

半潜平台运动计算的单体合成法*

陈启强 刘翔

(中山大学力学系)

提要 本文用单体合成法计算了一个半潜平台的运动以及作用在平台上的水动力和波浪扰动力。利用平台水下部分透浪性能良好的物理假设,在数学上论证了这种方法。

关键词 附加质量,附加阻尼,平台波浪力。

一、前言

海洋石油开发日益从浅海向中深海进军,采油设备也由重力式平台、单点系泊系统向半潜平台和张力腿平台过渡。半潜平台运动的计算已提到日程上来。由于平台的几何结构均复杂,用一般浮体运动理论计算时,工作量比较大,故有关平台运动的文章却不多。

目前,讨论平台运动都是从一般浮体运动理论出发,使用各种各样的数学技巧,如切片法、有限元法、边界元或耦合元^[1]等方法进行计算,并没有从平台运动本身的特性去进行简化,因而在简化计算上不可能有新的突破。Hooft^[2]提出了一个能够预报半潜平台运动性能的简易方法。其方法是把相对运动概念应用到平台的各个单体为依据。他将平台分为若干个独立的单体,这些单体的直径小于五分之一波长。当计算附加质量、附加阻尼以及水动力时,各个单体可独立计算,然后再将各个量迭加起来,求解运动方程。Hooft 文章中将计算结果与实验数据作了比较,结果非常吻合。

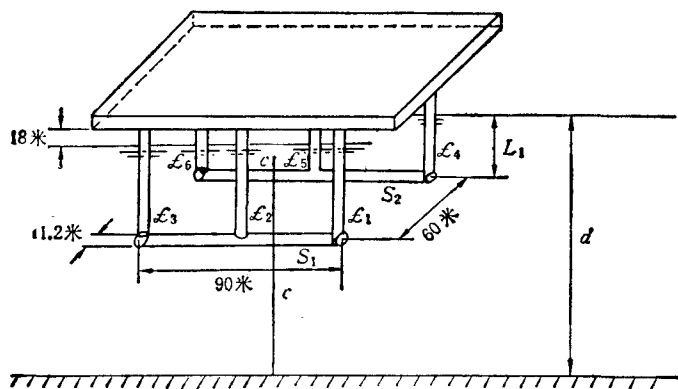
本文假定平台水下部分对远方来波有良好的透浪性能,流体是理想、无旋和不可压缩的,作用在平台上的水动力和静水力与运动成线性关系,而且与振荡频率有关。

二、理论推导

半潜平台的设计特点是,水下部分主浮体深潜水下,在水面上只露出几条孤立的支柱,工作的支承面是离开水面的。为使水下部分对远方来波的透射性能好,深潜水下的主浮体也分成数个相隔较远的单体,露出水面的数条孤立柱子之间距离也比较远。然后用若干条体积较小的支柱将其连成稳固的结构物,以支撑工作台的载荷。现将 Hooft^[2] 文中的图 25 所给出的平台尺寸进行分析,并作为本文的图 1。从图 1 可看到半潜体有以下的一些特点:

(1) 主浮体 S_1 和 S_2 的最短距离 R 比参考尺度大得多,以致认为:

* 中国科学院科学基金资助课题。
本文于 1986 年 6 月 6 日收到。

图 1 半潜平台略图^[2]

$$R \gg 1 \quad (1)$$

(2) 主浮体的体积 ∇ 比次浮体的体积 v 大得多, 以致认为:

$$v/\nabla \ll 1 \quad (2)$$

(3) 平台放置在中深海, 为使平台平稳, 其主浮体是深潜的, 因而可以认为深潜深度 L_1 和水深 d 比参考尺度大得多,

$$d \gg 1, \quad L_1^2 \gg 1 \quad (3)$$

还有一个假设, 因它与推导有关, 到时再具体说明。

下面将依据上述三个假设去论证文 [2] 所提出的假设。

推导是在线性水波假设下进行的。假设流体是理想、无旋和不可压缩的。远方来波频率为 ω , 依据 Oortmenyssen^[3] 方法给出由 S 所包围的浮体的六个运动速度势 $\phi_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 可写为:

$$\phi_i(x_1, x_2, x_3) = \iint_S \sigma_i(a_1, a_2, a_3) G(x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3) dS \quad (4)$$

其中, σ_i 为 S 表面上的源密度分布函数, S 表面包括图 1 中 S_1 、 S_2 、 $\mathcal{L}_1$ 到 $\mathcal{L}_6$ 等八个单体所组成的总体曲面。核函数 $G(x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3)$ 可表示为:

$$\begin{aligned} G(x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3) = & \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + i \frac{2\pi(K^2 - v^2) \operatorname{ch} K(a_3 + c) \operatorname{ch} K(x_3 + c)}{K^2 d - v^2 d - v} J_0(KR) \\ & + PV \int_0^\infty \frac{2(\xi + v) e^{-\xi d} \operatorname{ch} \xi(a_3 + c) \operatorname{ch} \xi(x_3 + c)}{\xi \operatorname{sh} \xi d - v \operatorname{ch} \xi d} J_0(\xi R) d\xi \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $v = \omega^2/g = K \operatorname{th} Kd$ $r^2 = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + (x_3 - a_3)^2$ $r_1^2 = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + (x_3 - 2c + a_3)^2$ $R^2 = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2$

设 S 表面上法向 $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$, 而 $\mathbf{r} \times \mathbf{n} = (n_4, n_5, n_6)$ 源密度分布函数 σ_i 满足以下的积分方程:

$$n_j | S = -\frac{1}{2} \sigma_j(x_1, x_2, x_3) + \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_j(a_1, a_2, a_3) \frac{\partial}{\partial n} G(x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3) dS$$

$$(j = 1, 2, \dots, 7) \quad (6)$$

上式中 n_j 由来波势函数 ϕ_0 所确定:

$$n_j = - \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \Big|_s \quad (7)$$

$$\phi_0 = \nu A \frac{\text{ch } K(x_3 + c)}{\text{ch } Kd} e^{iK(x_1 \cos \alpha + x_2 \sin \alpha)} \quad (8)$$

其中, α 为来波入射角, A 为来波振幅, ϕ_j 为绕射势。

从上述各式可以看到, 关键是在 S 曲面上求积分方程(6)。假如在每一个单体区域内求 $\sigma_i(a_1, a_2, a_3)$ 时可简化为近似于单体运动一样的方法, 则文 [2] 的假设就近似成立了。

从解积分方程(6)的角度来说, S 可分为两大类型区域: 主浮体单体区域, 如 S_1 和次浮体单体区域, 如 S_2 。现分别讨论如下:

主浮体单体区域 S_1

首先考虑两积分的简化。

$$I_1 = \iint_{S_1 + S_2} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS; \quad I_2 = \iint_{S_1 + S_2} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (9)$$

(a) 积分 I_1 的简化: 见图 2, $(x_1, x_2, x_3) \in S_1$, 而被积函数点 $(a_1, a_2, a_3) \in S_2$, 这两点的距离必大于 R 。令

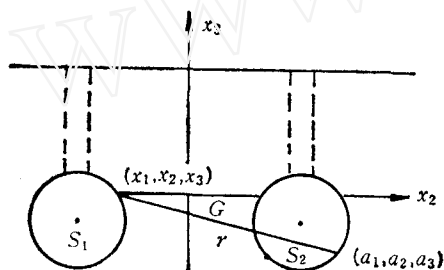


图 2 示意简图

$$D_1 = \frac{\iint_{S_2} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS}{\iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS} \quad (10)$$

则

$$I_1 = \iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + D_1] \quad (11)$$

要估计 D_1 的量阶, 可察看式 (5), 当 $R \gg 1$

时⁽⁴⁾

$$J_0(\xi R) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi \xi R}} \cos\left(\xi R - \frac{\pi}{4}\right) \left[1 + o\left(\frac{1}{\xi R}\right)\right] \quad (12)$$

故存在与选择点无关的 M_1 , 使得

$$\sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_s \cong M_1 / R^{3/2} \quad (13)$$

若令 $\iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS = M \nabla$, $\iint_{S_1} dS = M_2$, 则有

$$D_1 \leq \frac{M_1}{M \nabla} \cdot \frac{M_2}{R^{3/2}} \ll 1 \quad (14)$$

(b) 积分 I_2 的简化: 类似 (a) 的情况, 有:

$$D_2 = \frac{\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS}{\iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS} \quad (15)$$

$$I_2 = \iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + D_2] \quad (16)$$

要估计 D_2 的量阶, 可观察图 3. 考虑 $\mathcal{L}_1$ 面上的积分. $(a_1, a_2, a_3) \in \mathcal{L}_1, (x_1, x_2, x_3) \in S_1$. 从(5)式可看到, 当 $r \rightarrow 0$ 时, G 趋于无穷大, 为此把 $\mathcal{L}_1$ 分为两个区域, 则积分可写为:

$$\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS = \iint_{\mathcal{L}_1 - \Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS + \iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (17)$$

其中 $\Delta\mathcal{L}_1$ 是包含 $r \rightarrow 0$ 的点的小区域. 将 G 分为奇异部分与正则部分:

$$G = \frac{1}{v} + G' \quad (18)$$

则 $\Delta\mathcal{L}_1$ 上的积分可写为

$$\iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS = \iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{v} \right) dS + \iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G'}{\partial n} dS \quad (19)$$

上式第二个积分随着 $\Delta\mathcal{L}_1 \rightarrow 0$ 而趋于零. 而第一个积分可用下述方法计算.

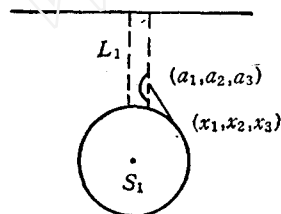


图3 示意简图

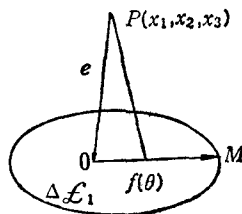


图4 示意简图

参阅图 4, 设 $\Delta\mathcal{L}_1$ 的中心点为 0, 它与边界 M 点的距离为 $f(\theta)$, 与 $P(x_1, x_2, x_3)$ 点的距离为 e , σ_i 在中心点的值为 σ_i^0 , 则有:

$$\begin{aligned} \iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{v} \right) dS &= \iint_{\Delta\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial}{\partial e} \left(\frac{1}{v} \right) dS \\ &= \sigma_i^0 \int_0^{2\pi} \left[\frac{e}{(e^2 + f^2(\theta))^{1/2}} - 1 \right] d\theta = -2\pi\sigma_i^0 \end{aligned} \quad (20)$$

故当 $\Delta\mathcal{L}_1 \rightarrow 0$ 时, 积分值是一常数, 且与 $\Delta\mathcal{L}_1$ 的形状无关. 显然, 当研究主浮体 S_1 的小区域积分时, 也将出现(20)的积分, 但法向相反, 故得 $2\pi\sigma_i^0$, 因而对应应将上式的积分值消去. 这部分的值将可不必考虑, 因而有:

$$D_2 = \frac{\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS}{\iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS} = \frac{M_2}{M} \times \frac{v}{\nabla} \ll 1 \quad (21)$$

其中 $M_2 \geq \left| \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} \right|$ 在 $(a_1, a_2, a_3) \in \mathcal{L}_1 - \Delta \mathcal{L}_1$ 区域内, $M_4 \geq \left| \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} \right|$ 在 S_1 区域内.

分析 $\mathcal{L}_2$ 到 $\mathcal{L}_6$ 的面积分时, 将有(17)和(21)式的类似结果. 总结(10), (14), (17)和(21)式的结果, 在主浮体单体区域内, 方程(6)可简化为:

$$\begin{aligned} n_j &= -\frac{1}{2} \sigma_j + \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \\ &= -\frac{1}{2} \sigma_j + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + o(D_1) + o(D_2)] \\ (j &= 1, 2, \dots, 7) \end{aligned} \quad (22)$$

因而在主浮体单体面上, 文[2]的假设是近似地成立的.

次浮体单体区域

类似主浮体区域的情形, 首先考虑以下两个积分的简化:

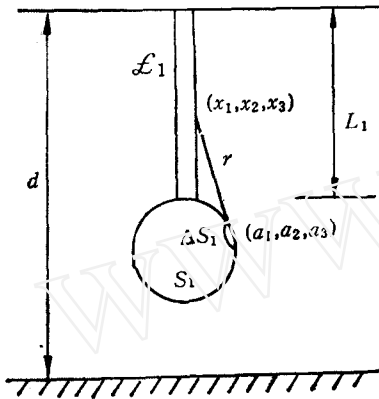


图 5 示意简图

$$I_3 = \iint_{\mathcal{L}_1 + S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS, \quad I_4 = \iint_{S_1 + S_2} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (23)$$

(a) 简化 I_3 : 见图 5, $(x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{L}_1, (a_1, a_2, a_3) \in S_1$. 当 $r \rightarrow 0$ 时, G 趋于无穷大, 为此把 S_1 分为两个区域:

$$\begin{aligned} \iint_{S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS &= \iint_{S_1 - \Delta S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \\ &+ \iint_{\Delta S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \end{aligned} \quad (24)$$

核函数 G 分为奇异部分与正则部分

$$G = G' + \frac{1}{v},$$

分析可得:

$$I_3 = \iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + D_3] \quad (25)$$

$$D_3 = \frac{\iint_{S_1 - \Delta S_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS}{\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS} \quad (26)$$

要进一步分析 D_3 的量阶, 令

$$\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS = m\nu \quad (27)$$

从(5)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{s-\Delta s} &= \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left[i \frac{2\pi(K^2 - \nu^2) \operatorname{ch} K(a_3 + c) \operatorname{ch} K(x_3 + c)}{K^2 d - \nu^2 d - \nu} J_0(KR) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial n} \left[PV \int_D \frac{2(\xi + \nu) e^{-\xi d} \operatorname{ch} \xi(a_3 + c) \operatorname{ch} \xi(x_3 + c)}{\xi \operatorname{sh} \xi d - \nu \operatorname{ch} \xi d} J_0(\xi R) d\xi \right] \end{aligned} \quad (28)$$

上式第二、第三项之和的量阶为 M_3/d^2 , 从假设(3)可看到, 其量阶是可忽略的。至于第一项, 尽管挖去了 ΔS_1 , 但 $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$ 还是较大的数, 为此须提出第4个特点以作为假设。

为了使结构物对来波有良好的透射性能, 露出水面的支柱之间的距离都是较远的, 因而连接他们的主浮体必须细长 (见图6)。由此可看到平台有下面第四个特点:

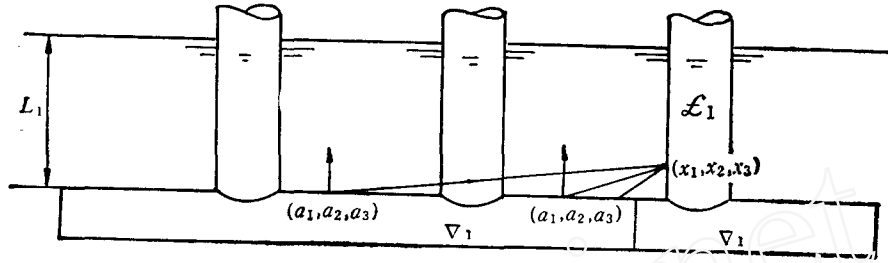


图6 细长主浮体连接示意图

将主浮体 S 的体积分为 ∇_1 和 $\bar{\nabla}_1$ 两部分 (见图6), 其中 $\mathcal{L}_1$ 上每一点 (x_1, x_2, x_3) 到 ∇_1 的表面 S_1^* 的距离是较大的数, 以致认为:

$$\iint_{S_1^*} \sigma_i \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} \right) dS / \iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \ll 1 \quad (29)$$

而由假设(3), $\mathcal{L}_1$ 的柱高 $L_1 \gg 1$, 以致认为 $\mathcal{L}_1$ 的体积 v 比 $\bar{\nabla}_1$ 大得多, 从而有:

$$\bar{\nabla}_1 / v \ll 1 \quad (30)$$

据本假设, 不难有:

$$D_3 = \frac{\iint_{S_1^*} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS + \iint_{\bar{S}_1^*} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS}{\iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS} \ll 1 \quad (31)$$

其中 $\bar{S}_1^*$ 为 $\bar{\nabla}_1$ 的表面区域。

(b) 积分 I_4 的简化

$$I_4 = \iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + D_4] \quad (32)$$

$$D_4 = \iint_{\bar{S}_1^*} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS / \iint_{\mathcal{L}_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (33)$$

由于 D_4 的量阶估计与 D_1 的量阶的估计相同, 只要重复利用假设(1)即可证明

$$D_4 \ll 1 \quad (34)$$

总结上述, 以及对 $\mathcal{L}_2$ 到 $\mathcal{L}_6$ 的类似(34)式的结果, 在次浮体区域内, 方程(6)可简化为

$$n_j|_{\mathcal{L}_1} = -\frac{1}{2} \sigma_j + \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS$$

$$= -\frac{1}{2} \sigma_j + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma_1} \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} dS [1 + o(D_3) + o(D_4)] \quad (35)$$

因而在次浮体单体上, 文[2]的假设也是近似成立的.

三、平台运动方程

上节已阐明了寻求平台在各类型区域内的各种运动模式的密度函数 $\sigma_j(x_1, x_2, x_3)$ 的值 (其中 $j=1$, 纵荡; $j=2$, 横荡; $j=3$, 垂荡; $j=4$, 横摇; $j=5$, 纵摇; $j=6$, 艏摇), 可作为单体运动来求得. 势函数 $\phi_j(x_1, x_2, x_3)$ 是 σ_j 与核函数 $G(x_1, x_2, x_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 的乘积在各个单体区域上的积分, 因而平台的附加质量、附加阻尼及水动力系数等等可以从各单体的对应量求和而得. 有关主浮体的源密度函数、附加质量、附加阻尼和水动力系数等, 其计算方法可参阅文 [3]. 因此, 所研究的运动与频率 ω 是有关的. 这点与 Hoofit 的假设“平台运动与频率 ω 无关”是不相同的. 但为了简化计算, 我们仅仅在求次浮体时 (如圆柱体的物理量) 才使用 Hoofit 假设, 因为次浮体的局部计算中作这个假设所引起的误差是很少的, 但计算量却大大降低了.

关于圆柱体的阻尼, 采用下面的公式^[5]:

$$b_{ij} = \frac{K}{8\pi\rho g c_g |A|^2} \int_0^\pi |F_i(\mu) F_j^*(\mu)| d\mu$$

其中, * 表示共轭, $c_g = \frac{1}{2} \frac{\omega}{K} \left(1 + \frac{2Kd}{\text{sh } 2Kd} \right)$ 是波传播的群速度, F_j 是波浪力.

为了有效地编写程序, 充分利用了单体的局部对称性, 如船体的对称性等. 这是本方法的优点之一. 在局部坐标系求得有关量, 如附加质量、附加阻尼和波浪扰动力, 然后通过移轴公式得到整体坐标系的值. 有关移轴公式的推导可参看文 [6] 的平面情况. 本文为推广到三维的情况. 公式的推导就不再赘述了.

四、讨 论

单体合成法从两个方面去降低其计算量:

表 1

运动模式 波浪条件			横荡(米)		纵荡(米)		垂荡(米)	
有义波高	吃水	波向	切片法	单体合成法	切片法	单体合成法	切片法	单体合成法
6.5 米	24.384 米	90°	0.65889	0.00319	0.00599	0.22579	0.57897	0.46723
6.5 米	24.384 米	180°	0.00187	0.04181	0.66131	0.00088	0.66888	0.35672
15 米	20.00 米	90°	2.15162	0.01991	0.03539	0.73212	1.36467	2.15064

运动模式 波浪条件			横摇(度)		纵摇(度)		艏摇(度)	
有义波高	吃水	波向	切片法	单体合成法	切片法	单体合成法	切片法	单体合成法
6.5 米	24.384 米	90°	1.46677	0.20397	0.38445	0.27461	0.06818	0.070216
6.5 米	24.384 米	180°	0.00006	0.03790	1.11326	0.58887	0.01146	0.00091
15 米	20.00 米	90°	1.59063	3.23357	0.97804	2.5154	0.24179	0.29935

(1) 求解复源强 σ_i 的矩阵原是不规则的满秩矩阵, 现将平台分为许多单体之后, 矩阵变为一个可分为几块的分块矩阵。

(2) 平台构件有许多单体是有对称轴的, 但在平台的整体坐标上, 其对称性失去作用。分成单体后可将局部坐标系取在单体对称轴上, 可充分利用单体的对称性。

本文的四个假设是基于平台水下部分有良好的透浪性假设下得出的。在数学上, 实质假设平台是由以体积浮力集中在二条无穷长直线的主浮体和体积浮力集中在一段线段上的次浮体所组成的刚性支架来支撑平台的工作台。显然这样的平台其透浪性是最佳的。这就是本文的理想模型。这种模型可进一步作误差修正。方法是求局部解时, 把外部区域的浮体用未定的无穷远元素代替, 再利用波外流的辐射条件去确定之。

本文对一具体的半潜平台进行了计算, 计算了不同频率、不同吃水和不同波向条件下平台的运动和水动力, 其结果如图7至图12所示。计算结果与切片法比较见表1。

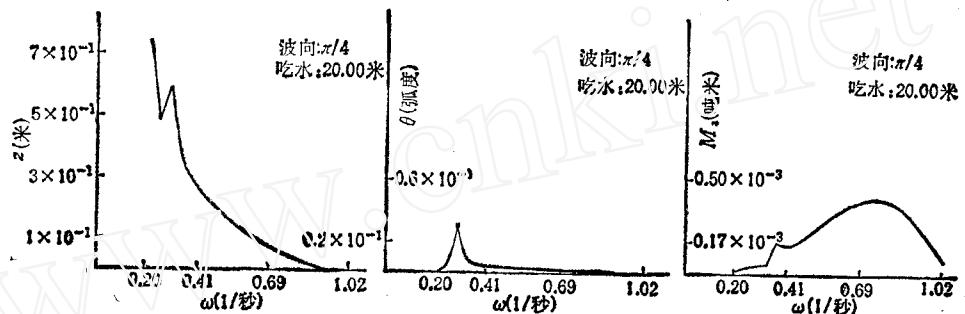


图7 垂向位移

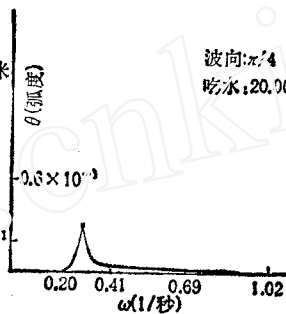


图8 垂向位移

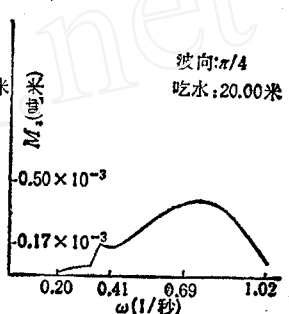


图9 纵摆角度

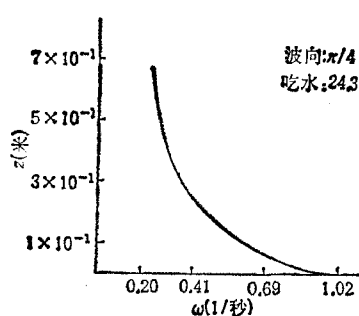


图10 横摆角度

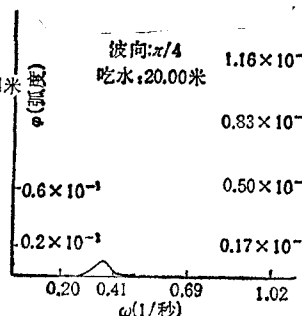


图11 垂向转矩

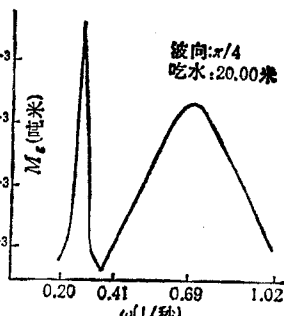


图12 纵向转矩

参 考 文 献

- [1] 苏铭德、张庄, 介绍一种复杂形状物体波载计算的新方法——耦合元法, 水动力学研究与进展, 1(1985).
- [2] J. P. Hooft, A mathematical method of determining hydrodynamically induced forces on a semisubmersible *Trans. SNAME* 79(1971), 117—169.
- [3] G. Van. Oortemevssen, The motions of a moved ship in waves, NSMB Pub-510 (1979), 159—221.
- [4] A. H. 吉洪诺夫, 数学物理方程, 下册, 高等教育出版社 (1956), 641.

- [5] 梅强中, 水波动力学, 科学出版社 (1984).
[6] Isaacson, Mechanics of wave force on offshore structures, N. Y. Reinhold, (1981).
[7] 易家训, 流体力学, 高等教育出版社 (1983).

THE SINGLE-BODY COMPOSITION METHOD OF COMPUTING THE MOTION OF SEMISUBMERSIBLE

Cheng Qiqiang Liu Xiang

(Mechanics Department, Zhongshan University)

Abstract In this thesis, the motion of a semisubmersible and the hydrodynamics forces on it have been computed by using the single-body computing method. This method has also been verified in mathematics.

Key words added mass, added damping, wave forces on platform.