

扩展裂纹尖端奇异场的实验研究*

刘宝琛 蔺书田

(清华大学工程力学系, 北京, 100084)

摘要 用云纹方法测量了 LY12-M 铝材, 双边裂纹试件, 扩展裂纹沿 x 和 y 方向位移场 u_x, u_y . 实验的裂纹尖端奇异场与 GH 理论奇异场^[1-10]进行了比较. 两者偏差在 $\pm 10\%$ 范围内, 得到实验的 GH 奇异场范围与形状. 实验证明: 扩展裂纹尖端场有 $\left(\ln \frac{A}{r}\right)^{2+1}$ 奇异主导区. 该主导区形状由腰子形向扁圆、圆形过渡, 接近裂纹扩展时形状不规则. 在 GH 主导区内, 裂纹尖端附近有一个三维锥形, 材料损伤区. 在该区内 GH 奇异性不存在.

关键词 裂纹尖端, 奇异场, 损伤区, 云纹法

一、概 述

裂纹尖端变形场和奇异场的研究在断裂力学中是一个中心课题. 对于脆性材料, 裂纹尖端奇异性以应力强度因子 K 来描述, 它具有 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 奇异性^[1]. 对于弹塑性材料, 在小范围屈服条件下, 裂纹起裂前用 J 积分^[2]或与材料应变硬化指数 n 有关的函数描绘裂纹尖端奇异性, 通常称 HRR 奇异性^[3-4]. Chiang, Harrosh 和 Liu^[5-6]进行了 HRR 奇异场的实验研究工作. 当裂纹开始扩展, 裂纹尖端奇异场不是 HRR 奇异场. Rice^[7]与 Gao^[9]对理想弹塑性材料, 裂纹尖端奇异性进行了理论分析. Gao 与 Hwang 等研究了幂硬化材料, 扩展裂纹尖端奇异性^[8-11].

本文用云纹方法^[12]研究了幂硬化材料(铝合金 LY12-M), 双边裂纹试件, 裂纹尖端变形场, 得到裂尖附近二维位移场分布. 用实验的扩展裂纹尖端奇异场与 Gao 与 Hwang 理论解进行比较. 两者偏差在 $\pm 10\%$ 带宽内, 得到 GH 主导区范围. 实验证明, 扩展裂纹 GH 奇异场是存在的.

二、实验原理

试件材料为铝合金 LY12-M, 板厚为 1.44mm 做成标准拉伸试件, 取轧辗方向与垂直于轧辗方向共 8 个试件, 进行材料基本性能试验. 在电子拉伸机上, 得到由弹性加载直到试件破坏的载荷、应变曲线. 试件上还贴电阻应变片, 用以较精确确定弹性模量 E 、泊松比 ν 和工程屈服极限 $\sigma_{0.2}$. 载荷-应变曲线按 Ramberg-Osgood 应力应变规律拟合, 得

本文于 1990 年 5 月 3 日收到第一稿, 1990 年 9 月 10 日收到修改稿.

* 本工作得到国家自然科学基金资助.

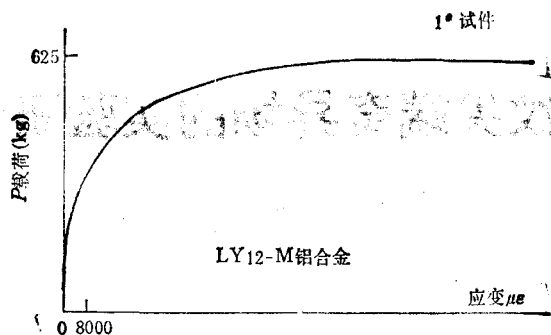


图1 LY12-M 典型的拉伸载荷应变曲线

到材料的硬化指数 n 和常数 α , 如下式:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (1)$$

式中 ϵ_0 为屈服应变, σ_0 屈服应力. 铝 LY12-M 材料典型的载荷-应变曲线如图 1 所示. 通过试验得到材料基本常数为弹性模量 $E = 0.706 \times 10^4 \text{ GPa}$, 屈服应力 $\sigma_{0.2} = 81.99 \text{ MPa}$, 泊松比 $\nu = 0.348$, 幂硬化指数 $n = 6.5$, 材料常数 $\alpha = 1.132$.

在扩展裂纹试验中, 试件材料沿轧辗方向取材, 加工成单向拉伸双边裂纹试件, 试件的基本尺寸如图 2. 裂纹是用 0.1mm 直径的钼丝, 电火花加工而成, 裂纹尖端是直径为 0.1mm 的钝尖, 没有预制疲劳裂纹. 围绕裂纹尖端贴有 20 线/mm, 或 40 线/mm 的云纹正交光栅, 为了得到 x, y 方向位移场 u_x, u_y . 试件被夹持在特制的位移控制, 20 吨试验机上. 两端靠摩擦夹紧, 实现加载, 由力传感器测量每一级载荷. 靠试件夹持两端装有百分表, 在每一级载荷下, 测量标距长 $L = 280$ 毫米的相对位移 ΔL . 变形的云纹栅记录下来, 在光学滤波系统中可以得到 x, y 方向位移场 u_x, u_y 分布. 光路如图 3. 或在试件

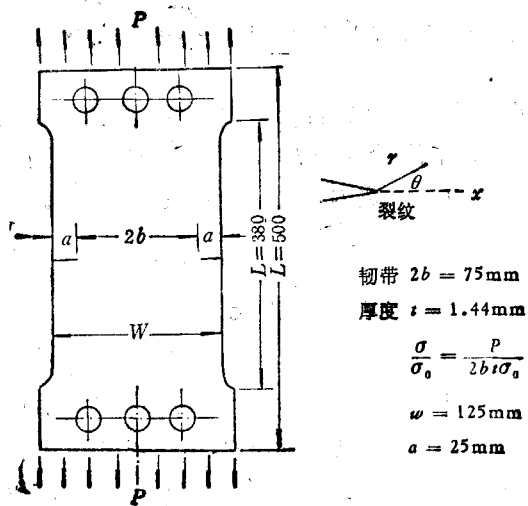


图2 试件的基本尺寸

栅上覆一张单线参考栅,直接得到位移场,试验中 n 个试件曾用不同方法,裂纹扩展后典型的位移场 u_x, u_y , 如图版 IV 照片所示。

云纹条纹所代表的位移表达式如下:

$$\begin{aligned} u_x &= Np \\ u_y &= N'p \end{aligned} \quad (2)$$

式中 p 为栅线间距, u_x 为 x 方向位移, N 为 x 方向条纹级数, u_y 为 y 方向位移, N' 为 y 方向条纹级数。在特殊光路中还可以记录 z 方向位移场 u_z , 但本试验没有进行 z 方向位移场测量。

三、实验及理论解分析

通过实验直接得到的位移场可以和理论

解的位移场比较,精度是能得到保证的。由实验的位移场分布图,经过差值处理,得到以裂纹尖端为坐标中心的 $15^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 75^\circ; 90^\circ$ 极坐标射线上位移值 u_x 或 u_y 。在处理中重点比较了加载方向的位移 u_y 。

在扩展裂纹尖端, Gao-Hwang 理论解中, I 型, 平面应变, 幂硬化材料, 位移、应变、应力具有如下奇异性表达式^[10-11]

$$\left. \begin{aligned} u_i &= r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\bar{\alpha}+1} \tilde{u}_i(\theta, E, \nu, n, \alpha, F) \\ \varepsilon_{ij} &= \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\bar{\alpha}+1} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, E, \nu, n, \alpha, F) \\ \sigma_{ij} &= \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\bar{\alpha}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, E, \nu, n, \alpha, F) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $\bar{\alpha} = \frac{1}{n-1}$; A 与载荷有关的积分常数; $\tilde{u}_i, \tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{\varepsilon}_{ij}$ 为位移, 应力, 应变的角分布函数。Dai 与 Hwang^[10,13] 对幂硬化材料, I 型平面应变, 非常扩展问题, 弹塑性渐近场, 裂纹尖端场分四区, 如图 4 所示。位移有如下表达式:

在 1 区(主塑性区)

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{bmatrix} = \varepsilon_{y_0} r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\bar{\alpha}+1} \begin{bmatrix} -\cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix}, \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \right)$$

在 2 区(扇形区)

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{bmatrix} = r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\bar{\alpha}+1} \begin{bmatrix} -\varepsilon_{y_1} \cos 2\theta \\ \varepsilon_{y_0} + \varepsilon_{y_1} (\sin 2\theta - 1) \end{bmatrix} \left(\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi - \tilde{\beta} \right)$$

在 3 区(卸载区)

$$u_r = -\varepsilon_{y_1} r \{ \ln [A \sin \tilde{\beta} / (r \sin \theta)] \}^{\bar{\alpha}+1} \cos 2\theta$$

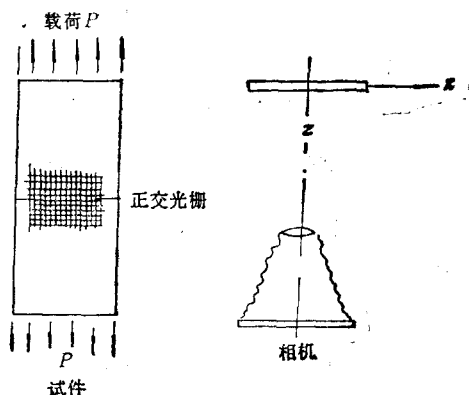


图 3 试验光路

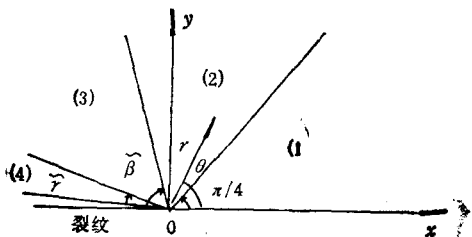


图 4 裂纹尖端弹塑性渐近场

$$\left. \begin{aligned}
 u_\theta &= \varepsilon_{y_1} r \{ \ln [A \sin \tilde{\beta} / (r \sin \theta)] \}^{\tilde{\alpha}+1} \sin 2\theta + (\varepsilon_{y_0} - \varepsilon_{y_1}) r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1} \\
 &\quad (\pi - \tilde{\beta} \leq \theta \leq \pi - \tilde{\gamma}) \\
 \text{在 4 区(第二塑性区)} \\
 u_r &= -\varepsilon_{y_1} r \{ \ln [A \sin \tilde{\beta} / (r \sin \tilde{\gamma})] \}^{\tilde{\alpha}+1} \cos 2\theta \\
 u_\theta &= \varepsilon_{y_1} r \{ \ln [A \sin \tilde{\beta} / (r \sin \tilde{\gamma})] \}^{\tilde{\alpha}+1} \sin 2\theta + (\varepsilon_{y_0} - \varepsilon_{y_1}) r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1} \\
 &\quad (\pi - \tilde{\gamma} \leq \theta \leq \pi)
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon_{y_0} &= \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{\pi+1}{2}} C F^{\frac{1}{\alpha}} \\
 \varepsilon_{y_1} &= \varepsilon_{y_0} + \frac{2(1-\nu^2)F}{(\tilde{\alpha}+1)E}
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

C 为材料常数, F 为渐近分析中的常数。

由图 4 可以看出, 当 $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ 范围内渐近解在主塑性区和扇形区内, 经过坐标变换, 在 y 方向位移分量 u_y 表示如下:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{在 1 区内(主塑性区内)} \\
 u_y &= \varepsilon_{y_0} r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1} \sin \theta \\
 \text{在 2 区内(扇形区内)} \\
 u_y &= r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1} \left[\varepsilon_{y_0} \sin \theta + \frac{2(1-\nu^2)F}{(\tilde{\alpha}+1)E} (\sin \theta - \cos \theta) \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

同理也可写出 x 方向位移分量 u_x 在 1, 2 区内表达式。(6)式同样是弹塑性材料, I 型平面应变非定常扩展渐进解。

本文实验是在平面应力状态下进行的, 裂纹扩展后, 假设位移奇异性仍为 $\left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1}$ 特性, 并取角分布函数在 1, 2 区内都遵循 $\sin \theta$ 变化规律, 即得位移表达式如下:

$$u_y = \varepsilon_{y_0} r \left(\ln \frac{A}{r} \right)^{\tilde{\alpha}+1} \sin \theta \quad (7)$$

(7)式为实验中与之比较的 GH 理论表达式, 式中 A 与载荷有关的待定常数, ε_{y_0} 为待定量, $\varepsilon_{y_0} \sin \theta$ 可统一看作角分布函数。

四、实验数据分析与理论解比较

如前所述, 通过实验得到在不同角度下 ($15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) 射线上位移分布, 可以进一步得到 $\left(\frac{u_y}{r} \right)^{\frac{1}{\tilde{\alpha}+1}} \sim \ln r$ 关系曲线。在任何一个加载状态下, 裂纹尖端场内, 任何一点的 $\left(\frac{u_y}{r} \right)^{\frac{1}{\tilde{\alpha}+1}}$ 值都是已知的。现在要寻找, 在实验的裂纹尖端场内, 满足(7)式的主导区范围, 一般简称 GH 解主导区范围。在(7)式中 A, ε_{y_0} 是两个待定常量。到目前为止尚没有理论分析或数值分析的平面应变结果, 也没有平面应力结果。本文用实验方

法确定这两个待定常量。

将(7)式经过变换,并将幂硬化指数 n 代入得到 GH 理论解表达式如下:

$$\left(\frac{u_y}{r}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\ln \frac{A}{r}\right) (\varepsilon_{y_0} \sin \theta)^{\frac{n-1}{n}} \quad (8)$$

(8)式的左边 $\left(\frac{u_y}{r}\right)^{\frac{n-1}{n}}$, 在裂纹尖端场内有实验值。在(8)式的右边有两个待定常数 A 和 ε_{y_0} 。可以通过实验点来确定常数 A 和 ε_{y_0} 。在确定 A 及 ε_{y_0} 过程中发现,当固定极坐标角度 θ 时,越靠近裂纹尖端 A 越小。而当固定极坐标矢径 r 时, θ 角越大, A 也越大。为了正确合理地确定每个加载状态下的 A 和 ε_{y_0} , 使得 A 在全域中最大与最小值相差小于 6%, 一旦 A 确定了, ε_{y_0} 也相应确定了。作者认为 A 代表与载荷有关的待定常数。在一定外载状态下, A 在全域中应该变化不大。在实验数据分析中, 处理了 No.1 试件 $\sigma/\sigma_{0.2} = 0.941; 0.986; 0.990; 1.036; 1.041; 1.061; 1.067$; No.3 试件 $\sigma/\sigma_{0.2} = 0.888; 0.961; 0.994$, 10 个加载状态, 0.941; 0.986 两个加载状态有 4 组裂纹尖端场数据。在一定外载状态下, A 被确定后, ε_{y_0} 是 θ 的增函数, 作者认为 ε_{y_0} 可以看作是角分布函数 $\sin \theta$ 的平面应力状态修正。 A, ε_{y_0} 确定以后, (8)式 GH 理论解可以在裂纹尖端全场解出来。为了与实验解比较, 也在 $\theta = 15^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 75^\circ; 90^\circ$ 各射线上求解。用实验的 $\left(\frac{u_y}{r}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ 与 GH 理论解进行比较, 并取 $\pm 10\%$ 偏差, 也就是在 $\left(\frac{u_y}{r}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ 实验/理论与 r 图上, 取 $\pm 10\%$ 带宽内定为两者符合范围, 如典型的 $\left(\frac{u_y}{r}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ 实验/理论- r 如图 5 所示。在每级外载状态下, 不同 θ 角度下, 两者符合范围都可得到, 从而得到实验的 GH 主导区形状, 如图 6 所示。

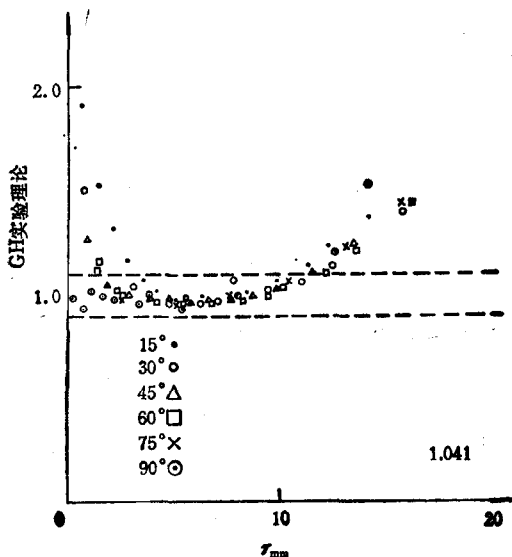
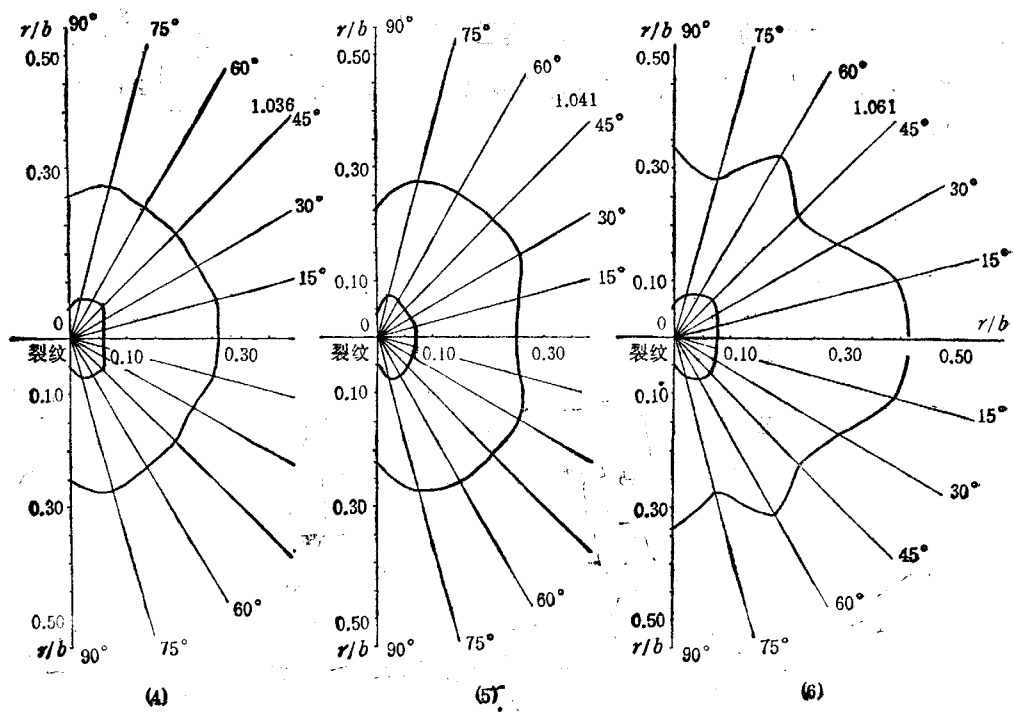
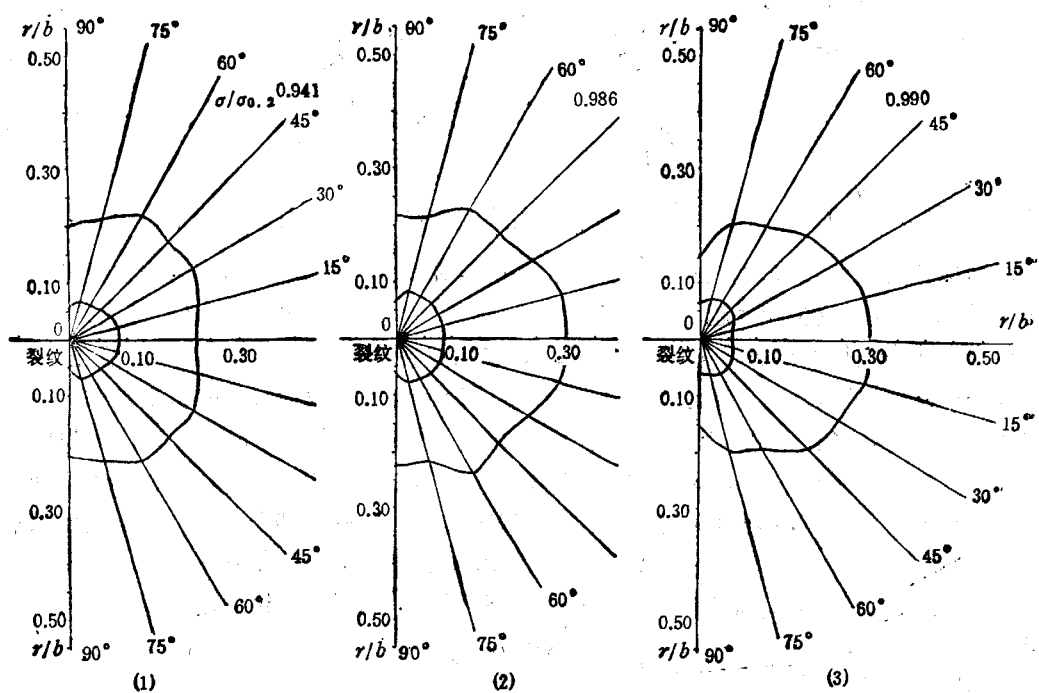


图 5 典型的 GH 实验/理论与 r 图



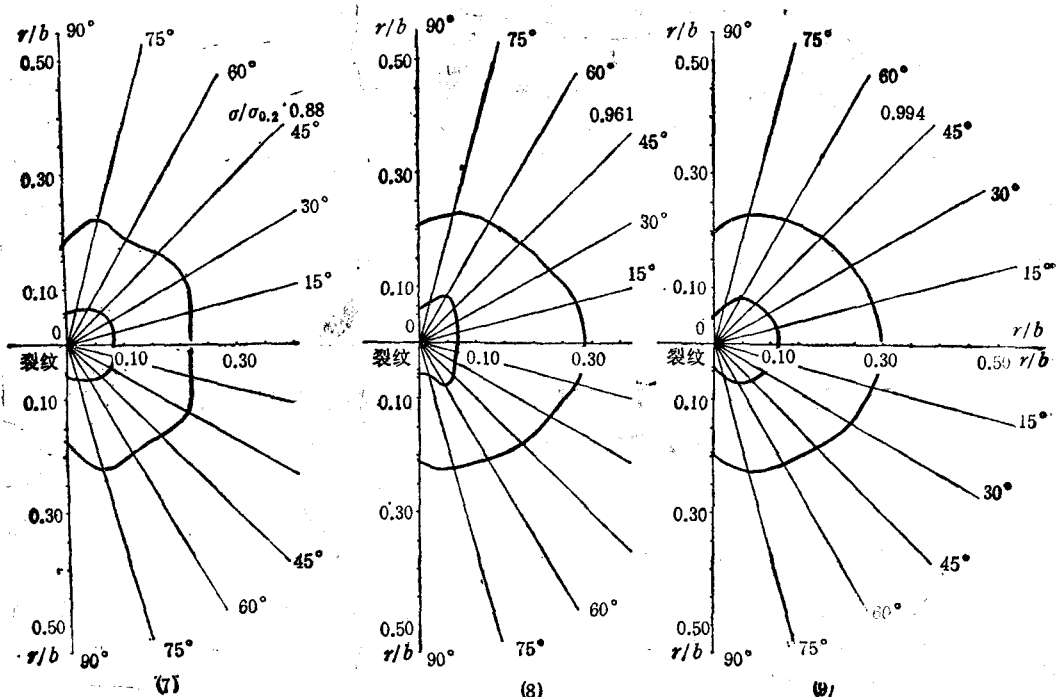


图 6 实验的 GH 场绕裂纹尖端分布图

五、结论与讨论

在理论解中 A 是与载荷有关的常数, 随外载荷增加而增加。在渐近解中, I 型平面应变的角分布函数为 $\sin \theta$ 。而在 I 型平面应力实验中, 在每级载荷下, ε_y 不是常数, 而随 θ 增加的增函数, 可以看成 ε_y 是平面应力对平面应变角分布函数的修正。实验的扩展裂纹尖端场存在着 $\left(\ln \frac{A}{r}\right)^{\frac{n}{n-1}}$ 奇异性主导区, (简称 GH 场)。对于 LY12-M 铝材, ($n=6.5$), 中等硬硬化材料, GH 场的形状, 随着外载增加, 由腰子形向扁圆或圆形发展, 裂纹快失稳扩展时 GH 场的形状不十分规则。在 GH 场内部, 大约试件厚度范围内, 存在着裂纹尖端三维变形及材料损伤区。随着裂纹不断扩展, 在该区内, 材料会损伤出现孔洞、微裂纹等复杂情况。在损伤区内 GH 解不存在。这一结果目前对铝 LY12-M 材料得到的, 今后还需进行其他材料 (n 不同) 实验, 希望得到进一步验证。

参 考 文 献

- [1] Williams, M. L., Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, 1957, 24(1): 109—114.
- [2] Rice, J. R., Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, 1968, 35(1): 379—386.
- [3] Hutchinson, J. W., Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, 16(1): 13—31.
- [4] Rice, J. R. and Rosengren, G. F., Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, 16(1): 1—12.
- [5] Chiang, F. P. and Hareesh, T. V., Int. Journal of Fracture Mechanics, 1988, 36, 243—257.
- [6] Liu, B. C. and Chiang, F. P., Experimental Investigation of the Singularity Field around Stationary Crack Tip for Different Materials. Paper presented at the 1987 ASME Applied Mechanics, Bioengineering and Fluids Engineering Conference, June 14—17, 1987, Cincinnati, OH.

- [7] Rice, J. R., *Mechanics of Solids*, Rodney Hill 60th Anniversary Volume, Ed. by Hopkins, H. G. and Sewell, M. J., Pergamon Press, Oxford, 1981: 539—562.
- [8] Gao, Y. C. and Hwang, K. C., *Advances in Fracture Research*, Proceedings of Fifth Int. Conf. on Fracture, Ed. D. Francois, Vol. 2, Pergamon Press., 1981: 669—682.
- [9] Gao, Y. C. and Zhang, X. T. and Hwang, K. C., *Acta Mechanica Sinica in China*, 1981, (5): 452—464.
- [10] Dai, Y. and Hwang, K. C., *ICF Int. Symp. on Fracture Mechanics*, Beijing, China, 1983, V: 305—311.
- [11] Amazigo, J. C. and Hutchinson, J. W., *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 1977, 25(2): 81—97.
- [12] Chiang, F. P., *Experimental Mechanics*, 1979, 16(11): 523—526.
- [13] 戴耀, 裂纹非正常扩展及断裂准则, 清华大学工学博士学位论文, 1984, 4.

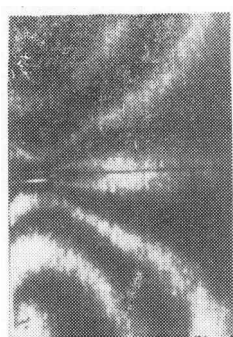
EXPERIMENTAL GH SINGULARITY FIELD AROUND GROWING CRACK TIP

B. C. Liu and S. T. Lin

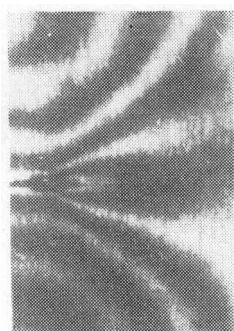
(Dept. of Eng. Mech. Tsinghua University, Beijing, 100084, China)

Abstract The displacement fields u_x, u_y of growing crack tip for LY12-M material specimens with double edge cracks are measured using Moire method. The experimental singularity fields are compared with GH theoretical field^[12-14]. The size and shape of the experimental GH singularity fields are obtained. The discrepancy of experiment and theory is within $\pm 10\%$. The experiments show that there is $\left(\ln \frac{A}{r}\right)^{\bar{a}+1}$ singularity dominant around growing crack tip. The shape of this region of dominant singularity are butterfly wing, then oblate, circular. Inside GH-field, there is 3-D deformed damage zone. In here, there isn't GH singularity.

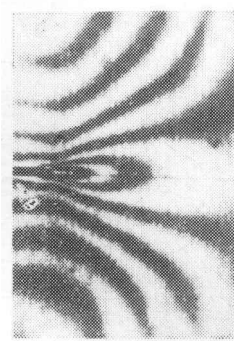
Key words crack tip, singularity field, damage zone, Moire method



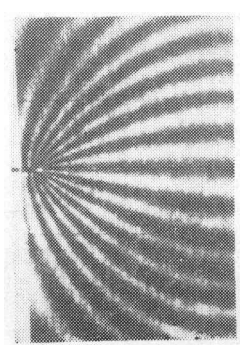
σ/σ_0 0.628 u_x -场



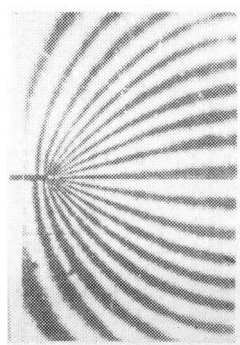
σ/σ_0 0.660 u_x -场



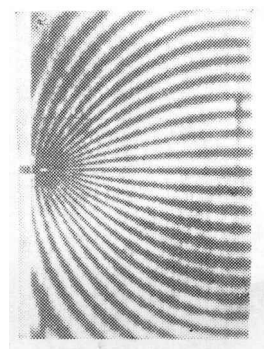
σ/σ_0 0.694 u_x -场



0.628 u_y -场



0.660 u_y -场



0.694 u_y -场

照片1 典型的裂纹尖端 u_x, u_y 场图