

一种描述形状记忆合金拟弹性变形行为的本构关系¹⁾

王志刚 黄克智
清华大学

摘要 本文给出一种描述形状记忆合金拟弹性变形现象的本构关系,可用于多晶材料在一般应力状态下及单晶材料在单轴应力下的变形情况。该本构关系采用弹性应变与相变应变迭加形式,物理意义明显,形式简洁。对 Cu-Zn-Sn 合金及 Ti-Ni 合金材料的变形行为进行了模拟计算,结果与实验值有较好的吻合。

关键词 本构关系,形状记忆合金,拟弹性变形,相变

1. 绪 言

形状记忆合金是近年来正在研究开发的新材料之一,它具有以往金属所没有的特性,是一种功能性材料。目前已经逐步在机械、航天、医学等领域中得到应用。随着进一步研究和推广,今后会在更多的领域内得到更广泛的应用。

形状记忆合金的最令人感兴趣的特性是它的形状记忆和拟弹性变形现象。在某温度(奥氏体转变结束温度 T_{Af})以上,材料在加载时(见图 1(a) 中路径①)的变形同弹塑性变形很相似,但在卸载时,初期很像弹性卸载,然后出现“塑性”恢复,最后再以弹性恢复返回原点(图 1(b))。尽管卸载时的路径与加载时不重合,但能返回原点,所以在此意义上称之为拟弹性变形。它与普通弹塑性变形现象的主要不同之处在于:在加载阶段,“塑性”

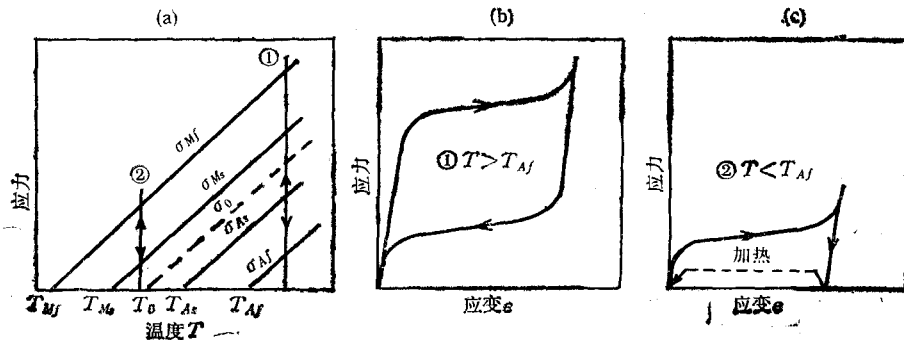


图1 形状记忆合金典型变形示意图

本文于1990年1月8日收到。

1) 国家自然科学基金资助项目。

变形持续到一定程度时会结束,以后仍为弹性变形;在卸载阶段,“鲍氏效应”在正向应力下便产生。

在温度 T_{Af} 以下加载卸载(见图 1(a)中路径②)后,变形不能完全恢复,出现一定的残余变形,但如果再加热到温度 T_{Af} 以上,则残余变形消失(图 1(c))。这就是所谓形状记忆效果。

本文主要讨论拟弹性变形的本构描述。由上所述,该变形现象与普通材料的弹塑性变形现象有很大不同,特别是“塑性”变形之后的后继弹性变形、正向应力下的“鲍氏效应”等。Müller [1] 给出了一种统计热力学模型,可对形状记忆合金的变形现象在某种程度上作定性解释,但尚不能定量地用于真实材料。本文将材料的变形视为弹性变形与相变变形的迭加,给出一种形式简洁、实用的描述形状记忆合金拟弹性变形行为的本构关系。因一般形状记忆合金的相变剪切变形远大于相变体积变形,所以为简单不计相变体积变形。

2. 相变机制模型与相变驱动力

假设的相变机制模型如图 2 所示。在高温域 ($T > T_{Af}$) 无应力作用时,材料处于稳定的高温相(图 2(a)),这里称奥氏体。此时奥氏体的 Gibbs 自由能 G_A 比马氏体的 Gibbs 自由能 G_M 低。在受到外力作用(见图 1(a)中路径①)时,应力达到一定幅值时(单拉时对应于图 1(a)中的 σ_0)两相 Gibbs 自由能相等。当继续增加应力幅值时,奥氏体的 Gibbs 自由能变得比马氏体的高(见图 3),奥氏体相变得不稳定,但相变需要克服一定障碍,故此时并不立即发生相变,要到两相 Gibbs 自由能差增大至某一门坎值时(单拉时对应于图 1(a)中的 σ_{Ms})才开始发生相变。之后随应力增大,两相 Gibbs 自由能差继续增大,相变继续进行,直到应力达到某一幅值时(单拉时对应于图 1(a)中的 σ_{Mf})才结束。产生的马氏体相的晶格结构相对于奥氏体不仅有体积变形,还有剪切变形。因一般体积变形不大,这里不计体积变形。根据应力的方向不同,马氏体晶格结构的方位也不一样,例如图 2 中的(b)或(c)。反之在应力幅值降低时,同样经过相平衡应力(单轴时为 σ_0)、奥氏体相变开始应力(单轴时为 σ_{As})、奥氏体相变终结应力(单轴时为 σ_{Af}),马氏体恢复为奥

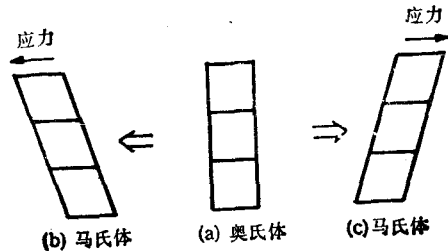


图 2 相变机制示意图

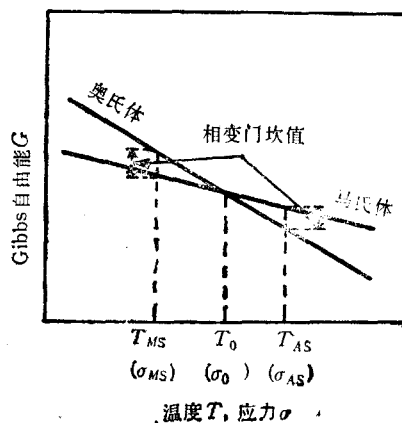


图 3 相变驱动力示意图

氏体(图 2(a)).

设各相的 Gibbs 自由能为应力和温度的函数, 对于线弹性材料, Gibbs 自由能为应力的二次函数, 于是在材料处于奥氏体相状态和马氏体相状态时分别为

$$G_A = G_A(\sigma, T) = G_A(\mathbf{0}, T) - \left[\phi_{1A}(T) \text{tr} \sigma + \phi_{2A}(T) : \sigma + \frac{1}{2} \sigma : \phi_{3A}(T) : \sigma \right] \quad (1)$$

$$G_M = G_M(\sigma, T) = G_M(\mathbf{0}, T) - \left[\phi_{1M}(T) \text{tr} \sigma + \phi_{2M}(T) : \sigma + \frac{1}{2} \sigma : \phi_{3M}(T) : \sigma \right] \quad (2)$$

由关系式

$$\epsilon^e = - \frac{\partial G}{\partial \sigma}$$

可得

$$\phi_{1A}(T) = \epsilon_A^T = \int_{T_r}^T \alpha_A(T) dT, \quad \phi_{3A}(T) = \mathbf{M}_A(T) \quad (3)$$

$$\phi_{1M}(T) = \epsilon_M^T = \int_{T_r}^T \alpha_M(T) dT, \quad \phi_{3M}(T) = \mathbf{M}_M(T) \quad (4)$$

并记 $\phi_{2A} = \epsilon_A^0$, $\phi_{2M} = \epsilon_M^0$, 于是有

$$\epsilon_A^e = \mathbf{M}_A : \sigma + \epsilon_A^T \mathbf{1} + \epsilon_A^0 \quad (5)$$

$$\epsilon_M^e = \mathbf{M}_M : \sigma + \epsilon_M^T \mathbf{1} + \epsilon_M^0 \quad (6)$$

其中 \mathbf{M}_A 、 \mathbf{M}_M 为各相的弹性柔度张量, ϵ_A^T 、 ϵ_M^T 为各相的热应变, α_A 、 α_M 为各相的线膨胀系数, ϵ_A^0 、 ϵ_M^0 的意义为在基准温度 T_r 、应力 $\sigma = \mathbf{0}$ 时各相的应变值。因此构成相变驱动力的奥氏体相与马氏体相的 Gibbs 自由能差为

$$\begin{aligned} \Delta G^{A \rightarrow M} &= G_A - G_M = G_A(\mathbf{0}, T) - G_M(\mathbf{0}, T) - (\epsilon_A^T - \epsilon_M^T) \text{tr} \sigma \\ &\quad + (\epsilon_M^0 - \epsilon_A^0) : \sigma - \frac{1}{2} \sigma : (\mathbf{M}_A - \mathbf{M}_M) : \sigma \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta G^{M \rightarrow A} &= G_M - G_A = G_M(\mathbf{0}, T) - G_A(\mathbf{0}, T) - (\epsilon_M^T - \epsilon_A^T) \text{tr} \sigma \\ &\quad + (\epsilon_A^0 - \epsilon_M^0) : \sigma - \frac{1}{2} \sigma : (\mathbf{M}_M - \mathbf{M}_A) : \sigma \end{aligned} \quad (8)$$

$\epsilon_M^0 - \epsilon_A^0$ 的意义为在基准温度 T_r 时, 处于马氏体相相对于处于奥氏体相由于晶格结构不同而具有的应变差, 记

$$\epsilon^{0M} = \epsilon_M^0 - \epsilon_A^0 \quad (9)$$

因不计两者体积应变差, 故 ϵ^{0M} 为一偏量。而 $\epsilon_A^0 - \epsilon_M^0$ 则相反, 表示奥氏体相相对于马氏体相的应变差, 即

$$\epsilon^{0A} = \epsilon_A^0 - \epsilon_M^0 \quad (10)$$

同理 ϵ^{0A} 也为偏量。

略去两相线膨胀系数、弹性模量差值对相变驱动力的影响, 式(7)(8)成为

$$\Delta G^{A \rightarrow M} = -f(T) + \epsilon^{0M} : \sigma \quad (11)$$

$$\Delta G^{M \rightarrow A} = f(T) + \epsilon^{0A} : \sigma \quad (12)$$

其中, $f(T) = -[G_A(\mathbf{0}, T) - G_M(\mathbf{0}, T)]$

3. 马氏体相变

1. 马氏体相变变形

把由奥氏体转变为马氏体的相变称为马氏体相变。马氏体相变的相变驱动力由(11)式给出。由示意图 2 可知,因马氏体晶倾斜方向不止一个,考虑多晶材料时,则可沿任一方向,因此 ϵ^{0M} 的方向可沿任一方向。但其值是由材料性质决定的常量。当 ϵ^{0M} 取某一方向使得 $\Delta G^{A \rightarrow M}$ 最大时,则沿该方向最易发生相变。由(11)式可知,当 ϵ^{0M} 与 σ 同向时 $\Delta G^{A \rightarrow M}$ 最大,即

$$\epsilon^{0M} = \frac{3}{2} \epsilon^0 \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} \quad (13)$$

式中 \mathbf{s} 为应力偏量。因 ϵ^{0M} 为偏量,故应力可只取偏量部分。 σ_e 为等效应力:

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)^{1/2} \quad (14)$$

ϵ^0 为单轴拉伸时由奥氏体相完全转变为马氏体相时的相变应变,为材料常数,原则上可由晶格常数求出,也可由拉伸实验确定。

在温度 T 、应力为 β_M 时(单拉时为 σ_0),两相 Gibbs 自由能相等, $\Delta G^{A \rightarrow M} = 0$, 由此条件及(13)式,(11)式可写成

$$\Delta G^{A \rightarrow M} = \frac{3}{2} \epsilon^0 \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} (\mathbf{s} - \beta_M(T)) \quad (15)$$

设相平衡应力 β_M 与应力同向:

$$\beta_M = \frac{\sigma_0(T)}{\sigma_e} \mathbf{s} \quad (16)$$

于是(15)式成为

$$\Delta G^{A \rightarrow M} = \epsilon^0 (\sigma_e - \sigma_0(T)) \quad (17)$$

且可得到关系式

$$f(T) = \epsilon^0 \sigma_0(T) \quad (18)$$

单拉时的相平衡应力 σ_0 一般可取为

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_{Ms}(T) + \sigma_{As}(T)}{2} \quad (19)$$

由(13)式,如相变速度为 $\dot{\xi}_M (= d\xi_M/dt)$, 则相变应变速度为

$$\dot{\epsilon}^m = \frac{3}{2} \dot{\xi}_M \epsilon^0 \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} \quad (20)$$

其中 ξ_M 为马氏体体积分数。

2. 马氏体相变条件和相变速度

由前所述,当两相 Gibbs 自由能差 $\Delta G^{A \rightarrow M}$ 达到某一门槛值 R_M 时,开始马氏体相变,即相变开始条件为

$$\Delta G^{A \rightarrow M} = R_M, \quad \text{即 } \epsilon^0 (\sigma_e - \sigma_0(T)) = R_M \quad (21)$$

在单拉情况下, $\sigma = \sigma_{Ms}(T)$ 时为相变开始点,由此定出 R_M , 所以相变开始条件又可写成

$$\sigma_e = \sigma_{Ms}(T) \quad (22)$$

设相变速度正比于 Gibbs 自由能差的增加速度,若取概率模型,则为

$$\dot{\xi}_M = A_M(1 - \xi_M)(\Delta G^{A \rightarrow M})^* \quad (23)$$

当已经存在一定量的马氏体 ξ_M 时,进一步产生马氏体相变所需的相变驱动力(后继相变条件)要高于相变开始的门坎值 R_M , 所需值可由积分(23)式并由初始条件

$$\xi_M = 0, \quad \text{当 } \Delta G^{A \rightarrow M} = R_M$$

得到为

$$\Delta G^{A \rightarrow M} = R_M - \frac{1}{A_M} \ln(1 - \xi_M) \quad (24)$$

因此,(23)式的适用条件为相变驱动力超过(24)式右端的值且继续增加,即

$$\Delta G^{A \rightarrow M} \geq R_M - \frac{1}{A_M} \ln(1 - \xi_M), \quad \text{且 } (\Delta G^{A \rightarrow M})^* > 0 \quad (25)$$

(25)式中两条件任一不满足则马氏体相变不可能进行,即(如亦无奥氏体相变产生)

$$\dot{\xi}_M = 0$$

由(17)式,马氏体相变速度方程(23)、(25)式又可写成

$$\dot{\xi}_M = a_M(1 - \xi_M)(\dot{\sigma}_e - \dot{\sigma}_0(T)) \quad (26)$$

$$\text{当 } \sigma_e \geq -\frac{1}{a_M} \ln(1 - \xi_M) + \sigma_{Ms}(T), \quad \text{且 } (\dot{\sigma}_e - \dot{\sigma}_0(T)) > 0 \quad (27)$$

当相变达到 $\xi_M = 1$ 时,则不会继续发生马氏体相变(相变终结条件),由(26)式可知,概率模型可自动满足这一条件。

当取相变速度为线性

$$\dot{\xi}_M = A'_M(\Delta G^{A \rightarrow M})^* \quad (28)$$

时,同理可得相变速度方程为

$$\dot{\xi}_M = a'_M(\dot{\sigma}_e - \dot{\sigma}_0(T)) \quad (29)$$

$$\text{当 } \sigma_e \geq \frac{\xi_M}{a'_M} + \sigma_{Ms}(T), \quad \text{且 } \dot{\sigma}_e - \dot{\sigma}_0(T) > 0 \quad (30)$$

相变开始、终结条件为

$$\sigma_e = \sigma_{Ms}(T) \quad (31)$$

$$\sigma_e = \frac{1}{a'_M} + \sigma_{Ms}(T), \quad \text{即 } \sigma_e = \sigma_{Ml}(T) \quad (32)$$

4: 奥氏体相变

1. 奥氏体相变变形

把由马氏体转变为奥氏体的相变称为奥氏体相变。奥氏体相变的相变驱动力由(12)式给出。如果同马氏体相变一样 ϵ^{0d} 可以取任意方向,那么它也必优先取应力 σ 的方向。但是奥氏体相变是一种由晶格的畸变状态恢复到无畸变状态的过程(图 2), ϵ^{0d} 只能取畸变变形的恢复方向而不能取畸变变形继续增加的方向,因此在取向上受到一定限制。

在应力为相平衡应力 $\beta_A(T)$ 时(单拉状态同样也对应于 $\sigma_0(T)$), 两相 Gibbs 自

由能差为 0, 将该条件代入(12)式求出 $f(T)$, (12)式可写为

$$\Delta G^{M \rightarrow A} = \varepsilon^{0A} : (\sigma - \beta_A(T)) \quad (33)$$

设相平衡应力 $\beta_A(T)$ 与相变应变 ε^m 同向

$$\beta_A = \frac{2}{3} \sigma_0(T) \frac{\varepsilon^m}{\varepsilon^m}, \quad \varepsilon^m = \left(\frac{2}{3} \varepsilon^m : \varepsilon^m \right)^{1/2} \quad (34)$$

由于 ε^{0A} 只能取相变变形的恢复方向, 所以有

$$\varepsilon^{0A} = -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m}{\varepsilon^m} \quad (35)$$

记

$$s' = s - \beta_A \quad (36)$$

σ'_e 为有效应力 s' 的等效应力

$$\sigma'_e = \left(\frac{3}{2} s' : s' \right)^{1/2} \quad (37)$$

于是(33)式成为

$$\Delta G^{M \rightarrow A} = -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : s'}{\varepsilon^m} \quad (38)$$

当奥氏体相变速度为 $\dot{\xi}_A$ 时, 由(35)式, 相变应变速度为

$$\dot{\varepsilon}^m = -\varepsilon^0 \dot{\xi}_A \frac{\varepsilon^m}{\varepsilon^m} \quad (39)$$

2. 奥氏体相变条件和相变速度

奥氏体相变开始条件为

$$\Delta G^{M \rightarrow A} = R_A, \quad \text{即} \quad -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : s'}{\varepsilon^m} = R_A \quad (40)$$

R_A 为奥氏体相变门坎值。因在单轴应力时相变开始应力为 $\sigma_{As}(T)$, 于是上式条件可写为

$$\frac{\varepsilon^m : s'}{\varepsilon^m} = \sigma_0(T) - \sigma_{As}(T) \quad (41)$$

类似于马氏体相变的讨论, 可得出取概率模型时奥氏体相变的相变速度方程为

$$\dot{\xi}_A = A_A (1 - \xi_A) (\Delta G^{M \rightarrow A}) \quad (42)$$

$$\text{当 } \Delta G^{M \rightarrow A} \geq R_A - \frac{1}{A_A} \ln(1 - \xi_A), \text{ 且 } (\Delta G^{M \rightarrow A})' > 0 \quad (43)$$

将(38)式代入, 上式成为

$$\dot{\xi}_A = -a_A (1 - \xi_A) \varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \dot{s}'}{\varepsilon^m} \quad (44)$$

$$\text{当 } -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \dot{s}'}{\varepsilon^m} \geq -\frac{1}{a_A} \ln(1 - \xi_A) + \varepsilon^0 [\sigma_{As}(T) - \sigma_0(T)], \text{ 且 } -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \dot{s}'}{\varepsilon^m} > 0 \quad (45)$$

取线性模型时, 相变速度为,

$$\dot{\xi}_A = -a_A \varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \dot{s}'}{\varepsilon^m} \quad (46)$$

$$\text{当 } -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \mathbf{s}'}{\varepsilon^m} \geq \frac{1}{a_A'} \xi_A + \varepsilon^0 [\sigma_{AS}(T) - \sigma_0(T)], \text{ 且 } -\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \mathbf{s}'}{\varepsilon^m} > 0 \quad (47)$$

相变初始、终结条件为

$$\frac{\varepsilon^m : \mathbf{s}'}{\varepsilon^m} = \sigma_0(T) - \sigma_{AS}(T) \quad (48)$$

$$\varepsilon^0 \frac{\varepsilon^m : \mathbf{s}'}{\varepsilon^m} = -\frac{1}{a_A'} + \varepsilon_0(\sigma_0(T) - \sigma_{AS}(T)), \text{ 即 } \frac{\varepsilon^m : \mathbf{s}'}{\varepsilon^m} = \sigma_0(T) - \sigma_{AS}(T) \quad (49)$$

5. 弹性应变与热应变

由(5)(6)式, 并取(串联模型)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \xi_A \boldsymbol{\varepsilon}_A + \xi_M \boldsymbol{\varepsilon}_M \quad (50)$$

可得

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^* + \boldsymbol{\varepsilon}^T + \boldsymbol{\varepsilon}^m \quad (51)$$

式中

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{M} : \boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{M} = \xi_A \mathbf{M}_A + \xi_M \mathbf{M}_M \quad (52)$$

为应力引起的弹性应变,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \int_{T_r}^T \alpha dT, \quad \alpha = \xi_A \alpha_A + \xi_M \alpha_M \quad (53)$$

为热应变,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^m = \int \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^m dt \quad (54)$$

为相变应变。以上推导中均设处于奥氏体时 $\boldsymbol{\varepsilon}^m = 0$

6. 单轴应力形式

在单轴应力情况时, 以上各式成为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^* + \boldsymbol{\varepsilon}^T + \boldsymbol{\varepsilon}^m \quad (55)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{E} \quad (56)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \int_{T_r}^T \alpha dT \quad (57)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^m = \dot{\xi}_M \varepsilon^0 \frac{\boldsymbol{\sigma}}{|\boldsymbol{\sigma}|} \quad (58)$$

$$\dot{\xi}_M = \begin{cases} a_M(1 - \xi_M)[(|\boldsymbol{\sigma}|)^{\cdot} - \dot{\sigma}_0(T)] \\ \text{当 } |\boldsymbol{\sigma}| \geq -\frac{1}{a_M} \ln(1 - \xi_M) + \sigma_{Ms}(T), \\ \text{且 } (|\boldsymbol{\sigma}|)^{\cdot} - \dot{\sigma}_0(T) > 0 \text{ 时.} \\ 0, \text{ 其他情况时.} \end{cases} \quad (59)$$

或

$$\xi_M = \begin{cases} a'_M [(|\sigma|)' - \dot{\sigma}_0(T)] \\ \text{当 } |\sigma| \geq \frac{\xi_M}{a'_M} + \sigma_{Ms}(T), \\ \text{且 } (|\sigma|)' - \dot{\sigma}_0(T) > 0 \text{ 时.} \\ 0, \text{其它情况时} \end{cases} \quad (60)$$

$$\dot{\epsilon}^n = \xi_A \epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \quad (61)$$

$$\xi_A = \begin{cases} -a_A(1 - \xi_A) \epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' \\ \text{当 } \epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' \leq \frac{1}{a_A} \ln(1 - \xi_A) + \epsilon^0 [\sigma_0(T) - \sigma_{As}(T)] \\ \text{且 } -\frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' > 0 \text{ 时.} \\ 0, \text{其它情况时.} \end{cases} \quad (62)$$

或

$$\xi_A = \begin{cases} -a'_A \epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' \\ \text{当 } \epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' \leq -\frac{\xi_A}{a'_A} + \epsilon^0 [\sigma_0(T) - \sigma_{As}(T)] \\ \text{且 } -\epsilon^0 \frac{\epsilon^n}{|\epsilon^n|} \dot{\sigma}' > 0 \text{ 时} \\ 0, \text{其它情况时} \end{cases} \quad (63)$$

式中

$$\sigma' = \sigma - \sigma_0(T) \epsilon^n / |\epsilon^n|, \quad \dot{\sigma}' = \dot{\sigma} - \dot{\sigma}_0(T) \epsilon^n / |\epsilon^n| \quad (64)$$

设在某温度下由单拉曲线求得的相变前后的应变差值为 $\Delta\epsilon$, 则由上述公式, 可求出相变应变常数 ϵ^0

$$\epsilon^0 = \Delta\epsilon - \left(\frac{\sigma_{Mf}}{E_M} - \frac{\sigma_{Ms}}{E_A} \right) \quad (65)$$

式中 E, E_M, E_A 分别为整体材料、马氏体、奥氏体的杨氏模量。公式中的系数 $a_M, a'_M, a_A,$

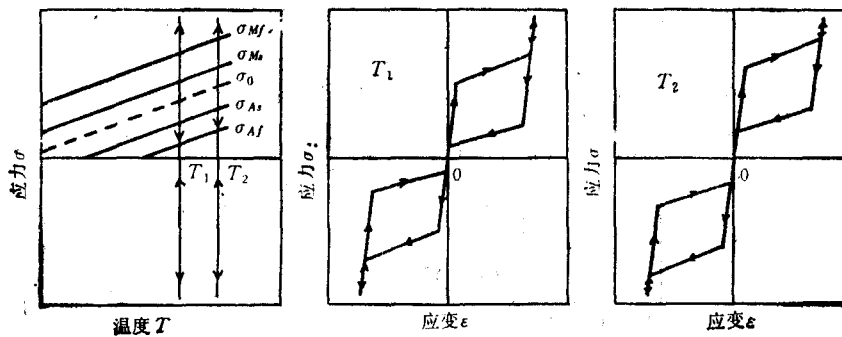


图4 用给定本构模型计算得到的拉压变形曲线

a'_i 可由相变开始应力和终结应力 $\sigma_{Ms}(T)$ 、 $\sigma_{Mf}(T)$ 、 $\sigma_{As}(T)$ 、 $\sigma_{Af}(T)$ 求出。

以上各节给出的是各向同性材料的本构关系。对单晶材料，杨氏模量、线膨胀系数、相变应变常数等都与方向有关，应取为张量形式，更为复杂。但如只研究单晶材料在单轴应力下的变形，那么本节给出的单轴应力形式的本构模型可以适用。

应用以上本构关系，计算得到的拉压变形曲线如图 4 所示，计算中相变方程取线性模型。由图可见，该模型可很好地模拟拟弹性变形现象。

7. 应用例

应用所建立的本构关系，对 Cu-Zn-Sn 合金(单晶)和 Ti-Ni 合金(多晶)材料的变形进行了模拟计算。计算得到的变形曲线示于图 5、图 6。相变速度均取线性模型。实验结果[2][3]也示于图中。由计算结果和实验结果对照可看出，该本构关系可用于描写真实材料的变形。

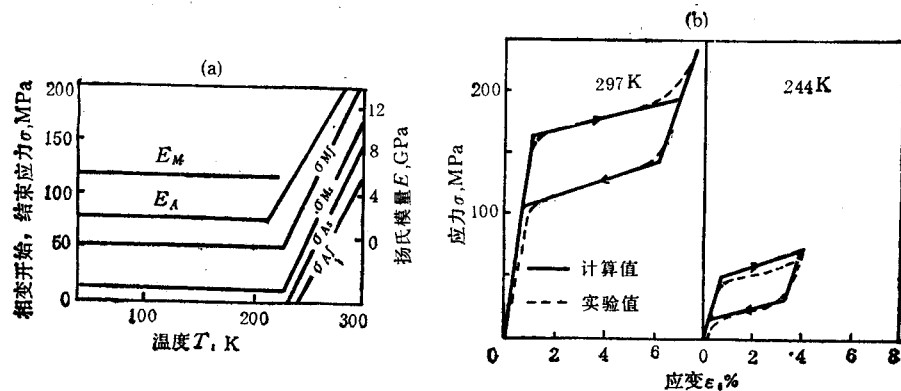


图 5 Cu-Zn-Sn 合金变形曲线的模拟值与实验值的比较
(图中(a)为计算使用的材料常数)

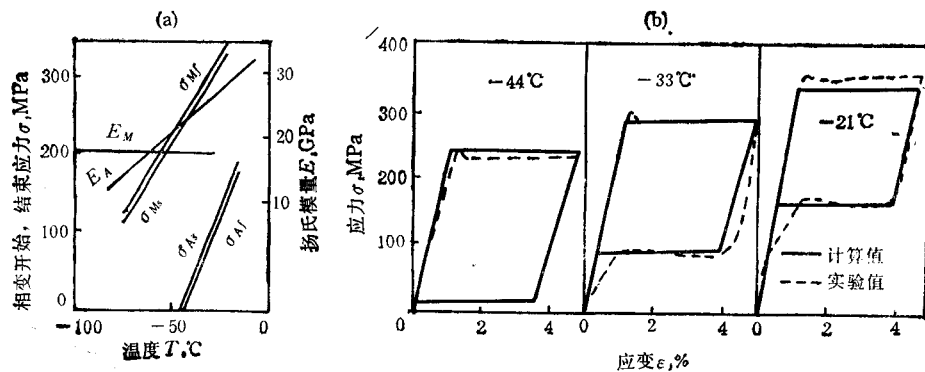


图 6 Ti-Ni 合金变形曲线的模拟值与实验值的比较
(图中(a)为计算使用的材料常数)

8. 结 论

本文给出的本构关系可描述形状记忆合金的变形行为。该本构关系形式简洁、简单实用,所需材料常数少、易于确定,除线膨胀系数外,均可由各种温度下的拉压曲线定出。该本构关系适用于各向同性的多晶材料,也适用于单晶材料。用该本构关系计算的单轴应力下的变形与实际材料有较好的吻合。

参 考 文 献

- [1] Müller, I. Proc. IUTAM, (1987), 5.
- [2] Eisenwasser, J. D. and Crown, L. C. Met. Trans., 3, (1972), 1359.
- [3] 舟久保照康,形状記憶合金,産業図書出版社,(1984),66

A CONSTITUTIVE RELATION FOR PSEUDO-ELASTIC BEHAVIOUR IN SHAPE MEMORY ALLOYS

Wang Zhigang Hwang Kehchih
(Tsinghua University)

Abstract A constitutive relation to describe the pseudo-elastic deformation in shape memory alloys is presented in this paper. It is able to describe the deformation of polycrystalline materials under triaxial stress state as well as of monocrystalline materials under one-dimensional condition. The total strain rate is supposed to be composed of elastic strain rate and transformation strain rate. The deformation behaviour of Cu-Zn-Sn alloy and Ti-Ni alloy is simulated by use of the proposed constitutive relation. The simulated results agree well with the experimental data.

Key words Constitutive relation, Shape memory alloys, Pseudo-elasticity, Phase transformation