

压力波在二维弯管中的传播

刘 光 临

(武汉水利电力学院)

大 桥 秀 雄

(东 京 大 学)

提要 管道系统的水力过渡过程通常是采用一维理论进行计算的,因此实际的三维管道常采用沿中心线延伸变成具有相同过流断面的等效直管来代替。本文取 90° 时形弯管作为典型的三维单元,假设其中的流体为二维非粘性流体计算确定其水力过渡过程的特性。对于平面压力波在固定的弯管中传播以及弯管作阶跃形瞬态振动引起的压力波扰动进行了计算分析,绘制了弯管中流场的瞬变等压线,并研究分析了水对弯管的瞬态作用力。

关键词 弯管,水力过渡过程,水锤

一、前 言

水锤压力波在收缩、扩大、弯曲的管道中传播,由于壁面的反射,管道与流体的干涉作用,必然产生复杂的瞬态过渡过程。但是至今为止,对于管道系统的水力过渡过程计算,通常将实际的管道近似地用具有相同过流断面面积的等效直管来代替,然后采用现有的一维瞬变流的计算方法如特征线法,图解法进行计算分析。

然而实际的管道是由许多弯管和分支节点等装配而成的,是三维的。采用一维的方法,不仅影响到计算的精度和可靠性,而且对于某些特殊的问题,譬如说,当压力波通过弯管时,由于压力波与弯曲壁面的相互作用,压力波在弯管中的传播特性以及水对弯管的瞬态流体反力等是无法计算确定的。

另外,管道的约束在一定范围内是弹性的,在瞬态过渡过程中,流体作用力作用于弯管,将可能导致管道产生冲击位移,这种情况下,由于管道被固定在静止状态的结构物上无法伸延,运动的流体与受到冲击位移的管道之间将产生相互的干涉作用,对于这样一类弹性弯管中的压力波扰动传播过程,即管道的冲击位移与流体之间的干涉以及其所导致的流体对管道的反作用力的关系,至今为止是不太清楚的。对于这样一类问题,一维理论也是无能为力的。

因此,本文取一般的等径 90° 弯管作为典型研究单元,主要目的是研究二维弯管中非粘性可压缩性流体的水力过渡过程计算以及二维非定常流的流动特性,并研究与分析流体与配管相互干涉的影响。在实际的弯管中,显然二维流动是起主导作用的,其水力过渡

本文于1987年12月1日收到,1988年5月28日收到修改稿。

过程计算也是重要的。数值计算采用 MacCormack 差分格式,这种方法已成功地应用于可压缩性流体。差分格式的形成,采用 Posion 方程坐标变换的方法将物理平面转换成与边界相适应的正交坐标平面。作为计算实例,本文对以下情况进行了计算分析:

- 1) 在固定的弯管中进入平面压力波,计算确定压力波在弯管中如何传播,变形以及由此产生的作用于弯管的瞬态流体力。
- 2) 弯管受到阶跃式冲击时产生的压力扰动波的传播以及流体作用于弯管的反力。

二、基本方程

在建立基本方程时作以下假设:

1. 管中流体是均质的且对于时间和空间是可微的。
2. 流动是二维的,流体是非粘性的可压缩性流体。
3. 管中的水锤波传播速度主要取决于流体的体积弹性,因此与传播的方向无关。

连续性方程和运动方程可由下式表示

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

式中

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \end{bmatrix}$$

式中 ρ 为水的密度, p 为压力, u 和 v 分别表示 x 和 y 方向上的流速。

压力与密度的瞬态关系可由水锤波速度方程来表示

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

式中 a 为水锤波传播速度。方程中的四个未知量即压力 p 、密度 ρ 、 x 轴方向与 y 轴方向的流速 u 和 v , 可由上述四个方程即式(1) \times 3和式(4)联立求解得到。

在数值计算中,将物理平面的坐标 x, y 进行坐标变换,转换成与边界相适应的正交坐标平面 $\theta = \theta(x, y)$ 和 $\eta = \eta(x, y)$, 如图1所示。方程式(1)也相应转换成计算平面 (θ, η) 上的表达式,再与方程式(2)联立进行数值求解,在计算坐标平面上方程式(1)可变换成如下形式

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \theta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

式中

$$\hat{U} = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix} \quad \hat{F} = J \begin{bmatrix} \rho \hat{u} \\ \rho u \hat{u} + \theta_x p \\ \rho v \hat{u} + \theta_y p \end{bmatrix} \quad \hat{G} = J \begin{bmatrix} \rho \hat{v} \\ \rho u \hat{v} + \eta_x p \\ \rho v \hat{v} + \eta_y p \end{bmatrix}$$

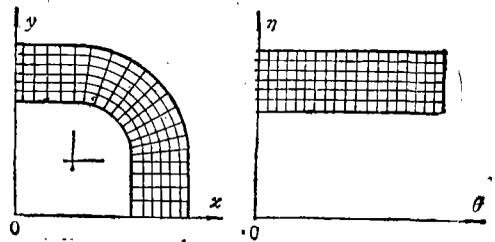


图1 物理平面和计算平面的网格

式中, J 为 (x, y) 坐标转换成 (θ, η) 坐标的雅可比 (Jacobi) 行列式, \hat{u}, \hat{v} 分别表示 θ 方向与 η 方向的流速。

三、数值计算方法

1. 网格点的形成

在计算弯管中的水力过渡过程中, 为了避免物理平面边界点的内插, 先将物理平面转换成与边界相适应的坐标平面, 再将流场划分成等间距的矩形网格进行差分计算, 并将计算结果换算到物理平面, 得到实际流场的各瞬态物理量。其变换采用 Poisson 方程建立物理平面网格点与计算平面网格点的对应关系

$$\begin{cases} \theta_{xx} + \theta_{yy} = 0 \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

x, y 坐标平面的流速 u, v 与变换坐标 θ, η 平面的流速 \hat{u}, \hat{v} 存在以下对应关系

$$\begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_x & \theta_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(4)经过差分迭代可求得物理平面上的二维弯管与计算平面的矩形区域中的网格点建立一一对应的关系, 如图1所示。

2. MacCormack 差分法

MacCormack 差分是具有二阶精度的差分格式这种差分格式采用由坐标变换得到的方程式(3)交替地进行前进差分、后退差分, 前进差分得到预测子, 后退差分得到修正子, 从而逐次修正计算结果, 其差分格式如下

预测子

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{U}_{i,j}^* &= -\Delta \tau \left(\frac{\hat{F}_{i+1,j} - \hat{F}_{i,j}}{\Delta \theta} + \frac{\hat{G}_{i,j+1} - \hat{G}_{i,j}}{\Delta \eta} \right) \\ \hat{U}_{i,j}^* &= \hat{U}_{i,j} + \Delta \hat{U}_{i,j}^* \\ \hat{p}_{i,j}^* &= \hat{p}_{i,j} + a^2(\hat{\rho}_{i,j}^* - \hat{\rho}_{i,j}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

修正子

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{U}_{i,j}^{**} &= -\Delta \tau \left(\frac{\hat{F}_{i,j}^* - \hat{F}_{i-1,j}^*}{\Delta \theta} - \frac{\hat{G}_{i,j}^* - \hat{G}_{i,j-1}^*}{\Delta \eta} \right) \\ \hat{U}_{i,j}^{*+1} &= \frac{1}{2} (\hat{U}_{i,j}^* + \hat{U}_{i,j}^{**} + \Delta \hat{U}_{i,j}^{**}) \\ \hat{p}_{i,j}^{*+1} &= \hat{p}_{i,j}^* + a^2(\hat{\rho}_{i,j}^{*+1} - \hat{\rho}_{i,j}^*) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

以上计算的稳定性条件为

$$c = \frac{|u| + |v| + a}{\Delta x \Delta y} (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} < 1 \quad (8)$$

3. 边界条件

上、下游侧边界条件, 采用保存变量的直线外插法计算确定。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 2f_2 - f_3 \\ f_n &= 2f_{n-1} - f_{n-2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 $f = \rho, \rho \hat{v}, \rho \hat{u}$ 和 p

管壁侧的边界条件,由于进行了如图1所示的坐标变换,可采用镜面反射的边界法则计算.

四、计算结果及其分析

二维 90° 弯管只有一个几何参量, R/d (即弯管中心线的半径/流道宽度), 假设弯管的几何尺度 $R/d = 2.5$, 且 $d = 0.6\text{m}$ 进行计算, 流体的密度 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, 管中水锤波传播速度 $a = 1000\text{m/s}$.

1. 平面压力波通过固定弯管的传播

考虑图2所示的情况, 假设一薄膜阀位于弯管上游 0.5m 处, 阀上、下游初始压力分别为 6bar 和 1bar, 在 $t = 0$ 时刻, 薄膜阀突然除去, $\pm 2.5\text{bar}$ 的膨胀波和压缩波迅速开始分别向上、下游传播, 若管道没有弯曲, 这些波以波速 a 传播, 压力变化呈阶跃形波迅速由阀处向两侧展开 (直管的情况已被计算所证实).

压力波进入弯管段后, 在传播的过程中与弯曲的劈面相互作用, 同时压力波将发生变形, 图3(a)~(j)表示了每间隔 0.5ms 弯管中等压线的变化过程. 在 $t = 0.5\text{ms}$ 时刻, 波前沿开始进入弯曲段的上游边界, 在传播过程中, 等压线变化的方向大致保持与中心线相垂直, 与此同时, 压力峰值由于边壁的作用而逐渐扩散, 变为压力梯度较为平缓的波形.

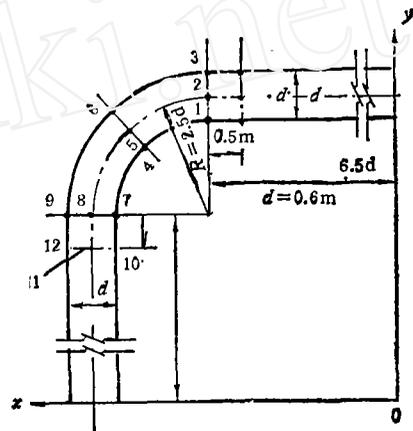


图2 二维 90° 弯管

在 $t = 3.5\text{ms}$ 以后, 弯管下游侧直管内的压力分布特性比较复杂 (如图 (g)~(j)). 这是因为压力波初始的传播方向是与该管段管壁相垂直的, 由于弯管中边壁间的反射, 进入直管段的压力波引起重复性的压力脉动而产生扰动. 由于假设为无粘性流动, 计算中

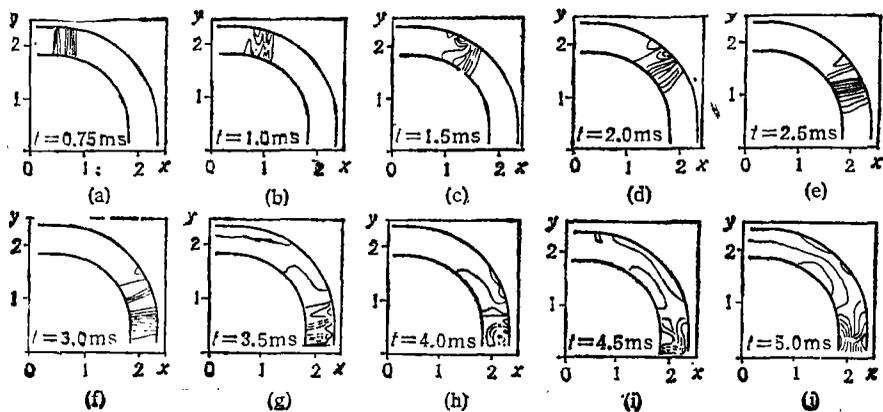


图3 压力波通过弯管的瞬态等压线

该脉动几乎不衰减,而在实际的水流中是应该很快耗散的。

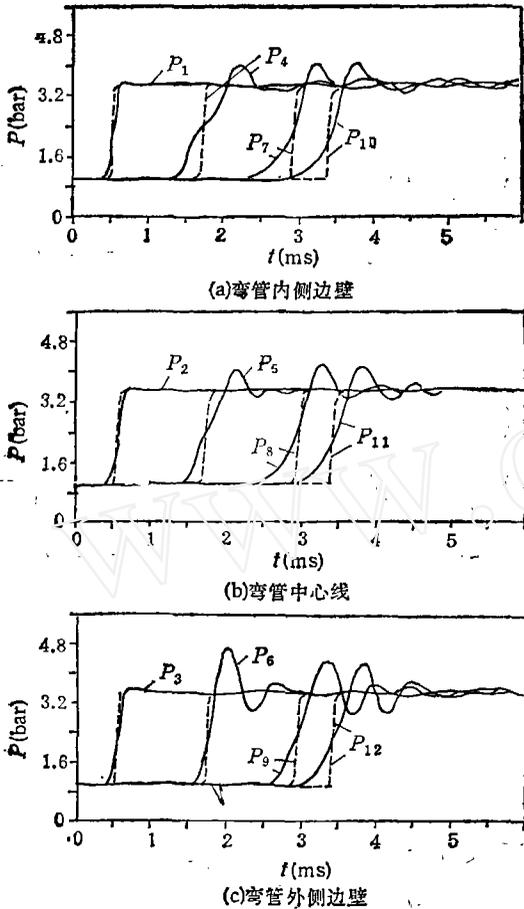


图 4 压力波传播的瞬态压力过程
——二维理论计算结果 - - - - 一维理论计算结果

求出流体作用于弯管的合力,图 5 表示其计算结果,其中 x 方向的力 F_x 与 y 方向的力 F_y 是用时间作横坐标绘出的,虚线是一维理论,即假设同一半径上内外壁的压力是相同的情况的计算结果。通过比较图 3 至图 5 的计算结果,可以评价一维理论的计算精度。压力波通过弯管后力的波动是由于压力波在下游直管中重复性的压力脉动引起的。

2. 弯管受到冲击产生阶跃状运动的压力波

弹性约束支撑的管道,当外力或内力作用于弯管时都很容易引起振动。一旦弯管以速度 $V(t)$ 开始运动,弯管内流动的流体

图 4 表示内壁 (a), 中心线 (b) 和外壁 (c) 各特征点处的压力-时间过程,其中虚线表示由一维理论计算的相应压力变化。可以清楚地看出,由于考虑了边壁的反射作用,二维理论的计算结果中出现了压力峰值和压力脉动。最大压力出现在外侧边壁点 6 处,最高压力为 4.7bar,压力升值 $\Delta p_{\max} = 3.7\text{bar}$,约为一维理论计算结果 2.5bar 的 1.48 倍,波峰逐渐地变成平缓的波形,而一维理论的计算结果,进入弯管后,入射波将无变化地向下游管道传播。

从图 4 所示的二维理论数值计算结果可以看出,水锤波在二维弯管中的传播特性,可简单地概括如下:

(1) 向下游传播时,弯管中出现较大的压力峰值,但其反射波很弱,可忽略不计;

(2) 弯管中压力波的形状呈倾斜状,其最终压力与入射波的压力相同,压力波倾斜的空间长度与弯管内外侧边壁长度之差(即 $\pi d/2 = 0.94\text{m}$) 相对应。

通过内外壁的瞬态压力积分,可

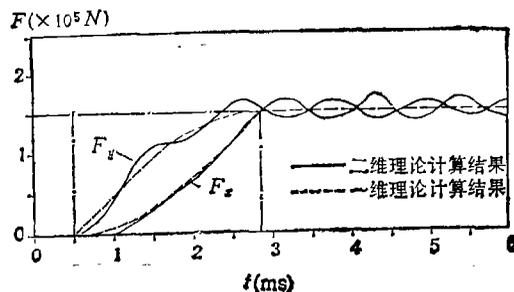


图 5 由于压力波传播的流体作用力

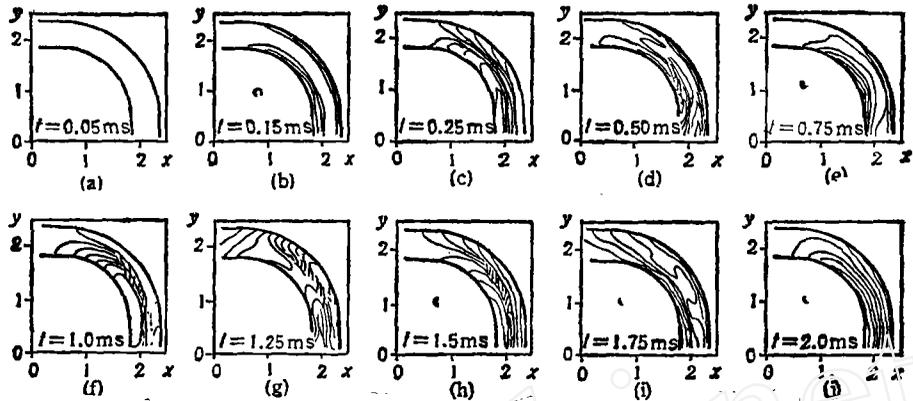


图 6 弯管运动产生的压力波的瞬态等压线

即由于运动边壁的扰动并对弯管作用一定的反力 $F(t)$ 。在此情况下，为了作出弹性支撑约束振动的精确分析，必须考虑流体与结构的相互干涉，求出管道运动 $V(t)$ 所产生的流体反作用力。

本节计算图 2 所示的弯管，在 $t = 0$ 时刻，弯管以 $\Delta V = 0.1\text{m/s}$ 的速度运动，求其管中流体的压力变化及流体对弯管的反作用力。

图 6(a)–(j) 表示冲击运动后瞬态压力等压线的变化。在 $t = 0$ 时刻，垂直边壁上产生 $\pm \Delta p = \rho a \Delta V$ 的压力波并开始向对面的边壁传播，随即也传播进入水平管道。由于两侧边壁的反射，使流场接近于周期性的变化。水平管道开始并没有扰动产生，逐步地平均压力增加 $\Delta p/2$ 。

弯管上代表点的压力-时间过程线如图 7 所示，内侧边壁附近的压力（图 7(a)）和外侧边壁附近的压力（图 7(c)）呈现出极为强烈的压力脉动，此压力脉动是由管壁的冲击作用引起的，其周期为 $T = 2d/a$ （即 1.2ms ）。第一周期的内管壁上的压力变化为短形波，但它逐渐演变为正弦脉动，脉动的幅值比原值 $\pm \Delta p$ 大得多，沿中心线规则的压力变化表示其基本的特征。

弯管上的流体的反作用力的计算结果如图 8 所示。由于本计算忽略了水的粘性，在

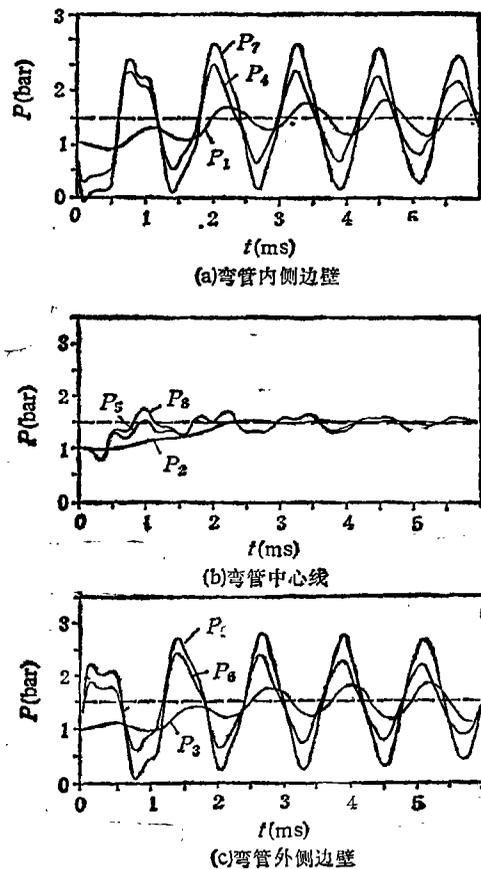


图 7 弯管运动产生的压力随时间的变化

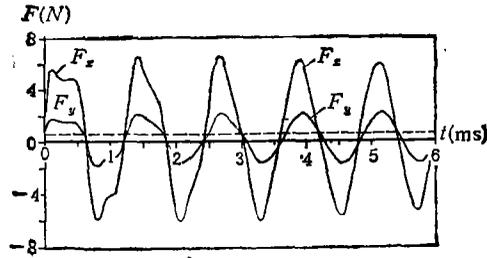


图 8 弯管运动产生的流体作用力

垂直段的压力振荡几乎没有衰减,因此流体力也发生脉动,虚线表示一维理论计算的结果。由图中可以看出,弯管冲击运动将引起强烈的流体反作用力的波动,其峰值比平均值大得多。

流体和弯管之间发生干涉作用,由于弯管的运动流体产生扰动,反过来又产生流体力反作用于弯管,同时压力波开始向上、下游的管道传播由图 7 可以看出,倾斜的压力波向上、下游传播的情况。

五、结 语

本文采用 MacCormack 方法进行了弯管中二维非粘性可压缩性流体水力过渡过程的计算。对于平面压力波进入弯管中的传播和弯管作冲击运动等情况提出了计算成果,包括由计算机绘制的瞬态等压线,代表点的压力过程线和流体对弯管的作用力过程线,并将计算结果与一维理论计算的相应结果进行了比较和论证,还分析了弯管中压力波传播的特性。

目前正致力于拓广到三维弯管流体的研究并考虑引入粘性的影响。

数值计算是利用东京大学大型计算机中心的 M-680H 计算机完成的。

作者衷心地感谢官代裕,松本洋一郎,西川进荣先生非常宝贵的建议和东京大学博士研究生西川秀次、野野下知泰的热心帮助。

参 考 文 献

- [1] Wylie, E. B. and Streeter, V. L., *Fluid Transients*, McGraw-Hill, (1978).
- [2] Otwell, R. S., Wiggert, D. C. and Hatfield, F. J., *The effect of Elbow Restraint on Pressure Transients*, *Topics in Fluid Structure Interaction*, ASME, (1984), 27.
- [3] Thompson, J. F., *Numerical Grid Generation* North Holland, (1982).
- [4] MacCormack, R. W., *A Numerical Method for Solving the Equations of Compressible Viscous Flow*, *AIAA Journal*, 20—9, (1982), 1275.

PRESSURE WAVE PROPAGATES THROUGH TWO-DIMENSIONAL 90° BEND

Liu Guanglin

(Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering)

Hideo Ohashi

(University of Tokyo)

Abstract In the present paper, hydraulic transients in a bend, a typical three-dimensional element, is calculated under the assumption of two-dimensional inviscid flow by applying MacCormack scheme. Results are shown for cases, in which a plane pressure wave propagates through a bend and a bend starts moving impulsively. Transients pressure fields and resulting hydraulic forces acting on the bend are demonstrated, discussed and compared with the corresponding results by one-dimensional calculation.

Key words bend, hydraulic transients, water-hammer