

转子系统模态参数现场识别技术研究*

郑钢铁 黄文虎

(哈尔滨工业大学, 哈尔滨, 150006)

提要 基于时域振动参数识别理论, 本文讨论了由转子和油膜轴承构成的转子系统的模态参数现场识别问题。本文所述方法不需要施加人工激振, 仅在轴承座处测量轴承座的振动和转子的绝对振动, 可以在线应用。

关键词 模态参数, 参数识别, 转子系统

1. 引言

现代高速旋转机械通常采用柔性转子, 其工作转速可能接近第二临界转速。因此, 必须精确地确定转子系统的各阶固有频率。对于工业用转子系统, 一般不允许采用将转速升高至第二临界转速的方法确定第二临界转速。而要求能够精确地确定转子系统模态参数的方法。

转子系统由转子和轴承构成, 滑动轴承的油膜所形成的弹性支承对转子系统的模态有很大的影响, 模态参数的确定也是识别油膜动态特性参数的前提。由于轴承的油膜只有当转子系统处于工作状态时才能形成, 因而模态参数的确定也必须在转子系统处于工作状态的现场实地进行。通常识别转子系统的物理参数和模态参数需要施加人工激振^[1,2], 但对于大型高速工业用转子施加人工激振还是十分困难的。由于上述原因, 迄今还缺少确定转子系统模态参数的实用方法。

本文基于时域振动参数识别理论, 提出了一种识别方法, 即在转子系统处于工作状态下, 利用转子的不平衡响应, 以轴承座处轴颈的绝对振动和相对于轴承座的相对振动信号并利用有关转子系统的某些先验知识, 来进行转子系统的模态参数的现场识别。

2. 数据处理方法

数据处理的首要任务是解决测量噪声干扰大的问题。它直接关系到识别方法的有效性问题。仪器的工作环境差和转子转速的随机波动是测量噪声的主要来源。

在稳定工况下, 转子系统的振动具有周期性。由于油膜反力的非线性, 转子的响应可以表示成多次谐波的线性组合

$$x(t) = \sum_{j=1}^J u_j \cos \omega_j t + v_j \sin \omega_j t, \quad \omega_1 = \omega \quad (1)$$

其中, ω 是转子的角速度。利用响应的这一特点, 首先对测量数据进行多段平均处理。以

* 国家自然科学基金资助项目。

本文于1990年5月21日收到来稿, 于1990年10月31日收到修改稿。

相位信号作为触发信号,在同一转速下,将多个不同周期的振动信号叠加在一起,并除以叠加的次数。多段平均处理主要剔除平稳随机噪声的影响。图1是轴颈的相对振动信号经过30周期平均处理前后的频谱分析结果。显然,方法是有效的。

将经过多段平均处理后的测量数据再进行谱分解,计算指定的谐波的系数,然后重新构造响应的时域函数。目的是剔除非平稳随机噪声的干扰。时间历程函数重构的另一个目的是使各振动信号含有相同的频率成份,有规整的形式,以满足谐波平衡的要求和下一步计算的需要。

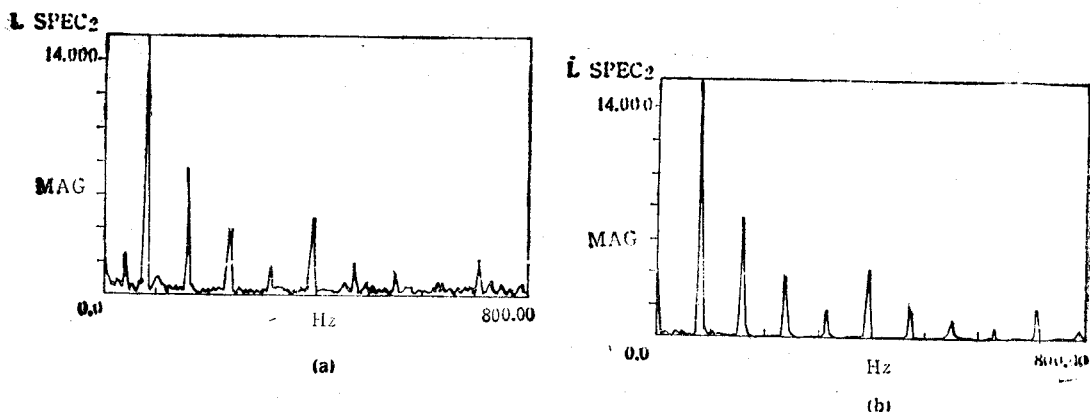


图1 时域平均前后的频谱分析结果

为了剔除余下的噪声,在识别参数时采用了最小二乘法。

数据预处理的另一个任务是计算参数识别方法用到的数据的多重积分。

将(1)式改写成

$$x(t) = \alpha_{\beta(t)} \quad (2)$$

$$\alpha = \{u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_J, v_J\}$$

$$\beta(t) = \{\cos \omega_1 t, \sin \omega_1 t, \cos \omega_2 t, \sin \omega_2 t, \dots, \cos \omega_J t, \sin \omega_J t\}^T$$

记

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0 & \omega_1^{-1} \\ -\omega_1^{-1} & 0 & & \\ & 0 & \omega_2^{-1} & \\ & -\omega_2^{-1} & 0 & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 & \omega_J^{-1} \\ & & & -\omega_J^{-1} & 0 \end{bmatrix}, \sigma = \{-1, 0, -1, 0, \dots, -1, 0\}^T$$

可以得到 $x(t)$ 的 K 重积分

$$S_K(t) = \int_0^t \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_{K-1}} x(t_K) \prod_{i=0}^{K-1} dt_{K-i} = \alpha \left[\sum_{i=1}^K \frac{\gamma^i}{(K-i)!} t^{K-i\sigma} + \tau^K(\beta(t) + \sigma) \right] \quad (3)$$

由(3)式计算数据的各次积分,即可以简化计算,又可以保证计算精度。

3. 参数识别方法

首先讨论参数识别方法所用到的基本方程式。

转子系统的运动微分方程为

$$M \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1(t) \\ \ddot{X}_2(t) \end{Bmatrix} + C \begin{Bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{Bmatrix} = A\omega^2 \cos \omega t + B\omega^2 \sin \omega t + \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

其中, $F(t)$ 是由油膜反力构成的列向量, $X_1(t)$ 是由轴颈的绝对振动构成的列向量, M 、 C 和 K 分别是转子的质量、阻尼和刚度矩阵, $A\omega^2 \cos \omega t + B\omega^2 \sin \omega t$ 是不平衡力, $x_2(t)$ 对应于其它振动力。

利用谐波平衡原理, 在(4)式中可以将不平衡力这一项去掉。去掉不平衡力项后, 参加计算的响应数据中不再含有一次谐波。将去掉不平衡力项的(4)式改写成状态方程

$$\dot{W}(t) = GW(t) + EF(t) \quad (5)$$

其中

$$W_1(t) = \begin{Bmatrix} X_1(t) \\ \dot{X}_1(t) \end{Bmatrix}, W_2(t) = \begin{Bmatrix} X_2(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{Bmatrix}, W(t) = \begin{Bmatrix} W_1(t) \\ W_2(t) \end{Bmatrix}, G = \Phi \Gamma \Phi^{-1}$$

Φ 和 Γ 分别是系统的振型矩阵和复频率矩阵。

$$\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2N}), \Phi = [\phi_1^T \phi_2^T]^T$$

N 是系统的自由度, ϕ_1 是由振型矩阵中对应于布置测点的自由度的分量构成的列向量。

解方程(5), 得

$$W_1(t) = \phi_1 e^{\Gamma t} \int_0^t e^{-\Gamma \tau} \Phi^{-1} E F(\tau) d\tau \quad (6)$$

这里设初值的影响已经衰减掉。

由于高次谐波的能量一般比较小, 并且在响应数据的预处理过程中可以控制参加模态参数计算的谐波的阶次, 响应中高阶模态分量所占的能量很小, 可以忽略不计, 仅需要识别前 n 阶模态 ($n < N$)。所以, (6)式可以改写成

$$W_1(t) \approx \tilde{\Phi}_1 e^{\tilde{\Gamma} t} \int_0^t e^{-\tilde{\Gamma} \tau} \tilde{\Psi} F(\tau) d\tau \quad (7)$$

其中, $\tilde{\Phi}_1$ 和 $\tilde{\Gamma}$ 是 $2n$ 列矩阵。

不失一般性, 仅讨论 $2L = n$ 的情况。这里 L 是测点数, 为轴承座数的两倍。对(7)式积分, 得

$$\begin{aligned} S_1(t) &= \int_0^t W_1(t_1) dt_1 = \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Gamma}^{-1} \int_0^t e^{\tilde{\Gamma}(t-\tau)} \tilde{\Psi} F(\tau) d\tau + q_1 \\ S_2(t) &= \int_0^t \int_0^{t_1} W_1(t_2) dt_2 dt_1 = \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Gamma}^{-1} \int_0^t e^{\tilde{\Gamma}(t-\tau)} \tilde{\Psi} F(\tau) d\tau + q_2 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} q_1 &= -\tilde{\Phi}_1 \tilde{\Gamma}^{-1} \tilde{\Psi} \int_0^t F(\tau) d\tau \\ q_2 &= -\tilde{\Phi}_1 \tilde{\Gamma}^{-2} \tilde{\Psi} \int_0^t F(\tau) d\tau - \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Gamma}^{-1} \tilde{\Psi} \int_0^t \int_0^{t_1} F(t_2) dt_2 dt_1 \end{aligned}$$

由 $S_1(t)$ 、 $S_2(t)$ 和 $W_1(t)$ 得

$$\begin{Bmatrix} S_1(t) \\ W_1(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-1} \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix} \int_0^t e^{\tilde{F}(t-\tau)} \Psi F(\tau) d\tau + \begin{Bmatrix} q_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} S_2(t) \\ S_1(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-1} \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix} \tilde{F}^{-1} \int_0^t e^{\tilde{F}(t-\tau)} \Psi F(\tau) d\tau + \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

由(9)式,得

$$\int_0^t e^{\tilde{F}(t-\tau)} \Psi F(\tau) d\tau = \tilde{F} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-1} \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{Bmatrix} S_2(t) \\ S_1(t) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_1 \end{Bmatrix} \right)$$

将上式代入(8)式,整理后得

$$\begin{Bmatrix} S_1(t) \\ W_1(t) \end{Bmatrix} = H \begin{Bmatrix} S_2(t) \\ S_1(t) \end{Bmatrix} - H \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$H = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-1} \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix} \tilde{F} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-1} \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ H_1 & H_2 \end{bmatrix}$$

(10)式可以改写成

$$S_0(t) = H_1 S_2(t) + H_2 S_1(t) + V_1 \int_0^t F(t_1) dt_1 + V_2 \int_0^{t_1} F(t_2) dt_2 dt_1 \quad (11)$$

其中, $S_0(t) = W_1(t)$, V_1 和 V_2 是常数矩阵。称(11)式为多重积分模型,是识别方法采用的基本方程。

当 $KL = n$ 时,仿照上面的推导过程,可以得到多重积分模型的普遍形式

$$S_0(t) = \sum_{i=1}^K H_{K-i+1} S_i(t) + \sum_{i=1}^K V_i R_i(t) \quad (12)$$

其中

$$S_j(t) = \int_0^t \cdots \int_0^{t_{j-1}} W_1(t_j) \prod_{i=1}^{j-1} dt_{j-i} \quad (j \geq 1)$$

$$R_j(t) = \int_0^t \cdots \int_0^{t_{j-1}} F(t_j) \prod_{i=0}^{j-1} dt_{j-i} \quad (j \geq 1)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & I \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ H_1 & H_2 & \cdots & H_{K-1} & H_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-(K-1)} \\ \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-(K-2)} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix} \tilde{F} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-(K-1)} \\ \tilde{\Phi}_1 \tilde{F}^{-(K-2)} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_1 \end{bmatrix}^{-1}$$

采用多重积分模型解决了测量点数少于待识别的模态数问题(测量点数不足)。

激振力无法测量的问题: 虽然应用谐波平衡原理在方程中去掉了不平衡力项。但当油膜反力未知时,激振力无法测量的问题仍有待于解决。

无论是依据长轴承理论还是短轴承理论^[9],油膜反力都具有下面的形式

$$\begin{aligned} f(t) \approx & \omega(d_1 x_r(t) + d_2 y_r(t)) + d_3 \dot{x}_r(t) + d_4 \dot{y}_r(t) \\ & + d_5 \dot{x}_r(t) x_r(t) + d_6 \dot{x}_r(t) y_r(t) + d_7 \dot{y}_r(t) x_r(t) + d_8 \dot{y}_r(t) y_r(t) \end{aligned}$$

其中, $x_r(t)$ 和 $y_r(t)$ 是轴颈相对于轴承座在两个相互垂直方向上的相对振动, $d_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 是油膜反力的系数。所以, $F(t)$ 可以表示成

$$F(t) = D_1 \omega Z(t) + D_2 \dot{Z}(t) + D_3 W(t) \quad (13)$$

其中, $D_i (i = 1, 2, 3)$ 是系数矩阵,

$$Z(t) = \{x_{r1}(t), y_{r1}(t), \dots, x_{r\frac{L}{2}}(t), y_{r\frac{L}{2}}(t)\}^T$$

$$W(t) = \{\dot{x}_{r1}(t)x_{r1}(t), \dot{x}_{r1}(t)y_{r1}(t), \dots, \dot{x}_{r\frac{L}{2}}(t)x_{r\frac{L}{2}}(t), \dot{x}_{r\frac{L}{2}}(t)y_{r\frac{L}{2}}(t)\}^T$$

将(13)式代入(12)式,整理后得

$$\begin{aligned} S_0(t, \omega) = & \sum_{i=1}^K H_{K-i+1} S_i(t, \omega) + \sum_{i=1}^K (V_i D_1) \omega P_i^1(t, \omega) + \sum_{i=1}^K (V_i D_2) P_i^2(t, \omega) \\ & + \sum_{i=1}^K (V_i D_3) P_i^3(t, \omega) \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$P_i^j(t, \omega) = \int_0^t \dots \int_0^{t_{j-1}} Q(t_j) \prod_{k=1}^{j-1} dt_{j-k}$$

$$Q(t) = \begin{cases} Z(t) & i = 1 \\ \dot{Z}(t) & i = 2 \\ W(t) & i = 3 \end{cases}$$

将(14)式中 $S_i(t)$ 改记成 $S_i(t, \omega)$ 的目的是为了说明转子系统的振动量也是转子转速的函数。以 $S_i(t, \omega)$ 和 $P_i^j(t, \omega)$ 识别参数矩阵,从而将问题化为激励力可以测量情况下的参数识别问题。

模态参数的计算方法: 若矩阵 H 的子矩阵是 H_i , 则其特征值是转子本身处于自由—自由状态的复频率; 若矩阵 H 的子矩阵是 $H_i + O_i^1(V_i D_1)\omega + O_i^2(V_i D_1)$ (O_i^1 和 O_i^2 是装配矩阵), 则其特征值是转子系统的复频率。在两种情况下, H 的特征向量的倒数第 $L+1$ 个分量到倒数第 $2L$ 个分量是振型分量。($i = 1, 2, \dots, K$)

在处理工程问题时,为了保证数据矩阵具有良好的性能,需要同时利用多个不同转速下的测量数据。与之对应的模态试验是正弦扫描激励。

设在 I 个不同的转速下测量振动量,记为

$$S_j(t) = \sum_{i=1}^I S_j(t, \omega_i), \quad P_i^1(t) = \sum_{i=1}^I \omega_i P_i^1(t, \omega_i), \quad P_i^2(t) = \sum_{i=1}^I P_i^2(t, \omega_i),$$

$$P_i^3(t) = \sum_{i=1}^I P_i^3(t, \omega_i)$$

由(14)式,得

$$\begin{aligned} S_0(t) = & \sum_{i=1}^K H_{K-i+1} S_i(t) + \sum_{i=1}^K (V_i D_1) P_i^1(t) + \sum_{i=1}^K (V_i D_2) P_i^2(t) \\ & + \sum_{i=1}^K (V_i D_3) P_i^3(t) \end{aligned} \quad (15)$$

记

$$\Theta = [H_K, H_{K-1}, \dots, H_1, (V_1 D_1), (V_2 D_1), \dots, (V_K D_1)]$$

$$V(t) = \{S_1^T(t), S_2^T(t), \dots, S_K^T(t), P_1^T(t), P_2^T(t), \dots, P_K^T(t)\}^T$$

以 $S_0(t)$ 和 $V(t)$ 构造数据矩阵, 得到代数方程

$$S_0 = \Theta V \quad (16)$$

$$S_0 = [S_0(t_1), S_0(t_2), \dots, S_0(t_M)], V = [V(t_1), V(t_2), \dots, V(t_M)]$$

以最小二乘法解方程(16), 得

$$\Theta = (S_0 V^T)(V V^T)^{-1} \quad (17)$$

以 Θ 的子矩阵构造矩阵 H , 进而得到模态参数。

4. 应用实例

本文所述方法的正确性经计算机仿真实验结果检验, 得以证实。为了检验方法的有效性, 我们在黑龙江省电力实验研究所的模拟十万千瓦汽轮机高压转子运行情况的模型上进行了实验。图2是试验台简图。高压转子和电机以不传递弯矩的挠性联轴节相联, 故可以不计电机对转子振动特性的影响。

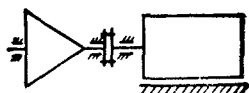


图2 试验台简图

由于目前还无法用解析方法得到比较准确的油膜动态特性参数^[4], 无法用有限元方法对转子系统模态参数的识别结果进行检验。所以, 只能采用变转速扫描共振转速的方法, 但这种方法由于受到必须快速通过共振转速的操作要求的限制, 只能给出共振转速的范围。工程界认为用经计算机仿真实验结果检验是正确的识别方法得到的识别结果就是准确的结果^[1,2]。因为转子本身处于自由—自由状态时的固有频率可以用有限元方法比较准确地得到(因阻尼参数矩阵的确定问题还没有比较好地解决, 尼阻和振型的计算精度无法保证), 所以, 其识别结果可以用理论值进行检验。

取不平衡响应的2、3和4次谐波。识别前4阶模态, 加上4个刚体模态, 共识别8阶模态。测量振动量的转速如下:

$$505, 602, 805, 905, 1102, 1202, 1305, 1405, 1605, 1708, 1905, 2002(\text{rpm})$$

转子本身处于自由—自由状态时的固有频率的识别结果如下:

$$69, 198, 383, 557(\text{rad/sec})$$

识别结果和有限元模型的计算结果相同。因此, 识别方法是有效的。

参 考 文 献

- [1] Vance, J. M., et al., Critical Speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements, J. of Vib. Acous. Stree & Relia. in Design, Trans. ASME, 1987, 109(1).
- [2] Ellis, J., et al., The experimental determination of squeeze-film dynamic coefficients using the state variable filter method of parametric identification, Trans. ASME, J. of Tribology, 1989, 110(1).
- [3] 钟一谔等, 转子动力学, 清华大学出版社, 1987.

AN INVESTIGATION INTO THE FIELD IDENTIFICATION TECHNIQUE OF MODAL PARAMETERS OF ROTATING SYSTEM

Zheng Gangtie, Huang Wenhui

(Harbin Institute of Technology, Harbin, 150006, China)

Abstract Based on the time-domain vibrating parameter identification theory, the field identification technique of modal parameters of rotating system composed of oil-film bearings and rotor is investigated in the present paper. The method proposed by this paper does not need artificial excitation force and only needs the vibration signal of bearings and neck journals. This method can be applied on-line.

Key words Modal Parameter, Parameter Identification, Rotating System