

激波诱导含灰气体边界层中的粒子分布

王 柏 懿

(中国科学院力学研究所)

S. L. Veselyi V. A. Kulikovskii A. N. Osipov

(莫斯科国立大学力学研究所)

提要 本文研究当激波沿着一个固体表面等速地穿越含灰气体运动时所诱导的层流边界层特性。考虑了作用在气体边界层中球形粒子的 Saffman 升力, 建议了一种计算近壁区中弥散相密度剖面的方法, 并给出了数值计算结果。本文结果表明: 在激波后方存在着一个弯曲的薄层区域, 其中的粒子密度可以比其波前原始值增加许多倍。这种粒子聚集效应对于工业中粉尘爆炸等实际问题具有重要意义。

关键词 含灰气体边界层, 粒子分布, Saffman 升力

一、引 言

了解和预测两相流动特征已成为流体动力学中一个重要而迅速发展的领域。激波和爆轰波可以导致气固悬浮体的形成, 研究其形成机制和动力学特性对于许多实际应用来说都是有意义的。例如, 粉末材料在加工运输过程中出现的粉尘爆炸便是一种严重的工业灾害。由于只有当粉尘以弥散状态存在而且粉尘浓度值达到某个特定的范围时, 气-固混合物才可能发生爆炸, 因此研究粉尘云的剖面及其粒子密度对于工业防爆安全是十分必要的。一些实验结果业已表明: 气体的流动或激波的传播都会使粉尘移离壁面, 并可能使之继续上升甚至超出气体边界层以外。这将造成外流中粒子密度的显著增加, 从而导致灾害性爆炸的可能。人们曾探讨了粉尘剥蚀和弥散的各种机制并建议了不同的模型, 诸如激波绕射^[1]、沉积层表面的动力不稳定^[2]、激波诱导的快速流动^[3]、剪切流中的 Saffman 力^[4]、旋转粒子的 Magnus 力^[5]以及湍流扩散^[6]等等。本文将研究 Saffman 升力引起的粒子上升运动, 它考虑激波穿越含灰气体层运动时平直表面附近的粒子密度分布。这里, 我们改进了文献[7]所发展的沿弥散相流线计算粒子密度的方法并用于计算含灰气体中运动的激波后方的粒子密度。本文给出近壁区弥散相质量密度分布的数值结果。这些计算结果表明: 在激波后方, 粒子将由于 Saffman 升力效应而聚集到某些薄层区域内, 因此该区域的粒子密度甚高。这类高粒子密度的薄层可能会超出气体边界层而进入外流区内。这种粒子聚集效应对于工业粉尘爆炸(特别是二次爆炸现象)等实际问题具有重要意义。

本文于1990年1月17日收到, 1990年6月8日收到修改稿。

二、基本方程

现考虑在一个平直表面上方存在着气-固悬浮体,有一个激波穿越该混合物运动。一般情况下,我们可以认为激波速度 U_s^* 和表面温度 T_w^* 恒定不变。但是波前未扰含灰气体中粒子密度通常为非均匀分布,即由于重力下沉效应在壁面附近的粒子密度最大。本文将假定波前半无限空间内均匀分布着粒子,这样既可以给出粒子聚集效应的基本特征又可以使流动问题的分析大大简化。对于未扰含灰气体中粒子非均匀分布的实际情况,作为一种近似处理,可以考虑粒子具有阶梯形分布:在壁面附近有一个粒子均匀分布的区域,其厚度 h 和粒子密度 ρ_s^* 均保持不变;在此区域以外,粒子密度十分小可以忽略不计。只要均匀含灰气体层的厚度 h 大于气体边界层厚度 δ ,本分析结果便可应用之。

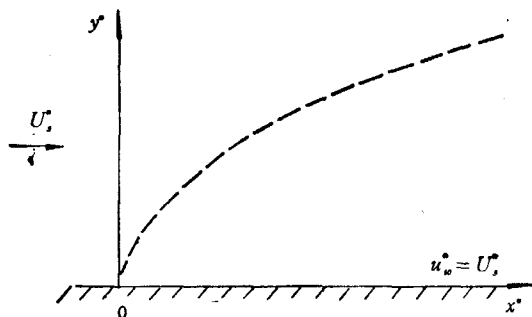


图1 激波固定坐标系

和通常一样,我们假定粒子均为半径为 σ 、质量为 m 的圆球,它们的体积分数很小,而且粒子间没有相互碰撞,它们的无规运动可以忽略不计。我们还假定气相为完全气体,只有动量输运和热传递过程将粒子与气体耦合起来。

令直角坐标系 (x^*, y^*) 固定在激波阵面上(参见图1),这时,激波驻定不动且流动变为定常的。波前的含灰气体以及固壁表面则以恒定速度 U_s^* 朝向激波运动。为研究这种流动体系,我们将采用可压缩含灰气体层流运动方程^[8]。在我们的情况下,基于粒子平衡长度 l 的 Re 数非常高,因此可以应用边界层概念并采用小参数渐近展开方法来匹配“外区解”和“内区解”。这就是说,激波在壁面附近区域内诱导了一个含灰气体边界层。至于气固两相间的动量交换,则采用 Klyachko 阻力公式^[9]和 Saffman 升力公式^[10]来表示。于是,每个粒子上的作用力由下式给定

$$\mathbf{F}_i^* = 6\pi\sigma\mu^*(\mathbf{V}^* - \mathbf{V}_i^*)\left(1 + \frac{Re_i^{1/3}}{6}\right) + 6.46\sigma^2\left(\mu^*\rho^*\left|\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|\right)^{1/2}(u^* - u_i^*)\mathbf{j}$$

其中 $Re_i = 2\sigma\rho^*|\mathbf{V}^* - \mathbf{V}_i^*|/\mu^*$ 为粒子 Re 数, ρ^* 和 μ^* 为气体密度和粘性系数, $\mathbf{V}^* = iu^* + jv^*$ 为速度矢量, i 和 j 为 x^* 和 y^* 轴的单位矢量;下标 i 表示粒子参数而上标 $*$ 表示有量纲参量。这里应当指出的是关于 Saffman 力表达式的数字系数,不同作者取值不尽相同(例如,本文取为 6.46)。定性而言,这并不会改变所研究的两相流动基本特征。为了表述传递到每个粒子上的热流,我们采用下述近似表达式^[11]

$$q_i^* = 4\pi\sigma\lambda^*(T^* - T_i^*)(1 + 0.3Re_i^{1/2}Pr^{1/3})$$

其中 $Pr = C_p^* \mu^* / \lambda^*$ 为气体 Pr 数, 而 λ^* 和 C_p^* 分别为气体的热传导系数和定压比热。气体粘性系数和热传导系数对温度的依赖关系常常可以用下述线性形式给出

$$\frac{\mu^*}{\mu_+^*} = K \frac{T^*}{T_+^*}, \quad \frac{\lambda^*}{\lambda_+^*} = K \frac{T^*}{T_+^*}$$

其中 K 为常数, 下标 $-$ 和 $+$ 分别表示激波前后的外流参数。利用气体中的 Rankine-Hugoniot 关系, 可以求得波后的气体参数 (诸如 u_+^* , ρ_+^* , T_+^* 等)。由于粒子具有惯性, 其参数在激波处将连续不变。现引入下述无量纲变量:

$$x = \frac{x^*}{l}, \quad y = \frac{y^*}{l}, \quad V = \frac{V^*}{u_+^*}, \quad V_i = \frac{V_i^*}{u_+^*}$$

$$\rho = \frac{\rho^*}{\rho_+^*}, \quad \rho_i = \frac{\rho_i^*}{\rho_+^*}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_+^* u_+^{*2}}$$

$$T = \frac{T^*(U_i^* - u_+^*) + u_+^* T_w^* - U_i^* T_+^*}{u_+^*(T_w^* - T_+^*)}, \quad T_i = \frac{T_i^*(U_i^* - u_+^*) + u_+^* T_w^* - U_i^* T_+^*}{u_+^*(T_w^* - T_+^*)}$$

其中

$$l = \frac{m u_+^*}{6 \pi \sigma \mu_+^*}, \quad \varepsilon = \frac{\mu_+^*}{\rho_+^* u_+^* l}$$

下标 w 表示壁面处参数。弥散相密度 ρ_i^* 等于 $m n_i$, 其中 n_i 为粒子的数密度。如果采用这些无量纲变量来表示毗邻激波后流动参数, 我们将得到

$$\left. \begin{aligned} u = T = \rho = \rho_i = 1, \quad v = v_i = 0, \quad u_i = \frac{U_i^*}{u_+^*} \\ p = \frac{1}{\gamma M_+^2}, \quad T_i = \frac{d(U_i^*/u_+^* - 1) + b d - U_i^*/u_+^*}{b d - 1} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中 $b = T_w^*/T_+^*$, $d = T_i^*/T_+^*$, 而 γ 为气体比热比。只要已知波前 M 数 (M_-), 波后 M 数 (M_+) 和速度比 (U_i^*/u_+^*) 及温度比 (T_i^*/T_+^*) 便可以确定。

现在我们来寻求两相流动基本方程在近壁区内的渐近解 ($\varepsilon \rightarrow 0$, x, η 固定):

$$\begin{aligned} u_0(x, \eta) + \dots, \sqrt{\varepsilon} v_0(x, \eta) + \dots, u_{i0}(x, \eta) + \dots, \sqrt{\varepsilon} v_{i0}(x, \eta) + \dots \\ \rho_0(x, \eta) + \dots, \rho_{i0}(x, \eta) + \dots, T_0(x, \eta) + \dots, T_{i0}(x, \eta) + \dots \\ p_0(x, \eta) + \dots \end{aligned}$$

这里我们已对 y 方向的尺度进行了变换 $\eta = y/\sqrt{\varepsilon}$ 。将这些展开式代入粘性可压缩含灰气体的基本方程^[8], 并略去高阶小量, 我们便可以导出下述的稀相气固悬浮体边界层方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\rho_0 u_0)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v_0)}{\partial \eta} &= 0 \\ \rho_0 \left(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right) &= K \frac{\partial}{\partial \eta} \left(g_0 \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right) \\ \rho_0 \left(u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial \eta} \right) &= \frac{K}{Pr_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(g_0 \frac{\partial T_0}{\partial \eta} \right) + \frac{U_i^* - u_+^*}{u_+^*} E_r K g_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right)^2 \\ p_0 &= \frac{\rho_0 g_0}{\gamma M_+^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho_{s0}u_{s0})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{s0}v_{s0})}{\partial \eta} &= 0 \\
u_{s0} \frac{\partial u_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial u_{s0}}{\partial \eta} &= Kg_0(u_0 - u_{s0})E_0 \\
u_{s0} \frac{\partial v_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial v_{s0}}{\partial \eta} &= Kg_0(v_0 - v_{s0})E_0 - \alpha(u_0 - u_{s0}) \left| \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right|^{1/2} \\
u_{s0} \frac{\partial T_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial T_{s0}}{\partial \eta} &= \frac{2K}{3Pr_1} \alpha g_0(T_0 - T_{s0})[1 + 0.3Pr_1^{1/3}Re_{s0}^{1/2}]
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
g_0 &= \frac{u_+^*(bd-1)T_0 + U_s^* - bdu_+^*}{U_s^* - u_+^*}, \quad E_0 = 1 + \frac{Re_{s0}^{2/3}}{6} \\
Re_{s0} &= \frac{Re_{s1}\rho_0|u_0 - u_{s0}|}{Kg_0}, \quad Re_{s1} = \frac{2\sigma\rho_+^*u_+^*}{\mu_+^*} \\
Pr_1 &= \frac{C_p^*\mu_+^*}{\lambda_+^*}, \quad E_c = \frac{u_+^{*2}}{C_p^*(T_w^* - T_+^*)} = \frac{(\gamma-1)M_+^2}{bd-1} \\
\beta &= \frac{6.46}{12\sqrt{6}\pi} Re_{s1}^{3/2} \sqrt{\frac{2\rho_s^{0*}}{\rho_+^*}}, \quad \alpha = \frac{C_p^*}{C_s^*}
\end{aligned}$$

边界条件则为

$$\begin{aligned}
\eta = 0, x > 0: u_0 &= T_0 = U_s^*/u_+^*, v_0 = 0, \\
\eta \rightarrow \infty: T_0 &\rightarrow 1, u_0 \rightarrow 1 \\
x = 0: u_{s0} &= U_s^*/u_+^*, v_{s0} = 0, \rho_{s0} = 1, T_{s0} = \frac{d(U_s^*/u_+^* - 1) + bd - U_s^*/u_+^*}{bd-1}
\end{aligned}$$

在方程(2.2)中 C_s^* 和 ρ_s^{0*} 为粒子材料的比热和密度。无量纲参数 β 将表征 Saffman 升力在气体和粒子之间动量交换中的作用。表 1 列出了一些特征参数的数值。它们相应于 $u_+^* = 2.5 \times 10^4 \text{cm/s}$, $\gamma_+ = \mu_+^*/\rho_+^* = 0.15 \text{cm}^2/\text{s}$ 和 $\rho_s^{0*}/\rho_+^* = 10^3$ 的情况,但是粒子有几种不同的尺寸。表 1 中数据说明了 Saffman 升力的重要性是随着粒子半径的增加而增加的。

表 1

$\sigma(\text{cm})$	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
$l(\text{cm})$	3.7×10^{-1}	37	3.7×10^3
ε	1.6×10^{-5}	1.6×10^{-7}	1.6×10^{-9}
Re_{s1}	33.3	333	3330
β	91.53	2.9×10^3	9.153×10^4

应当注意的是,我们没有计入湍流效应和粒子从固体表面的反射。因此,本文所得到的结果只能应用于邻近激波的区域。

三、计算方法

本文只考虑稀相气-固混合物情况,因而气相和弥散相的方程可以独立地分别求解。

人们早已详尽地讨论过将气体边界层方程转化为三阶常微分方程的步骤。本文用数值方法求解此常微分方程并给出 $M_\infty = 2.0$, $\gamma = 1.4$ 以及 $K = b = 1$ 情况下气相的流动函数 $u_0(x, \eta)$, $v_0(x, \eta)$ 和 $T_0(x, \eta)$ 。我们还采用 Lagrange 坐标 (t, η_0) 重新改写了弥散相的方程。这里, $t = t^* u_+^*/l$ 是粒子沿其轨道运动的无量纲时间, η_0 是粒子在 $x = 0$ 处的初始纵坐标。这样, 沿着给定的粒子轨道, 我们有下述方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_t}{dt} &= u_{t0}, \quad \frac{d\eta_t}{dt} = v_{t0} \\ \frac{du_{t0}}{dt} &= Kg_0(u_0 - u_{t0})E_0, \quad \frac{dv_{t0}}{dt} = Kg_0(v_0 - v_{t0})E_0 - \beta(u_0 - u_{t0}) \left| \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right|^{1/2} \\ \frac{dT_{t0}}{dt} &= \frac{2K}{3Pr_1} \alpha g_0(T_0 - T_{t0})[1 + 0.3Pr_1^{1/3}Re_{t0}^{1/2}] \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

其初始条件为

$$t = 0: x_t = 0, \eta_t = \eta_0$$

$$u_{t0}(0, \eta_0) = U_t^*/u_+^*, v_{t0}(0, \eta_0) = 0, T_{t0}(0, \eta_0) = \frac{d(U_t^*/u_+^* - 1) + bd - U_t^*/u_+^*}{bd - 1}$$

在 Lagrange 坐标下, 粒子连续方程变为:

$$\frac{1}{\rho_{t0}(t, \eta_0)} = \frac{u_+^*}{U_t^*} \left[u_{t0} \frac{\partial \eta_t(t, \eta_0)}{\partial \eta_0} - v_{t0} \frac{\partial x_t(t, \eta_0)}{\partial \eta_0} \right] \quad (3.2)$$

且有

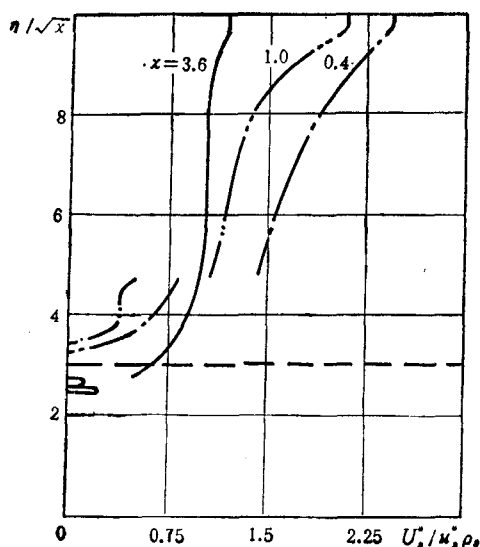
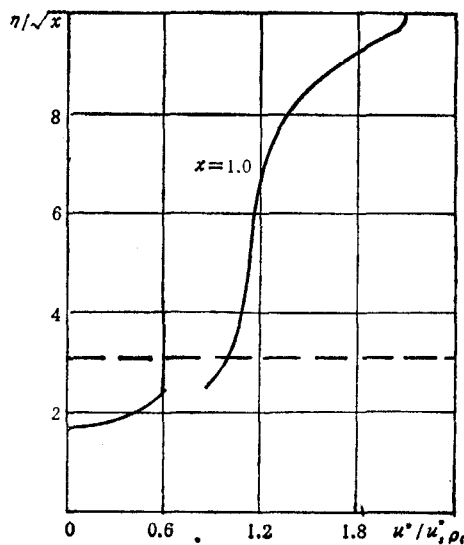
$$\rho_{t0}(0, \eta_0) = 1$$

方程(3.1)相对于 η_0 取导数, 所得到的方程可以用来计算方程(3.2)中沿固定粒子轨道的导数 $\partial x_t / \partial \eta_0$ 和 $\partial \eta_t / \partial \eta_0$ 。我们早先曾利用与此类似的方法求算过沿弥散相流线的粒子密度^[7]。本研究中, 这些常微分方程组均是采用 Runge-Kutta 方法求解的。

四、数值结果及其讨论

数值解显然取决于无量纲参数值。鉴于本研究的主要目的是分析 Saffman 升力对激波后方粒子密度分布的影响, 因此我们选择参数 β 作为分析的主要因素而保持其它参数为常数值: $M_\infty = 2.0$, $Re_{t1} = 300$, $\alpha = 0.5$, $\gamma = 1.4$, $K = b = 1$ 。数值结果表明了该升力会导致粒子轨道的相交并形成高粒子密度区。图 2 给出了 $\beta = 1200$ 时在三个位置 $x = 0.4, 1.0$ 和 3.6 处粒子密度剖面的计算结果。从图中可以看出, 在激波后方形成了一些粒子密度很高的薄层。而且当无量纲参数 β 的数值较大时, 这些稠密层可能会超出气体边界层以外。图 3 给出 $\beta = 100$, $x = 1.0$ 时的粒子密度剖面。它表明了甚至当 β 低至 100 时, Saffman 升力仍会导致粒子上升和稠密层的形成。图 2 和 3 中的虚线表示气体边界层的“外边界”。这里应当指出的是: 我们在计算粒子密度时, 第一条粒子轨道的初始纵坐标为 $\eta_0 = 0.3$ 。这就是说, 我们略去了初始处与壁面距离小于 $\eta_0 = 0.3$ 的那些粒子轨道的贡献。图中粒子密度剖面的间断便相应于从 $\eta_0 = 0.3$ 开始的那条粒子轨道。

在计算中, 未扰的均匀粒子层厚度 h 的取值相当大, 因此本结果适用于波前半无限大

图 2 $\beta = 1200$ 时粒子密度剖面图 3 $\beta = 100$ 时粒子密度剖面

空间或较厚的区域内存在含灰气体的情况。如果存在气固悬浮体的区域较薄,所有的计算曲线应当将相应于最后一条粒子轨道以上的部分截去。

五、结 语

本研究的数值结果表明 Saffman 升力导致了激波后方高粒子密度层的形成。当参数 α 增大时,这些稠密层可以超出气体边界层以外。

对于可燃的粒子而言,在工业应用中需要确定它们的气-固悬浮体的爆炸安全极限。因此研究这种粒子聚集效应是至关重要的。

参 考 文 献

- [1] Gerrard, J. H., An experimental investigation of the initial stages of the dispersion of dust by shock waves, *Brit. J. Appl. Phys.*, 14(1963), 185—192.
- [2] Borisov, A. A., et al., On the instability of the dry media surface when the shock and detonation waves are sliding on it, *Fizika Goreniya i Vzryva*, 3(1967), 149—151.
- [3] Fletcher, B., The interaction of a shock with a dust deposit, *J. Phys., D: Appl. Phys.*, 9(1976), 197—202.
- [4] Hwang, C. C., Initial stages of the interaction of a shock wave with a dust deposit, *Int. J. Multiphase Flow*, 12(1986), 655—666.
- [5] Boiko, V. M. and Napyrin, A. N., Dynamics of the formation of a gas suspension behind a shock wave sliding over the surface of a loose material, *Fizika Goreniya i Vzryva*, 23(1987), 122—126.
- [6] Bracht, K. and Merzkirch, W., Dust entrainment in a shockinduced turbulent air flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 5(1979), 301—312.
- [7] Osipov, A. N., Motion of dusty gas at the entrance to a flat channel and a circular tube, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. i Gaza*, 6(1988), 80—87.
- [8] Marble, F. E., Dynamics of dusty gases, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 2(1970), 397—446.
- [9] Voloshchuk, V. M., Introduction to the Hydrodynamics of Coarse Aerosols (in Russian), *Gidrometeoizdat*, Leningrad, (1971).
- [10] Saffman, P. G., The lift on a small sphere in a slow shear flow, *J. Fluid Mech.*, 22(1965), 385—400. Corrigendum: *J. Fluid Mech.*, 31(1968), 624.
- [11] Nigmatulin, R. I., Fundamentals of the Mechanics of Heterogeneous Media (in Russian), Nauka, Moscow, (1978).

THE DISTRIBUTION OF PARTICLES IN A SHOCK-INDUCED BOUNDARY LAYER OF A DUSTY GAS OVER A SOLID SURFACE

B. Y. Wang

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, China)

and

S. L. Veselyi V. A. Kulikovskii A. N. Osipov

(Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow, USSR)

Abstract The laminar boundary layer behind a constant-speed shock wave moving through a dusty gas along a solid surface is studied. The Saffman lift force acting on a spherical particle in a gas boundary layer is taken into account. A method for calculating the density profile of dispersed phase near the wall is proposed and some numerical results are given. It is shown that behind the shock wave, there exists a curved thin layer where the density of particles is many times higher than the original one. This dust collection effect may be of essential importance to the problem of dust explosion in industry.

Key words dusty-gas boundary layer; distribution of particles; Saffman lift force