

学术讨论

对“有限变形梯度‘和分解’的一点探讨”的讨论

陈至达

(中国矿业学院)

认识一个理论中出现的新概念和新计算方法往往要通过许多讨论。作者对于文[1]的讨论深表欢迎。但综观全文,觉得它也有欠妥之处,现就几个问题发表个人看法如下:

(1) 从论点可以看出,文[1]将刚体转动和变形体转动二个概念混同起来。实质上,前者仅是后者的一个特例。当一个微小圆球形变为椭球时,通过球心各线段的转动角是空间分布函数。Новожилов曾采用线段转动角正切的积分均值作为一点转动状态的参量,但未成功地解决转动计算。极分解定理人为地硬性假定将形变体运动分离为刚性转动和纯形变二个先后次序。在物理概念上,线段转动和形变实质上是共生的,这种分解法同时忽视了空间转动的不可交换性。这些实质性缺点使得乘积分解法提出已近一世纪,在应用上无甚进展。

(2) Stokes在1845年论粘性流体运动的重要文献中曾提出由速度场分离转动的原理,并推广到弹性体位移场的应变和转动的线性和分解,他指出这种分解仅有当小转动时才有几何意义。 $S-R$ 分解定理在Stokes分解法的基础上采纳极分解定理的正交与对称分解导出了三维空间转动张量和应变张量的重要结果,解决了力学中的一个长期难题。新理论能够概括经典理论全部正确结论,而且解决了其未能解决的问题。

(3) 新理论采用拖带坐标描述法,这是Euler刚体动力学的嵌合标架法在变形体力学的合理推广。而极分解中仅用一个固坐标参考系,二者描述法不同,再之极分解定理中的对称部份是形变张量,不是应变张量。文[1]却误混在一起了。

(4) 当物体作刚性转动($\mathbf{S} = 0$), $S-R$ 分解定理导出Gibbs(1901)的刚体转动公式:

$$\sin \vartheta = \frac{1}{2} [(R_2^1 - R_1^2)^2 + (R_3^2 - R_2^3)^2 + (R_1^3 - R_3^1)^2]^{1/2},$$

$\mathbf{R}\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I}$ 。经典结果证明物体在空间作任意形式转动时,总有

$$|\sin \vartheta| \leq 1$$

在已知初始条件下,按运动方程积分曲线可以唯一确定任意时刻的 ϑ 角及转轴方位。

(5) 当物体有形变发生, $\mathbf{S} \neq 0$, 在变形体中一点 P 的转动角参量 ϑ 由下式决定:

$$\sin \vartheta = \frac{1}{2} [(\mathbf{u}^1|_2 - \mathbf{u}^2|_1)^2 + (\mathbf{u}^2|_3 - \mathbf{u}^3|_2)^2 + (\mathbf{u}^3|_1 - \mathbf{u}^1|_3)^2]^{1/2}$$

本文于1985年4月17日收到。

可以证明设以 P 为中心,取一无穷小圆球域,体积为 Δv , 面积为 Δs , 则有

$$|\sin \vartheta| = \frac{1}{2} |\nabla \times \mathbf{u}|_P = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \left| \iint_{\Delta s} (\mathbf{n} \times \mathbf{u}) ds \right| \leq 1$$

它的几何意义说明,不论微小圆球变成椭球转到何种方位, ϑ 总有定值. 仅要初始条件给定,根据运动方程位移函数积分结果,总可以唯一决定变形体中任意时刻的角参量 ϑ .

(6) 角度的平常定义是 $\theta = \text{弧长 } s / \text{半径 } r$. 在几何场论中,当 r 随体形变,计算线段转动和一点邻域的转动必须进行尺规变换方能得到物理度量值. 拖带坐标的张量数学方法也可称为尺规 (Gauge) 变换法. 要注意确定张量的物理分量的正确方法应根据不变量入手并要涉及坐标描述法,文 [1] 最后将平常单坐标系确定张量物理分量的标定法用到变形体几何场论中来,因此得出错误结论;在简单剪切问题讨论的问题也属此列.

最后,还有一个事实值得注意,即最近一些研究者的工程应用计算结果都得出有成效而和现象符合的结论,而采用极分解法却一直没有得出显著实效的结果.

参 考 文 献

- [1] 傅惠民 陈宜歌,力学学报,17(1985),187—192.
- [2] 陈至达,有理力学,中国矿院北京研究生部 (1981).
- [3] 陈至达,力学学报,特刊 (1981),90—99.

DISCUSSION ON THE PAPER“FURTHER DISCUSSION ON THE ADDITIVE DECOMPOSITION OF THE FINITE DEFORMATION GRADIENT”

Chen Zhida

(China Institute of Mining)

· 会议消息 ·

第 17 届国际理论与应用力学大会第一次通知

(17th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics)

开会地点: 法国, Saint Martin, Grenoble

主 办: 国际理论与应用力学联合会 (IUTAM)

承 办: 法国力学委员会 Grenoble 力学研究所

时 间: 1988 年 8 月 21 日—27 日

内 容: 包括一般力学、固体力学、流体力学等力学学科各领域的理论与应用方面的研究成果.

将有 480 篇论文在大会上发表. 其中约有一半以大字报形式进行.

大会委员会邀请了一些著名科学家在会上做报告,开幕式上为 V. I. Arnold (苏)闭幕式上