 观点 跟踪涡丝在背景流场中运动,研究平面混合层和圆柱分离尾迹的旋涡三维演化,指出这种 方法对于模拟涡丝的非线性演化初期过程是最有效的. 但 Okubo et al.<sup>[20]</sup> 的工作仅给出了 旋涡演化的初步结果.所以,为了进一步考察圆柱分离尾迹旋涡三维演化的主要特征,特 别是为了理解其机理和观察其动力学过程,本文采用无粘涡动力学理论,运用 LIA 方法, 以 Lagrange 观点数值跟踪圆柱尾迹中初始为二维展向的涡丝对周期小扰动的响应,分析 三维流动结构的发展.

# 二、 理 论 考 虑

#### 1. 基本假设

1) 以圆柱尾迹中的 Kármán 涡和涡辫区涡丝做为研究对象, 它们处于无界的涡街流场中.

2) 尾涡输运初期阶段的主要过程可以由无粘涡动力学来模拟,这样根据 Kelvin 和 Helmholtz 定理,涡丝在运动中是保强度和连续的。而根据 Lagrange 观点,假定涡丝运动 由自诱导作用与背景流场影响的叠加次决定,即:

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} = \boldsymbol{v}_s + \boldsymbol{v}_b \tag{1}$$

其中 vs, vb 分别为自诱导速度和背景流场速度.

3) 涡丝是很细的,涡丝的自诱导速度可以用 LIA 给出,其主要项为:

$$\boldsymbol{v}_{s} = C\Gamma k\boldsymbol{b} = C\Gamma \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial s} \times \frac{\partial \boldsymbol{x}^{2}}{\partial s^{2}}$$
(2)

其中  $C = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{L_c}{\sigma}$ ,  $\Gamma$  和 *s* 分别是涡丝的环量和曲线坐标, *k* 和 *b* 分别是涡丝的局部曲率 和以法线方向的单位向量, *L<sub>c</sub>* 是 Biot-Savart 公式的积分截断长度,  $\sigma$  是偶核半径.

3) 尾迹中旋涡之间的相互作用采用 Biot-Savart 公式计算.由于 Biot-Savart 公式给出的诱导速度与场点到涡点的距离成反比,所以只考虑涡丝周围的四个 Kármán 涡的影响,而忽略远场其他旋涡的诱导作用.

# 2. 背景流场

尾迹时间平均速度流场和 Kármán 涡街中局部流场是用来研究 Kármán 涡和涡辫区 涡丝的三维演化的两种背景流场.将坐标系固定在末扰 Kármán 涡上 (图 1), 描述旋涡的相 对变化, 则上述背景流场可分别描述为:

(1) 尾迹时间平均速度流场:

$$\boldsymbol{v}_b = V_{\max}[\exp(-y_s^2/\Delta) - \exp(-y^2/\Delta)]\boldsymbol{i}$$
(3)

其中  $V_{\text{max}}$  为最大亏损速率,  $\triangle$  为描述剪切层厚度的常数,  $y_s$  为 Kármán 涡的横向坐标.

(2) Kármán 涡街中涡辫区的局部流场 (图 2):

$$v_{bx} = \frac{\Gamma}{2l} \operatorname{th} \frac{\pi h}{l} + \frac{\Gamma}{l} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l} \left[ \cos \frac{2\pi x}{l} \operatorname{sh} \frac{2\pi y}{l} - \operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \right]}{\left[ \sin \frac{2\pi x}{l} \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{l} \right]^2 + \left[ \cos \frac{2\pi x}{l} \operatorname{sh} \frac{2\pi y}{l} - \operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \right]^2}$$

$$v_{by} = -\frac{\Gamma}{l} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{l}}{\left[ \sin \frac{2\pi x}{l} \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{l} \right]^2 + \left[ \cos \frac{2\pi x}{l} \operatorname{sh} \frac{2\pi y}{l} - \operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \right]^2}$$

$$(4)$$



图 1 Kármán 涡街流场 Fig. 1 Flow field of Kármán vortex street



图 2 Kármán 涡街拓朴结构 Fig. 2 Topological structure of Kármán vortex street

这里 l 和 h 分别为 Kármán 涡街的流向和横向间距. 而涡辫区鞍点的位置可以由分析给 出: 对应于图 2 中点  $A(O, -\frac{1}{2\pi}\ln c)$  和点  $B(\frac{l}{2}, \frac{1}{2\pi}\ln c)$ ,其中  $c = \left[ \operatorname{ch} \frac{\pi h}{l} \sqrt{3 + \operatorname{ch}^2 \frac{2\pi h}{l}} + 1 + \operatorname{ch}^2 \frac{\pi h}{l} \right] / \operatorname{sh} \frac{\pi h}{l}$ 

文献 [21] 给出了 Kármán 涡街流场的奇点分析的详细结果.

# 三、 数 值 方 法

考虑尾流场的特征量为:设自由来流速度为  $U_{\infty}$ ,圆柱直径为 d, Kármán 涡街的流向间距 l,则元量纲量为:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x}/l, \ l^* = l/d, \ h^* = h/d, \ t^* = t/(l/d), \ s^* = s/d, \ \Gamma^* = \Gamma/(U_\infty d^2/l),$$

$$v^* = v l/U_\infty d, \ \Delta^* = \Delta/d^2, \ L^* = L/d.$$
(5)

将涡丝运动学方程进行元量纲化为:

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}^*}{\partial t^*} = C\Gamma^* \frac{\partial \boldsymbol{x}^*}{\partial s^*} \times \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}^*}{\partial s^2} + \boldsymbol{V}_b^*(\boldsymbol{x}^*)$$
(6)

为了方便,以下将方程中的"\*"号略去,所出现的物理量都是按式(5)进行无量纲化的.

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

扰动涡丝的变形沿展向采用周期边界条件:

$$\boldsymbol{x}(x, y, z + L, t) = \boldsymbol{x}(x, y, z) + L\boldsymbol{k}$$
(7)

在一个展向波长 L 范围内, 分别选取指数型和谐波型两种初始小扰动, 即(图 3):

$$\left. \begin{array}{l} x = \varepsilon \cos \theta \exp(-z^2/\delta) \\ y = \varepsilon \sin \theta \exp(-z^2/\delta) \end{array} \right\}$$

$$(8)$$

和

$$\left. \begin{array}{l} x = \varepsilon \cos \theta \cos \frac{2\pi z}{L} \\ y = \varepsilon \sin \theta \cos \frac{2\pi z}{L} \end{array} \right\}$$

$$(9)$$

其中 θ 为扰动涡丝平面与 x - z平面的夹角,取 θ = 0°, 90°, 180°, 270°. ε 和 δ 为扰动涡丝的振幅及 其变化率,涡丝的初始宽度  $Z_w = 2[-\delta \log 0.01]^{1/2}$ ,使得在  $z = \pm Z_w/2$ 的初始扰动幅值为 1%ε.

涡丝运动方程(6)右端首项采 用空间非等间距的有限差分法进行 离散化:



Z n/2

X

Z

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial s} \times \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial s^2} = \frac{2}{h_k h_{k+1} (h_k + h_{k+1})} [\boldsymbol{x}_{k+1} \times \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{x}_k \times \boldsymbol{x}_{k+1} + \boldsymbol{x}_{k-1} \times \boldsymbol{x}_k] + O(h_k h_{k+1})$$
(10)

 $-Z_{M}/2$ 

其中  $h_k = |\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}|$ .则涡丝运动方程的差分形式为:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k}}{\mathrm{d}t} = F(\boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1}) 
F(\boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1}) = \frac{2C\Gamma}{h_{k}h_{k+1}(h_{k}+h_{k+1})} [\boldsymbol{x}_{k+1} \times \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{x}_{k} \times \boldsymbol{x}_{k+1} + \boldsymbol{x}_{k-1} \times \boldsymbol{x}_{k}] + \boldsymbol{V}_{b}(\boldsymbol{x}_{k})$$
(11)

设涡丝变化具有流向周期性,用三次周期样条函数来近似给出涡丝结点的切矢量,空间积分 Biot-Savart 公式,给出周围涡丝对 Kármán 涡诱导的速度分量.

采用变步长四阶 Runge-Kutta 法进行时间积分:

$$\boldsymbol{x}_{k}(t+\Delta t) = \boldsymbol{x}_{k}(t) + (\Delta' \boldsymbol{x}_{k} + 2\Delta'' \boldsymbol{x}_{k} + 2\Delta''' \boldsymbol{x}_{k} + \Delta'''' \boldsymbol{x}_{k})/6$$
(12)

$$\Delta' \boldsymbol{x}_{k} = \Delta t F(\boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1})$$

$$\Delta'' \boldsymbol{x}_{k} = \Delta t F(\boldsymbol{x}_{k-1} + 0.5\Delta' \boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k} + 0.5\Delta' \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1} + 0.5\Delta' \boldsymbol{x}_{k+1})$$

$$\Delta''' \boldsymbol{x}_{k} = \Delta t F(\boldsymbol{x}_{k-1} + 0.5\Delta'' \boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k} + 0.5\Delta'' \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1} + 0.5\Delta'' \boldsymbol{x}_{k+1})$$

$$\Delta'''' \boldsymbol{x}_{k} = \Delta t F(\boldsymbol{x}_{k-1} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k+1})$$

$$\Delta'''' \boldsymbol{x}_{k} = \Delta t F(\boldsymbol{x}_{k-1} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{x}_{k} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k}, \boldsymbol{x}_{k+1} + 0.5\Delta''' \boldsymbol{x}_{k+1})$$

计算中所选用的参数为:  $\Gamma = 2.256$ , l = 5.47, h = 1.66, C = 0.111,  $\varepsilon = 0.02$ ,  $Z_w = 2$ 如 Okubo et al.<sup>[20]</sup> 所给出. 由于 Γ 是在规则的 Kármán 涡街中选取的, 所以  $U_{\text{max}}$  和  $\Delta$ 



也在相应的位置选取为  $V_{\text{max}} = 1.337$  和  $\triangle = 1.332$ . 采用无粘流假设,忽略  $\Gamma$ ,  $U_{\text{max}}$ ,  $\triangle$  沿流向 x 的变化,而且 Okubo et al.<sup>[20]</sup> 指出对于定性分析可以忽略它们的变化. Shirakashi et al.<sup>[6]</sup> Yamane et al.<sup>[7]</sup> 指出展向 8*d* 是 Kármán 涡变形为大尺度结构的稳定尺度,所以展向波长为 L = 8. Okude & Matsui<sup>[22]</sup>, Okude et al.<sup>[23]</sup> 给出涡街的涡量二维分布,可以估计出涡辫区鞍点的涡量为涡心涡量的 5%,这样假设鞍点的环量为涡心环量的 5%. 由于涡 丝变形在 x - y 平面的对称性,仅考虑  $z \ge 0$  区域. 计算中的结点数 N 和精度  $\triangle E$  选为 N = 200 和  $\triangle E = 0.0001$ . 当考虑涡丝之间的相互作用时,结点数减少为 N = 20.

四、计算结果与分析



为了方便本文将两个空间构型的相位比较在俯视图 (x-z 平面) 中展现. 展向和流向

图 4 孤立 Kármán 涡演化为反相位的马蹄涡 (θ = 90°) Fig. 4 3-D evolution of isolated Kármán vortices and formation of horseshoe vortices along the spanwise direction 180° out-of-phase each other. (θ = 90°)

一个周期内涡丝随时间和空间的演化的三维构型由展向 (z)- 流向 (x) 平面 (俯视)、展向 (z)- 横向 (y) 平面 (侧视), 流向 (x)- 横向 (y)(正视) 投影给出,并展示相应的定性空间构型.

#### 1. 孤立 Kármán 涡的三维演化

初始时间步长选为 0.001, 计算结果在图 4 和图 5 中给出.对于初始扰动角  $\theta = 0^{\circ}$  和 180°,  $\theta = 90^{\circ}$  和 270° 的情况,除沿展向存在 1/4 周期的相差的外,涡丝的演化具有相似的 待征.由于展向周期边界条件,可仅取  $\theta = 90^{\circ}$  和 180° 为代表来分析.

图 4(c) 和图 5(c) 给出,不论初始扰动方向如何,上、下层 Kármán 涡的扰动波振面逐 渐偏转到并保持与 *x* - *z* 平面近似成 45° 和 135° 倾角,同时出现拉伸.

对于 θ = 90° 的情况 (图 4), 在时均流场的作用下,上层 Kármán 涡的波峰输运到下 游,波谷输运到上游,但同时由于涡丝的弯曲和拉伸,使得涡丝波峰和波谷的局部曲率逐 渐增加,涡丝的自诱导作用逐渐增强,而波峰和波谷的自诱导作用分别沿副法线方向指向 上游和下游 (图 6(a)).由于自诱导作用和时均流场的剪切作用相反,所以它们的作用达成 平



图 5 孤立 Kármán 涡演化为同相位的马蹄涡 ( $\theta = 180^{\circ}$ ) Fig. 5 3-D evolution of isolated Kármán vortices and formation of horseshoe vortices along the Spanwise direction in-phase each other. ( $\theta = 180^{\circ}$ )

 \* \* \* \* \*
 T = 10, 

 \* \* \* \* \*
 T = 12, 

 + + + + +
 T = 14, 

  $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$  T = 15, 

 inital
 amgle



图 6 Kármán 涡保持稳定倾斜性态的机制 Fig. 6 The mechanism for maintenance of stable inclination of Kármán vortices

衡可能成为波峰和波谷近似保持与 x - z 平面成 45° 倾角的原因 (图 4(c)). 同理 (图 6(b)), 下层 Kármán 涡的波峰和波谷近似保持与 x - z 平面成 135° 的倾角 (图 4(c)). 从图 4(a) 可 以看出扰动涡丝的振幅随时间逐渐增加,上、下层涡丝沿展向保持反相位, Kármán 涡演 化为类似马蹄涡的空间构型 (图 4(d)).

同理,对于  $\theta$  = 180°的情况 (图 5),自诱导作用与时均流场的剪切作用达成平衡,可能 成为上、下层 Kármán 涡近似保持与 x - z 平面成 45°和 135°的倾角的原因 (图 5(c)). 从图 5(a) 可以看出扰动涡丝的振幅随时间逐渐增加,上、下层涡丝沿展向保持同相位, Kármán 涡演化为马蹄涡的空间构型 (图 5(d)).

因此, 孤立 Kármán 涡的三维演化具有类似马蹄涡构型, 保持与 *x* - *z* 平面近似成 45° 和 135° 倾角的稳定性态. 初始展向涡量重新分布, 产生流向涡量. 根据初始扰动的方向, 上、下层马蹄涡具有沿展向同相位或反相位的两种构型.

马蹄涡倾斜于 x-z 平面,它的腿形成符号相反的涡对. Hinze<sup>[24]</sup> 将 Townsend-Grant 大尺度涡描述为类似的构型. Okubo *et al.*<sup>[20]</sup> 数值计算了上层孤立 Kármán 涡的三维演化 为与 x-z 平面成 30° – 45° 的勺子形态,但没有给出上、下层 Kármán 涡沿展向的相位比 较. Hussain & Hayakawa<sup>[11]</sup> 测量空间相关涡量场指出, Kármán 涡可能演化为类似上面 两种马蹄涡列. ShiraKashi *et al.*<sup>[6]</sup> 指出,勺形涡的倾角为 30~60°, Savill<sup>[25]</sup>, Mumford<sup>[8]</sup> 指 出, Townsend-Grant 的双柱涡的倾角为 45°, Larue & Libby<sup>[26]</sup>, Bonnet *et al.*<sup>[9]</sup>, Hayakawa & Hussain<sup>[11]</sup> 获得有序结构的倾角为与 x-z 平面成 60°.

### 2. 考虑有旋涡相互作用下的 Kármán 涡的三维演化

在研究孤立 Kármán 涡在自诱导和时均流场作用下的三维演化基础上,进一步采用三维涡方法来考虑 Kármán 涡之间的相互作用对大尺度涡构型的影响。

初始时间步长选为 0.001, 计算结果如图 7 所示. 比较初始扰动角  $\theta = 0^{\circ}$ , 90°, 180° 和 270° 的结果可知, 它们的演化过程具有相似的特征, 可仅取  $\theta = 90^{\circ}$  为代表来分析.



图 7 相互作用下的 Kármán 涡演化为同相位的马蹄涡 Fig. 7 3-D evolution of Kármán vortices and formation of horseshoe vortices along the spawise direction in-phase, with vortex interaction (θ = 90°)

图 7(c) 给出,不论初始扰动方向如何,上、下层 Kármán 涡逐渐偏转并保持在与 *x* - *z* 平面近似成 45°和 135°倾角的平面,同时出现拉伸.由于 Kármán 涡之间的相互作用, Kármán 涡演化为类似马蹄涡的空间构型 (图 7(d)),沿展向保持同相位 (图 7(a)).这一结果 与 Shirakashi et al.<sup>[6]</sup>的实验观测完全相同.其它的特征同孤立 Kármán 涡的演化类似. 这种变化主要是由于涡丝之间的相互作用对 Kármán 涡展向扰动的初始偏转方向有重要影响.

#### 3. 涡辫区涡丝的三维演化

初始时间步长选为 0.02, 计算结果如图 8 和图 9 所示. 对于初始扰动角  $\theta = 0^{\circ}$  和 180°,  $\theta = 90^{\circ}$  和 270°的情况,除了沿展向存在 1/2 周期的相差以外,涡辫区涡丝的演化过程具 有相似的特征.由于展向周期条件,可仅选  $\theta = 90^{\circ}$  和 180°为代表来分析.

图 8(c) 和 9(c) 给出,不论初始扰动方向如何,上、下层涡辫区涡丝都逐渐偏转到主应 变平面,并出现拉伸,进而缠绕在两个相邻的 Kármán 涡上.

对于  $\theta = 90^{\circ}$  的情况 (图 8), 初始上、下层涡辫区涡丝逐渐偏转到主应变平面并产生拉伸 (图 10(a), (b)).



图 8 涡辫区涡丝的三维演化及形成反对称涡环 (θ = 90°) Fig. 8 3-D evolution of vortex filaments in the braid regions and formation of vortex loops with an asymmetric configuration along the spanwise direction (θ = 90°)

由于涡丝的拉伸和变形沿主应变方向,使得上、下涡丝保持反相位.初始展向涡丝演 化为倾斜于 *x* – *z* 平面的涡对,具有类似 λ 形的空间结构.这样,两个相邻的符号相反的 Kármán 涡和 λ 涡形成近乎封闭的涡环 (图 8(a)).(以下简称涡环)由于上、下涡辫区 λ 涡 具有反相位,这样在两个相继的主应变平面上,涡环沿展向交错排列,形成反对称空间构 型 (图 8(d)).

同理,对于  $\theta$  = 180°的情况 (图 9),由于涡丝的变化和拉伸沿主应变方向,使得上、下涡丝保持同相位.初始展向涡丝演化具有类似  $\lambda$  型涡的空间结构,并与两个相邻的 Kármán 涡形成涡环 (图 9(a)).在两个相继的主应变平面上,涡环沿展向交替排列 (图 9(d)).

因此,涡辫区涡丝的三维演化具有 λ 涡构型,并与两个相邻的 Kármán 涡形成近乎封 闭的涡环.初始展向涡量重新分布,产生流向涡量.根据初始扰动的方向,上、下层涡环有 沿展向对称和反对称两种构型. ¢







图 10 涡辫区涡丝的演化机制 Fig. 10 The mechanism for evolution of vortex filaments in the braid regions

Meiburg & hasheras<sup>[17]</sup>的数值和实验证实,相应初始扰动的方向,平板尾迹的 Kármán 涡街演化为对称和反对称两种封闭涡环,与上面结果类似.

# 五、结论

(1) 计算结果展现了圆柱尾迹中初始为展向的旋涡涡量在空间的重新定向和重新分布. 形成流向涡量的时间和空间过程.

(2) Kármán 涡的三维演化具有马蹄涡结构,上、下层马蹄涡与流向近似成 45°和 135°的倾角,沿展向具有相同排列.

(3) Kármán 涡街涡辫区涡丝的三维演化具有 λ 涡构型, 与 Kármán 涡相缠绕形成近 乎封闭的涡环. 根据初始扰动的方向, 涡环沿展向具有对称和反对称的两种构型.

(4) Kármán 涡街的三维演化机理在于大尺度涡在时均流场的剪切作用下的变形,是在 涡丝自诱导与背景流场的相互作用结果.同时,涡辫区涡丝沿流场主应变方向的强烈变形 与拉伸,形成小尺度涡结构.

**感谢**: 本项研究得到中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室 (LNM) 的支持.

#### 参考文献

- [1] Townsend A A, The Structure of Turbulent Shear Flow, London: Cambridge University Press, 1956
- [2] Grant M L, J Fluid Mech, 1958, 4:149
- [3] Payne F and Lumley, J Phys Fluids Supp, 1967, 10:s194
- [4] Hama F R, J Aero Sci, 1957, 24:156
- [5] Gerrard J H, Philoc Thans R Soc, 1978, 288:351
- [6] ShiraKashi M, Yamagguchi S, Mochimaru Y and Yamane R, Fluid Dyn Res, 1988, 4:25
- [7] Yamane R Tanaka Y, Mockimaru Y, Yagita M and Shirakashi M, Bell of JSME, 1986, 29(257): 3767
- [8] Mumford J C, J Fluid Mech, 1983, 137:447
- [9] Bonnet J P, Delville J and Garem H, Exp Fluids, 1986, 4:189
- [10] Hussain A K M F and Hayakawa M, J Fluid Mech, 1987,180:193
- [11] Hayakawa M and Hussain A K M F, J Fluid Mech, 1989, 206:375
- [12] Willimson C H K, Phys Fluids, 1988,31:3165
- [13] Roshko A, AIAA J, 1976,14:1349
- [14] Breidenthal R, Phys Fluids, 1980,23:1929
- [15] Bisset P K, Antonia K A and Browne W B, J Fluid Mech, 1990,218:439
- [16] Ashurst M T and Meiburg E, J Fluid Mech, 1988,189:87
- [17] Meiburg E and hasheras J C, J Fluid Mech, 1988,190:1
- [18] Lasheras J C and Meiburg E, Phys Fluids, 1990,34:371
- [19] Aref H and Flinchem E P, J Fluid Mech, 1984,148:477
- [20] Okubo M, Yamane R and Oshima S, Fluid Dyn Res, 1988,4:39
- [21] 武作兵,凌国灿, Kármán 涡街流场的定性分析研究, 空气动力学报, 1992,10(1):90
- [22] Okude M and Matsui T, Trans Jap Soe Aero Space Sci, 1990,33(99):1
- [23] Okude M, Wada K and Matsui T, J Jpn Soc Fluid Mech, 1991,10:24 (in Japanese)
- [24] Hintz J V, Turbulence, 2nd ed. New York, McGRAM-Hill, 1975
- [25] Savill A M, In Structure of Complex Turbulent Shear Flows, Berlin: Springer-Verlag, 1983, 185
- [26] Larue J C and Libby P A, Phys Fluids, 1974,17:873

# NUMERICAL STUDY ON THE MECHANISM FOR THREE-DIMENSIONAL EVOLUTION OF VORTEX AND THE STRUCTURAL FEATURES IN THE WAKE BEHIND A CIRCULAR CYLINDER

Wu Zuobing, Ling Guocan

(LNM, Institute of Mechanics, Academia Scinica, Beijing 100080)

Abstract In this paper, the mechanism and dynamic process for three-dimensional evolution of the Kármán vortices and the vortex filaments in the braid regions, and the structural features in the wake behind a circular cylinder at moderate Reynolds number ( $\approx 10^3$ ) have been studied numerically. The vortex filament in the wake field are tracked by the inviscid vortex dynamics and the localized-induction approximation (LIA) method. The time-averaged velocity field of the wake and Kármán vortex street flow field are considered as two kinds of the background flow field. The deformation of vortex filament is assumed to be periodic along the spanwise direction. The initial small disturbances used are exponential and harmonic disturbances in a period, respectively. The results show that Kármán vortices and the vortex filaments in the braid regions have the spanwise instability, and the streamwise vorticity arises from the instability. The large and small scale organized vortical structures in the process for three-dimensional transition are expressed. The mechanism of their evolution is analyzed further in the paper.

Key words wake, Kármán vortex street, braid region, streamwise vorticity, coherent structure