

激波稳定性 (II)

黄迎雷

(中国科学院力学研究所)

提要 本文用 D'yakov 的 *normal mode* 方法讨论任意状态方程介质中的平面定常激波在二维小扰动下的稳定性. 用直接的数学方法和新的物理考虑导出激波稳定性与参数 $r^2 \left(\frac{dv}{dP} \right)_H$ 在不同流场条件下的关系. 结果表明此关系比较复杂, 而过去的 D'yakov-Erpenbeck 不稳定条件只是一个极端情形. 尤其是发现在参数 $r^2 \left(\frac{dv}{dP} \right)_H$ 的两个稳定区域之间还存在不稳定区域, 而这正对应于 Griffiths 等的实验中所观察到的不稳定激波. 将结果用于完全气体激波时发现当绝热指数 $\gamma > \frac{5}{3}$ 时激波可能不稳定. 通过计算比较, 本文结果较成功地解释了 Griffiths 等人的实验结论.

关键词 激波, 二维扰动, 时间不稳定, 空间不稳定

一、导 言

文[1]讨论了激波在一维扰动下的稳定性, 本文继续讨论二维扰动下激波的稳定性, 这时激波面及流场不仅沿传播方向 x 扰动, 而且在横向 y 也有扰动, 致使激波面发生二维皱折.

D'yakov 最早研究这个问题^[2]. 他用 *normal mode* 方法建立了扰动激波的声波和激波两个色散关系, 由此导出激波不稳定条件:

$$r^2 \left(\frac{dv}{dP} \right)_H < -1 \quad \text{或} \quad r^2 \left(\frac{dv}{dP} \right)_H > 1 + 2M \quad (1.1)$$

其中 M 是波后 Mach 数. 我们将记 $r^2 \left(\frac{dv}{dP} \right)_H = \Delta$, 关于它的意义可参见[1]. Erpenbeck 用解线性扰动方程组初值问题的方法也得出条件 (1.1)^{[3],[4]}, 故称其为 D'yakov-Erpenbeck 条件.

(1.1) 的下限条件与 Bethe^[5] 的双波不稳定条件一致. 但(1.1)的上限却太大, 实验中不稳定总在该上限之前早就发生.

Kontorovich^[6] 按 D'yakov 的推导出另一较小的上限条件

$$\Delta > \frac{1 - M^2 - M^2 \omega_0 / \omega_1}{1 - M^2 + M^2 \omega_0 / \omega_1} \quad (1.2)$$

Fowles^[7] 指出此时按某一角度斜入射的声波被激波反射后振幅增大, 因而不稳定. 但是

本文于1986年6月24日收到, 于1988年6月1日收到修改稿.

Griffiths 等人^[3]的实验却表明不稳定激波仍不能达到此上限。针对这一问题, 本文将引进新的物理考虑重新求解 D'yakov 问题。从而得出完全的激波二维稳定性条件并解释实验。

二、D'yakov 方法简述

本节详细内容可参见[2],[4],坐标系的选择与[1]同。

D'yakov 考虑平面定常激波受 x, y 方向的二维 *normal mode* 扰动, 波面的扰动形状为

$$x = \delta x \exp[i(ky - \omega t)] \quad (2.1)$$

而波后流场的速度、压力、密度、熵的扰动为:

$$(\delta u_x, \delta u_y, \delta P, \delta v, \delta s) = (\delta u'_x, \delta u'_y, \delta P', \delta v', \delta s') \exp[i(lx + ky - \omega t)] \quad (2.2)$$

其中振幅 $\delta x, \delta u'_x, \dots$ 及波数 l, k , 频率 ω 均为常数。对于固定的 k 和 ω , 理想流体力学方程组有熵波和声波两个解, 设它们 x 向的波数分别是 $l_{(1)}$ 和 $l_{(2)}$, 则色散关系分别是(c_1 是波后声速):

$$\text{熵波} \quad \omega_1 l_{(1)} - \omega = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{声波} \quad (\omega - \omega_1 l_{(2)})^2 = c_1^2(k^2 + l_{(2)}^2) \neq 0 \quad (2.4)$$

假设波后扰动是这两个波的迭加, 则由理想流体方程组和激波间断面条件可给出八个扰动振幅 $(\delta u'_{x(1)}, \delta u'_{x(2)}, \delta u'_{y(1)}, \delta u'_{y(2)}, \delta P'_{(1)}, \delta v'_{(1)}, \delta V'_{(2)}, \delta x')$ 所满足的八个齐次方程, 它有非零解的充要条件是其系数行列式为零。这给出如下激波色散关系

$$2 \frac{\omega_1}{\omega_0} \omega \left(k^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right) = \left(k^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0 \omega_1} \right) (\omega - \omega_1 l_{(2)}) (1 + \Delta) \quad (2.5)$$

在得到此式时将用可熵波关系 (2.3) 故有关激波稳定性条件的信息只包含在式 (2.4) 和 (2.5) 中。

三、激波稳定性分析

按通常方法, 将 ω 和 $l_{(2)}$ 写成复数形式

$$\omega = \omega^{(r)} + i\omega^{(i)}, \quad l_{(2)} = l_{(2)}^{(r)} + il_{(2)}^{(i)}$$

其中 $\omega^{(r)}, \omega^{(i)}, l_{(2)}^{(r)}$ 和 $l_{(2)}^{(i)}$ 都是实数。声波扰动位相成为

$$\exp[i(l_{(2)}x + ky - \omega t)] = e^{iky} \exp[i(l_{(2)}^{(r)}x - \omega^{(r)}t)] \exp[-l_{(2)}^{(i)}x + \omega^{(i)}t]$$

可见当

$$\omega^{(i)} > 0 \quad (3.1)$$

时扰动随 t 指数增大, 激波是(时间)不稳定的。反之当

$$\omega^{(i)} < 0 \quad (3.2)$$

时, 空间任何一点的扰动随 t 指数衰减, 激波是稳定的。如同文[1], 我们假定扰动是从激波面上发出而向波后传播的。对于声波物理上要求它在波后很远 ($x \rightarrow -\infty$) 处有界, 故有条件

$$l_{(2)}^{(i)} \leq 0 \quad (3.3)$$

但是必须注意, 对熵波一般不能作类似的要求。反之则由(2.3)得出熵波恒为时间不稳定

的不合理结论¹⁾。考虑到熵波是从激波面上发出的物质波,用式(2.3)其位相正比于

$$\exp \left[\frac{\omega^{(i)}}{|w_1|} (x + |w_1|t) \right],$$

可见当 $\omega^{(i)} < 0$ 时,虽然 $l_{(1)} = w_1 \omega^{(i)} > 0$, 但无论对激波面 $x = 0$ 还是对波后任意点 $x = -|x_0|$, 熵波扰动都随 t 指数衰减。从而即使熵波不满足条件(3.3), 它与稳定条件(3.2)也是协调的。

本文重要的一点是对横向波数 k 不再象过去那样在分析稳定性之前就强行规定为实数^{[2][4]}。其根本原因是规定 k 为实数后就遗弃了位于参数 Δ 的若干区域内的激波,但它们可能是存在的。因而那种分析是片面的。

现在稳定性的求解已变为在条件(3.5)下从方程(2.4)和(2.5)求解 $\omega^{(i)}$ 的正负号。定义无量纲参数

$$X = \frac{w l_{(1)}}{\omega} \quad (3.4)$$

(以下略去波后量的下标“1”)。从式(2.4)知 $1 - X \neq 0$, 可从(2.4)、(2.5)两式中消去 k^2 和 $1 - X$, 得二次方程

$$\alpha X^2 + \beta X + \gamma = 0 \quad (3.5)$$

其中

$$\alpha = 1 - M^2 (> 0)$$

$$\beta = 2M^2 + \frac{2}{1 + \Delta} \frac{v}{v_0} (1 - M^2)$$

$$\gamma = \frac{2}{1 + \Delta} \frac{v}{v_0} (1 + M^2) - M^2 - \frac{v}{v_0}$$

而(2.4)成为

$$\frac{w^2 k^2}{\omega^2} = M^2 - 2M^2 X - (1 - M^2) X^2 \quad (3.6)$$

(3.5)和(3.6)是下面分析稳定性的基本方程。

方程(3.5)的判别式为

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = 4 \left\{ \left[1 - \frac{1}{1 + \Delta} \frac{v}{v_0} (1 - M^2) \right]^2 - (1 - M^2) \left(1 - \frac{v}{v_0} \right) \right\}$$

定义

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -1 + \frac{v}{v_0} \frac{1 - M^2}{1 + \sqrt{(1 - M^2) \left(1 - \frac{v}{v_0} \right)}}, \\ \Delta_2 &= -1 + \frac{v}{v_0} \frac{1 - M^2}{1 - \sqrt{(1 - M^2) \left(1 - \frac{v}{v_0} \right)}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

则当 $\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$ 时, X 取一对共轭复根 X_1 和 $X_2 = X_1^*$, 而当 $\Delta \leq \Delta_1$ 或 $\Delta > \Delta_2$ 时。

1) 感谢审稿者对此提出的意见。

X 取一对实根:

$$X_1 = \frac{1}{2\alpha}[-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}], \quad X_2 = \frac{1}{2\alpha}[-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}] \quad (3.8)$$

知道 X 的两个根由式(3.4)可确定出两个频率 ω_1 和 ω_2 (对固定的满足(3.3)式的 $l_{(2)}$), 再由(3.6)可确定两个波数 k_1 和 k_2 . 这样就可以从判据(3.1), (3.2)及 k 的取值得出激波稳定性条件, 它一般是激波参数 Δ 的函数. 我们考虑任意激波, 其参数 Δ 的取值在整个实数轴上. 显然当 k 被确定为实数时扰动在 y 方向振幅不变, 这时 $\omega^{(j)}$ 的符号唯一决定稳定性. 反之若对某些 Δ 的区域 k 被确定为复数, 正如前面所说, 我们不能简单地将其抛弃而不予讨论. 由于这类激波可能是存在的, 我们没有任何理由遗弃它们. 由于这时扰动振幅在 y 方向剧烈变化, 它们应对应于某种不稳定现象. 当然它们必须与从 $\omega^{(j)}$ 的符号所给出的稳定性协调一致. 以下按四种可能情况分别讨论.

1. 绝对不稳定激波及其条件 若所确定的两个频率 ω_1 和 ω_2 有一个或两个都满足(3.1)式, 则无论 k 是实是复, 扰动都随 t 指数增长, 称这时激波是绝对不稳定的.

首先证明当 X 取一对复根时为绝对不稳定.

证: 设两个复根为

$$X_1 = re^{i\varphi}, \quad X_2 = re^{-i\varphi} \quad (r > 0, -\pi < \varphi < \pi)$$

而满足(3.3)式的 $l_{(2)}$ 一般可写为

$$l_{(2)} = \eta e^{i\theta} \quad (\eta > 0, -\pi \leq \theta \leq 0)$$

从 X 的定义式(3.4)知绝对不稳定条件(3.1)要求:

$$\omega_1^{(j)} = \omega \frac{\eta}{\gamma} \sin(\theta - \varphi) > 0 \Leftrightarrow -\pi < \theta - \varphi < 0$$

和(或)

$$\omega_2^{(j)} = \omega \frac{\eta}{\gamma} \sin(\theta + \varphi) > 0 \Leftrightarrow -\pi < \theta + \varphi < 0$$

将这两式表示成图可见, 在 $-\pi \leq \theta \leq 0$ 内总有 $\varphi \in (-\pi, \pi)$ 使得它们之中的一个或两个都成立. 故当 X 取复根, 即

$$\Delta_1 < \Delta < \Delta_2 \quad (3.9)$$

时激波是绝对不稳定的. 证毕.

其次设 X 取一对实根. 由定义(3.4)并注意 $\omega < 0$, $l_{(2)} < 0$, 绝对不稳条件(3.1)等价于 $X_1 > 0$ 或 $X_2 > 0$, 但由(3.8) $X_1 \geq X_2$, 故只要 $X_1 > 0$, 这给出绝对不稳条件:

$$\Delta < -1 \quad \text{或} \quad \Delta > 1 - \frac{2M^2 \left(\frac{v_0}{v} - 1 \right)}{1 + M^2 v_0/v} \equiv \Delta' \quad (3.10)$$

图2将(3.9)和(3.10)两个绝对不稳区域表示在参数 Δ 轴上. 这是一个非常有趣的结果, 下面将看到与 (Δ_1, Δ_2) 相邻的两个区域是稳定的, 这表明随 Δ 的连续变化激波可能出现稳定—不稳定—稳定的变化现象, 实验应容易观察到.

作为兴趣, 不妨看看当事先强行规定 k 为实时会得到什么结论. 由式(3.4)和(3.6)得

$$k_{1,2}^2 = \left[\frac{M^2}{X_{1,2}^2} - 2M^2 \frac{1}{X_{1,2}} - (1 - M^2) \right] l_{(2)}^2$$

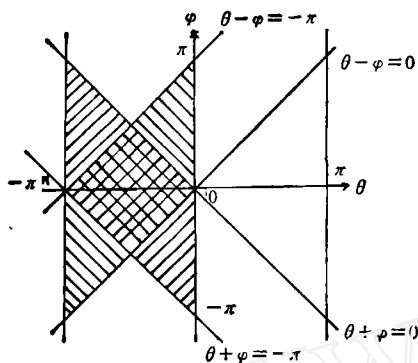


图 1

显然当 $X_{1,2}$ 是一对共轭复根时 $k_{1,2}$ 一般也只能是复数, 但已规定 k 是实的, 故对 $\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$ 这一区域的激波无法讨论, 只能被遗弃掉, 这显然不合理. 而当 $X_{1,2}$ 取一对实根时 (3.6) 式的右端是实数, 左端 $\omega^2 k^2 > 0$ 也是实的, 故 ω^2 是实的, 绝对不稳条件 (3.1) 要求 ω 是正的纯虚数, 故必须

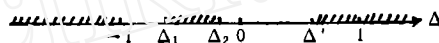


图 2 阴影区为绝对不稳定区域

$$M^2 - 2M^2X - (1 - M^2)X^2 < 0 \quad (3.11)$$

即

$$X < -\frac{M}{1-M} \quad (3.12)$$

或

$$X > \frac{M}{1+M} \quad (3.13)$$

从 $\omega^{(i)} = \frac{\omega l_0^{(i)}}{X}$ 知 (3.12) 对应于 (3.2) 的稳定情形, 而 (3.13) 是不稳定情形, 它对 $X_{1,2}$ 同时成立, 由此可得规定 k 为实时的绝对不稳条件是:

$$\Delta < -1 \quad \text{或} \quad \Delta > 1 + 2M \quad (3.14)$$

这正是 D'yakov-Erpenbeck 条件. 由于它将区域 (3.9) 和区域 $\Delta' < \Delta < 1 + 2M$ 内的不稳定激波全部遗弃掉了, 故只是本文结果的一种片面情况.

2. 绝对稳定激波及其条件 若两个扰动频率同时满足

$$\omega_1^{(i)} < 0, \quad \omega_2^{(i)} < 0 \quad (3.15)$$

且 k 取实数, 则所有扰动随 t 指数衰减, 扰动振幅在 y 方向也没有剧烈变化, 称这时激波是绝对稳定的.

显然这时 $X_{1,2}$ 是实根. 由 (3.6) 式及 k 为实数可知 $\omega_{1,2}$ 只能是负纯虚数, 于是 (3.11) 式成立, 进 (3.12) 式成立, $X_{1,2} < -\frac{M}{1-M}$, 用 (3.8) 式即得

$$-1 < \Delta < \min \left(1 - 2M, -1 + \frac{v}{v_0} \frac{1 - M^2}{M} \right) \quad (3.16)$$

不难证明以下不等式:

$$-1 + \frac{v}{v_0} \frac{1 - M^2}{M} > \Delta_1, \quad 1 - 2M > \Delta_2 \quad (3.17)$$

$$-1 + \frac{v}{v_0} \frac{1 - M^2}{M} > 1 - 2M \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} > \frac{2M}{1+M} \quad (3.18)$$

$$\Delta_2 > -1 + \frac{v}{v_0} \frac{1-M^2}{M} \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} < \frac{2M}{1+M} \quad (3.19)$$

$$1-2M < \Delta' = 1 - \frac{2M^2 \left(\frac{v_0}{v} - 1 \right)}{1 + M^2 v_0 / v} \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} > \frac{M(1-M)}{1+M} \quad (3.20)$$

从(3.16)并用(3.17)–(3.20), 得绝对稳定区域为

$$-1 < \Delta \leq \Delta_1 \quad (3.21)$$

和

$$\Delta_2 \leq \Delta < 1-2M \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} > \frac{2M}{1+M} \quad (3.22)$$

3. 中性稳定激波及其条件 若 $\omega_1^{(i)} = \omega_2^{(i)} = 0$, k 是实数, 则 $X_{1,2}$ 是实根, 由(3.4)知 l_{ω} 也为实, 扰动是普通振幅的声波. 称这时激波是中性稳定的.

这时(3.6)式左端是正实数, 故其右端 > 0 , 将(3.11)–(3.13)式反号并排除 $X > 0$ 的绝对不稳情况, 则要求

$$0 > X_{1,2} > -\frac{M}{1-M},$$

由此结合式(3.17)–(3.20)得中性稳定区域是:

$$\Delta_2 < \Delta < 1-2M, \quad \text{当} \quad \frac{M(1-M)}{1+M} < \frac{v}{v_0} < \frac{2M}{1+M} \quad (3.23)$$

或

$$\Delta_2 < \Delta < \Delta' \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} < \frac{M(1-M)}{1+M} \quad (3.24)$$

4. 中性不稳定激波及其条件 将上三种情况作一小结可发现只有当

$$\frac{v}{v_0} > \frac{M(1-M)}{1+M}$$

时区域 $(1-2M, \Delta')$ 内的稳定性还不清楚. 排除以上三种情况, 再排除 $\omega_1^{(i)} = 0$, $\omega_2^{(i)} < 0$ (或 $\omega_1^{(i)} < 0$, $\omega_2^{(i)} = 0$) 的情况(由(3.4)知 X 取实根时这不可能), 可推知这时只能是 $\omega_1^{(i)} = \omega_2^{(i)} = 0$, k_1, k_2 中一个是实数, 另一个是纯虚数, 显然它们一个是普通声波, 另一个是振幅在 y 方向变化剧烈的扰动, 虽然它不随 t 增长但也不衰减. 称其是中性不稳定的, 它对应于区域

表1 稳定性情况总结

激波状态 \ Δ	$\Delta < -1$	$-1 < \Delta < \Delta_1$	$\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$	$\Delta_2 < \Delta < 1-2M$	$\Delta_1 < \Delta < \Delta'$	$1-2M < \Delta < \Delta'$	$\Delta > \Delta'$
$\frac{v}{v_0} > \frac{2M}{1+M}$	绝对不稳	绝对稳	绝对不稳	绝对稳		中性不稳	绝对不稳
$\frac{M(1-M)}{1+M} < \frac{v}{v_0} < \frac{2M}{1+M}$	绝对不稳	绝对稳	绝对不稳	中性稳		中性不稳	绝对不稳
$\frac{v}{v_0} < \frac{M(1-M)}{1+M}$	绝对不稳	绝对稳	绝对不稳		中性稳		绝对不稳

$$1 - 2M < \Delta < \Delta \quad \text{当} \quad \frac{v}{v_0} > \frac{M(1-M)}{1+M} \quad (3.25)$$

中性不稳定与绝对不稳定不同,后者扰动主要随时间增大,而前者只随空间变化而增大,是空间不稳定。四种稳定性情况总结在表 1 中。

四、激波稳定性条件的检验

1. 完全气体激波稳定性 由 Fowles^[9] 激波参数 Δ 可表示为

$$\Delta = \tilde{r} \left(\frac{dv}{dP} \right)_H = \frac{M^2(a-1)}{1-M^2a} \quad (4.1)$$

其中

$$a = \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{v_0}{v} - 1 \right),$$

而

$$\Gamma = v \left(\frac{\partial P}{\partial E} \right),$$

是 Grüneisen 数。

对完全气体 $P(v, s) = A(s)v^{-\gamma}$, 有

$$\Gamma = \gamma - 1 \quad (4.2)$$

其中 $\gamma (>1)$ 是气体绝热指数。还有激波关系^[10]:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{(\gamma+1)M^2}{(\gamma-1)M^2+2} \quad (4.3)$$

设波后 M 不太小,使满足 $\frac{v}{v_0} > \frac{M(1-M)}{1+M}$, 则当

$$\Delta > 1 - 2M \quad (4.4)$$

时激波不稳定。用(4.1)–(4.4)式得不稳定条件是:

$$\gamma > 1 + \frac{2}{1+2M} \quad (4.5)$$

由于 $0 < M \leq 1$, 故当

$$\gamma > 3 \quad (4.6)$$

时,对任意 M ,激波都不稳定。而当

$$\frac{5}{3} < \gamma < 3 \quad (4.7)$$

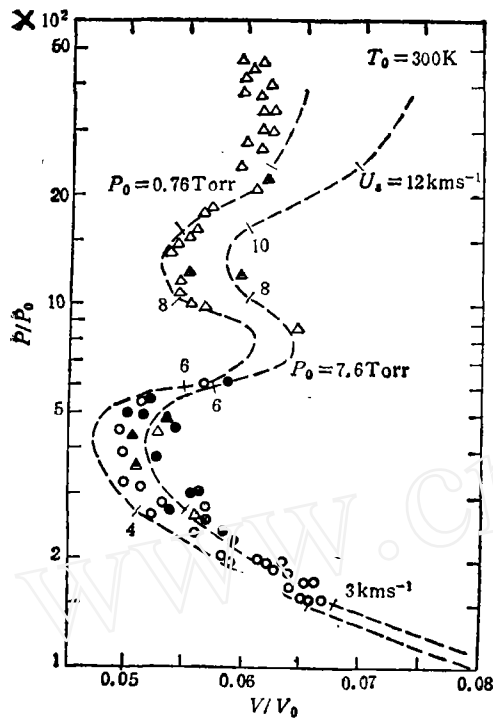
时激波稳定性随 M 而变化。但对 $M \lesssim 1$ 时当

$$\gamma > \frac{5}{3} \quad (4.8)$$

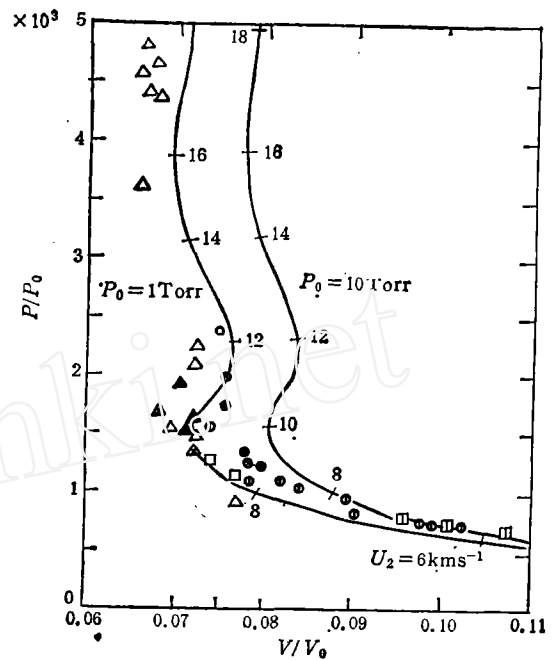
就会有不稳定激波出现。反之对

$$1 < \gamma < \frac{5}{3} \quad (4.9)$$

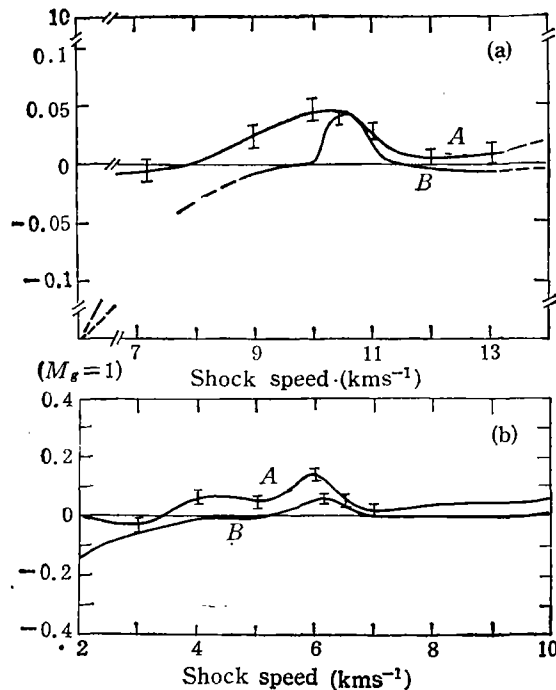
的完全气体,激波肯定稳定,这与经验一致。



(A) CO_2 中激波稳定性的实验结果与理论计算的平衡 Hugoniot 线的比较。
黑体、打叉及空心的符号分别表示“不稳”、“中间未定”和“稳定”的激波。



(B) Ar 中激波稳定性的实验结果与理论计算的平衡 Hugoniot 线的比较、符号的意义与 (A) 相同。



(C) 对 Ar(a) 和 CO_2 (b) 的激波 Hugoniot 线上的参数 $\Delta = j^2(dv/dp)_H$ (曲线 B) 及 $\Delta'' = \frac{1-M^2-M^2v_0/v}{1-M^2+M^2v_0/v}$ (曲线 A) 的比较。(a) $P_0 = 1.0 \text{ Torr}$, $T_0 = 293\text{K}$; (b) $P_0 = 7.6 \text{ Torr}$, $T_0 = 300\text{K}$ 。

图3 Griffiths, Sandemen 和 Hornung 的激波管实验结果

2. Griffiths 等的实验与理论比较 Griffiths 等^[8]在激波管中用 CO_2 和 Ar 气体做了激波稳定性实验, 这些气体在强激波中发生电离、解离变化。实验结果如图三所示(引自[9])。

由图上提供的数据 U_s (激波速度),

$$\frac{v}{v_0}, \Delta, \Delta'' = \frac{1 - M^2 - M^2 \frac{v_0}{v}}{1 - M^2 + M^2 v_0/v}$$

及稳定性情况, 可以算出 M^2, Δ_1, Δ_2 。我们对 CO_2 及 Ar 的共六个实验点进行了计算, 结果如表 2 所示。

表 2 对 Griffiths 等实验结果的分折计算

	U_s (km s^{-1})	v/v_0	Δ	Δ''	M^2	Δ_1	Δ_2	稳定性	参数区域
CO_2 $P_0 = 7.6 \text{ Torr}$ $T_0 = 300 \text{ K}$	3.5	0.058	-0.02	0.02	0.053	-0.97	-0.01	不稳定	$\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$
	6.2	0.058	0.06	0.12	0.044	-0.97	0.09	不稳定	$\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$
	3.2	0.067	-0.04	-0.02	0.065	-0.97	-0.05	稳 定	$\Delta > \Delta_2$
Ar $P_0 = 1 \text{ Torr}$ $T_0 = 293 \text{ K}$	10.0	0.072	0.000	0.045	0.062	-0.97	0.01	不稳定	$\Delta_1 < \Delta < \Delta_2$
	12.0	0.076	-0.005	0.005	0.070	-0.96	-0.03	稳 定	$\Delta > \Delta_2$
	8.0	0.078	-0.030	0.000	0.072	-0.96	-0.04	稳 定	$\Delta > \Delta_2$

由表 2 可见, 在测量和计算所允许的精确范围内, 实验中的不稳定激波基本上都在本文理论的绝对不稳定区域 (Δ_1, Δ_2) 内, 而稳定激波则处在 $\Delta \geq \Delta_2$ 的中性稳定区域内 (实验激波都满足 $\frac{v}{v_0} < \frac{M(1-M)}{1+M}$)。实验结果支持本文从 D'yakov 理论导出的激波稳定性条件。

五、结 论

本文从 D'yakov 的基本理论出发, 用直接的方法求解了在二维扰动下激波在参数域 $-\infty < \Delta < +\infty$ 内的稳定性。得出表一所示的不同流场情况下稳定性与参数 Δ 的关系。从理论上解决了从 D'yakov 以来一直不清楚的问题, 并且较成功地解释了实验结果, 这表明 D'yakov 理论有相当的价值。我们期待更多的实验支持这一说法。

感谢崔季平、朱如曾二教授的有益讨论和建议, 感谢孙祉伟教授的帮助。

参 考 文 献

- [1] 黄迎雷、崔季平, 激波稳定性 I, 力学学报, 21(1989), pp. 168—175.
- [2] Dyakov S. P., Zh. Eksp. Teor. Fiz., 27(1956): 88.
- [3] Erpenbeck J. J., Phys. Fluids, 5(1962): 1181.
- [4] Swan G. W., Fowles G. R., Phys. Fluids, 18(1975): 28.
- [5] Bethe H. A., Office of Scientific Research and Development Report, 445(1942).
- [6] Kontorovich V. M., Soviet Phys.-JETP, 6(1957): 1179; or Majda A. and Rosoles R., SIAM J. Appl. Math. 43(1983): 1310.

- [7] Fowles G. R., *Phys. Fluids*, 24(1981): 220.
- [8] Griffiths R. W., Sandeman R. J. and Hornung H. G., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 9(1976): 1681.
- [9] Fowles G. R., *Phys. Fluids*, 19(1976): 227.
- [10] 朗道, 栗弗席兹著, 彭旭麟译, 连续介质力学, 人民教育出版社, 北京(1960): 第九章.

SHOCK WAVE STABILITY (II)

Huang Yinglei

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract The stability of step shocks for arbitrary equation of state under two-dimensional perturbation is solved completely with new considerations of physics and mathematics based on the normal mode theory of D'yakov. It is found that the relation between stability and the shock parameter $j^2(dv/dP)_n$ is not as simple as known before. The previous D'yakov-Erpenbeck instability condition is only an extreme case of this paper. A remarkable result is that there exists a range of instability between two ranges of stability on the axis of shock parameter $j^2(dv/dP)_n$, and which is the just the range where the unstable shocks in the experiment by Griffiths and coworkers lie. Shocks in perfect gases could be unstable if the ratio of specific heats $\gamma > 5/3$.

Key words shock waves, 2-dimensional perturbation, temporal and spatial instability.