

# 一种描述非偏振光的矩阵方法及其应用

王季中

(山东工业大学 激光应用研究室)

**提要** 本文根据完全消偏振光的性质,提出了一种描述完全消偏振光的矩阵方法,并从理论上证明了这种列矩阵也可用来表示完全非偏振光,从而能够应用统一的 Jones 矩阵方法来处理包括非偏振光在内的全息光弹性问题。

**关键词** 非偏振光 矩阵 全息光弹。

## 一、引言

用一个二元的列矩阵表示完全偏振光和用一个  $2 \times 2$  的矩阵表示光学元件来处理偏振光的问题,最早是由 Jones 提出的<sup>[1]</sup>。因此,这一列矩阵常称为 Jones 矢量,而表示光学元件的  $2 \times 2$  矩阵则叫做 Jones 矩阵。用这种方法来处理偏振光通过各种光学元件的偏振状态的变化时,运算简单、方便,具有一定的直观性。关于描述各种偏振光的 Jones 矢量以及各种光学元件的矩阵及其应用的论述,已有不少的专门著作<sup>[2-6]</sup>,现不赘述。简言之,除了用 Poincaré 球和  $j$ -园等几何方法以外,共有三种描述偏振光的矩阵方法:即 Jones 矢量  $\bar{E}$ , Stokes 矢量  $\bar{S}$  和相干矩阵  $\underline{J}$ 。用这三种方法表示偏振光的各种矢量和矩阵列于表 1 中。

表 1 各种偏振光的不同表示法

偏振状态 矢量或 矩阵	线偏振光			圆偏振光 <sup>正</sup>		非偏振光
	水平 $\theta = 0^\circ$	竖直 $\theta = 90^\circ$	任意方向 $\theta$	左旋	右旋	
$\bar{E}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \pm \sin\theta \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	?
$\bar{S}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ +1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\underline{J}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

注 关于 Jones 矢量的写法,本文采取文献[5]的符号,与文献[3]不同

本文于 1984 年 11 月 16 日收到第一次稿 1986 年 4 月收到修改稿。

由表 1 可以看出, 在各种偏振光的表示法中均有对应的 Jones 矢量, 唯独非偏振光的表示法中没有相应的 Jones 矢量. 此外, 在不少文献中<sup>[2-6]</sup>均指出, Jones 矢量只能用来表示完全偏振光, 而不能用来描述非偏振光(自然光). 我们在计算全息光弹性中再现虚像的光强分布时发现, 一方面, 当物光和参考光均为偏振光时, 可以用统一的 Jones 矩阵方法来运算<sup>[7]</sup>; 另一方面, 当物光和参考光均为非偏振光时, 我们又须用通常的矢量分析方法来计算光强<sup>[8]</sup>. 但是, 若物光或参考光之一为非偏振光时, 就无法用统一的矩阵方法计算再现虚像的光强分布, 因为没有相应的非偏振光的 Jones 矢量. 由于这一原因, 我们认为有必要引入一个描述非偏振光的 Jones 矢量来统一这种矩阵的运算方法. 这样以来, 不论物光和参考光都是非偏振光, 还是其中之一为非偏振光, 在计算全息光弹性光强的分布时, 均可用统一的 Jones 矢量和矩阵的方法来处理.

本文根据完全消偏振光的性质, 提出了一种描述完全消偏振光的 Jones 矢量, 并从理论上进行了分析, 证明这一 Jones 矢量也适用于完全非偏振光的情形. 对全息光弹性中各种情况的光强计算与实验结果相符, 并得到了一些其他人所未得到的结果.

## 二、非偏振光的 Jones 矢量

现在先来讨论完全消偏振光的 Jones 矢量, 进而证明完全消偏振光的性质与完全非偏振光的性质完全一样, 因此可以用同一个 Jones 矢量来表示它们.

设一偏振的(或非偏振的)光束照射到一散射器上, 光通过散射器后将被散射和消偏. 假定散射器可看成是由几个能发射球面波的、均匀分布的子波点源所构成, 当散射器受到光的照射时, 各子波点源将各自发射振幅相等但具有无规则的偏振方向和位相的子波. 因此, 这一散射器即为一消偏器, 其复振幅矢量透射率可写为

$$\bar{T}(x_0, y_0) = \sum_{n=1}^N \delta(x_0 - u_n) \delta(y_0 - v_n) \begin{bmatrix} a_n \cos \theta_n \\ a_n \sin \theta_n \end{bmatrix} \exp(i\varphi_n) \quad (1)$$

其中  $(x_0, y_0)$  为消偏器上的坐标系,  $(u_n, v_n)$  为第  $n$  个子波的位置,  $\theta_n$  为子波光矢量方向与  $x_0$  轴的夹角. 由于振动方向的随机性,  $\theta_n$  值可以在  $0$  与  $2\pi$  之间. 设消偏器与底片或光弹模型之间的距离为  $d$  (图 1), 底片上的坐标系为  $(x_1, y_1)$ . 当具有单位振幅的光通过消偏器后到达底片上的复振幅可用下列公式求出:

$$\bar{E}(x_1, y_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{T}(x_0, y_0) \exp \left\{ i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2)$$

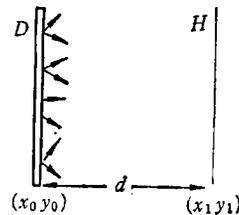


图 1

将(1)式代入(2)式可得

$$\begin{aligned} \bar{E}(x_1, y_1) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} \cos \theta_n \\ \sin \theta_n \end{bmatrix} \exp\{i\varphi_n\} \cdot \delta(x_0 - u_n) \delta(y_0 - v_n) \\ &\quad \times \exp \left\{ i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0 \\ &= \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} \cos \theta_n \\ \sin \theta_n \end{bmatrix} \exp\{i\varphi_n\} \exp \left\{ i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_n)^2] \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

我们可以令

$$\tilde{E}_x(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a_n \cos \theta_n \cdot \exp\{i\varphi\} \cdot \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_n)^2]\right\} \quad (4a)$$

$$\tilde{E}_y(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a_n \sin \theta_n \cdot \exp\{i\varphi\} \cdot \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_n)^2]\right\} \quad (4b)$$

因此到达底片上的完全消偏振光可用下列 Jones 矢量来表示

$$\bar{\mathbf{E}}(x_1, y_1) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

但其中  $\tilde{E}_x$  和  $\tilde{E}_y$  需满足以下条件:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^* \tilde{E}_x &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m \cos \theta_n \cos \theta_m \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - v_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \\ &= \sum_{n=1}^N a_n^2 \cos^2 \theta_n + \sum_{m \neq n}^N a_n a_m \cos \theta_n \cos \theta_m \cdot \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m \sin \theta_n \sin \theta_m \cdot \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \\ &= \sum_{n=1}^N a_n^2 \sin^2 \theta_n + \sum_{m \neq n}^N a_n a_m \sin \theta_n \sin \theta_m \cdot \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \end{aligned} \quad (6b)$$

以及

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^* \tilde{E}_y &= \tilde{E}_x E_y^* = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m \sin \theta_n \cos \theta_m \cdot \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \\ &= \sum_{n=1}^N a_n^2 \sin \theta \cos \theta + \sum_{m \neq n}^N a_n a_m \sin \theta_n \cos \theta_m \exp\{i(\varphi_m - \varphi_n)\} \\ &\quad \times \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_1 - u_m)^2 - (x_1 - u_n)^2 + (y_1 - v_m)^2 - (y_1 - v_n)^2]\right\} \end{aligned} \quad (6c)$$

由于偏振方向的随机性,及各子波所发射光的振幅相等,当  $N$  增大时我们有

$$\sum_{n=1}^N = \cos^2 \theta_n \rightarrow \frac{N}{2}, \quad \sum_{n=1}^N \sin^2 \theta_n \rightarrow \frac{N}{2}, \quad \sum_{n=1}^N \sin \theta_n \cos \theta_n \rightarrow 0$$

$$\sum_{m \neq n}^N \cos \theta_n \cos \theta_m = \sum_{m \neq n}^N \sin \theta_n \sin \theta_m \rightarrow 0 \quad (7)$$

又  $Na_n^2 = I$ ，即光的总强度，故有

$$\tilde{E}_x^* \tilde{E}_x = \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y = \frac{Na_n^2}{2} = \frac{I}{2} \quad (8a)$$

和

$$\tilde{E}_x^* \tilde{E}_y = \tilde{E}_x \tilde{E}_y^* = 0 \quad (8b)$$

上述条件实际上就是完全非偏振光的一般描述。

### (1) 完全消偏振光的相干矩阵：

现在用相干矩阵来说明完全消偏振光与完全非偏振光的性质是否相同的问题。由相干矩阵的定义<sup>[3,9]</sup>，可得消偏振光的相干矩阵为：

$$\underline{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} [\tilde{E}_x^*, \tilde{E}_y^*] = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \tilde{E}_x^* & \tilde{E}_x \tilde{E}_y^* \\ \tilde{E}_y \tilde{E}_x^* & \tilde{E}_y \tilde{E}_y^* \end{bmatrix} = \frac{I}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

这正是完全非偏振光的相干矩阵。此外我们还可以计算消偏振光的偏振度  $P$  和复相干度  $\mu_{12}$ 。由文献 [3] 我们有

$$P = \left[ 1 - \frac{4 \det \underline{\mathbf{J}}}{(Tr \underline{\mathbf{J}})^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

其中  $\det \underline{\mathbf{J}}$  为相干矩阵的行列式，它的值由下式给出：

$$\det \underline{\mathbf{J}} = (\tilde{E}_x^* \tilde{E}_x)(\tilde{E}_y^* \tilde{E}_y) - (\tilde{E}_x^* \tilde{E}_y)(\tilde{E}_x \tilde{E}_y^*) \quad (11a)$$

由条件 (8) 式立即得到，

$$\det \underline{\mathbf{J}} = \frac{I^2}{4} \quad (11b)$$

又  $Tr \underline{\mathbf{J}}$  称为相干矩阵的迹，即其对角元之和，其值等于光的总强度  $I$ 。由定义<sup>[3]</sup>

$$Tr \underline{\mathbf{J}} = \tilde{E}_x^* \tilde{E}_x + \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y = I \quad (12)$$

将 (11) 和 (12) 式代入 (10) 式便得非偏振光的偏振度为零，即

$$P = \sqrt{1 - \frac{4 \times \frac{I^2}{4}}{I^2}} = 0 \quad (13)$$

仿此，(5) 式所表示的 Jones 矢量的两个分量的复相干度由条件 (8) 得到，

$$\mu_{12} = \frac{\tilde{E}_x^* \tilde{E}_y}{\sqrt{\tilde{E}_x^* \tilde{E}_x \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y}} = 0 \quad (14)$$

上式说明完全非偏振光的 Jones 矢量的两个分量是互不相干的。这与通常所谓的“非偏振光可看成是由两个互不相干、正交偏振、强度相等的线偏振光的迭加”的论点<sup>[5]</sup>是一致的。也可以说以上的结果给这种论点提供了理论根据。

### (2) 完全消偏振光的 Stokes 矢量：

由 Stokes 矢量的定义<sup>[3,9]</sup>，它的四个参量与 Pauli 的自旋矩阵有下列关系<sup>[6]</sup>，即

$$\underline{\bar{S}} = \{S_0, S_1, S_2, S_3\} \quad (15)$$

$$\text{其中 } S_0 = \underline{\bar{E}} + \underline{Q}_0 \underline{\bar{E}}, S_1 = \underline{\bar{E}} + \underline{Q}_1 \underline{\bar{E}}, S_2 = \underline{\bar{E}} + \underline{Q}_2 \underline{\bar{E}}, S_3 = \underline{\bar{E}} + \underline{Q}_3 \underline{\bar{E}} \quad (16)$$

式中  $\underline{Q}_0, \underline{Q}_1, \underline{Q}_2, \underline{Q}_3$  为 Pauli 自旋矩阵, 它们具有下列形式:

$$\underline{Q}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \underline{Q}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \underline{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{Q}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

将(5)式代入(16)式便得 Stokes 矢量的四个参量为:  $S_0 = I, S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 0$ , 即消偏振光的 Stokes 矢量为

$$\underline{\bar{S}} = \{I, 0, 0, 0\} \quad (18)$$

这与完全非偏振光的归一化 Stokes 矢量完全相同。

总结以上的讨论可以看出, 完全消偏振光与完全非偏振光的性质是一样的。因此, 用(5)式所表示的 Jones 矢量, 既可描述完全消偏振光, 又可描述完全非偏振光。所以(5)式所示的 Jones 矢量我们称之为非偏振光的 Jones 矢量, 并把它同 Stokes 矢量及相干矩阵对应起来, 成为一个完整的偏振光与非偏振光的矩阵表示法。 $\underline{\bar{S}}$ 、 $\underline{J}$  和  $\underline{\bar{E}}$  的对应矢量和矩阵列于表 2 中。

表 2 非偏振光的各种表示法

矢量		S	$\underline{J}$	$\underline{E}$
表示法				
非偏振光的表示	定义	$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \bar{E}_x \\ \bar{E}_y \end{bmatrix}$
	条件	$S_0 = I, S_1 = 0$ $S_2 = 0, S_3 = 0$	$J_{xx} = J_{yy} = I/2$ $J_{xy} = J_{yx} = 0$	$\bar{E}_x^* \bar{E}_x = \bar{E}_y^* \bar{E}_y = I/2$ $\bar{E}_x^* \bar{E}_y = \bar{E}_y^* \bar{E}_x = 0$

### 三、应 用

下面用非偏振光的 Jones 矢量来计算全息光弹性中物光和参考光均为非偏振光或其中之一为偏振光的情况。

利用非偏振光的 Jones 矢量, 我们将证明用非偏振光的激光器作全息光弹性实验时, 一次曝光可得等差条纹, 两次曝光可得组合条纹, 并与实验结果一致。同时还要证明, 用非偏振的物光(消偏物光)和线偏振的参考光, 两次曝光可得两种绝对程差条纹, 这是一般文献尚未得到的结果。

#### 1. 物光和参考光均为非偏振光的全息光弹性

设物光和参考光的 Jones 矢量为

$$\underline{\bar{E}}_r = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix}, \quad \underline{\bar{E}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} e^{-i\varphi_0}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_r = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(c^2 e^{-i\varphi_1} + s^2 e^{-i\varphi_2}) + \tilde{E}_{y,sc}(e^{-i\varphi_1} - e^{-i\varphi_2}) \\ \tilde{E}_{x,sc}(e^{-i\varphi_1} - e^{-i\varphi_2}) + \tilde{E}_y(s^2 e^{-i\varphi_1} + c^2 e^{-i\varphi_2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \Delta_1 + \tilde{E}_{y,sc} \Delta_2 \\ \tilde{E}_{x,sc} \Delta_2 + \tilde{E}_y \Delta_3 \end{bmatrix}$$

其中  $c = \cos\theta$ ,  $s = \sin\theta$ ,  $\varphi_0$  为非偏振光通过未受力模型后引起的位相变化,  $\varphi_1, \varphi_2$  为沿两个主应力方向所引起的位相变化, 由 Sanford 公式<sup>[7]</sup>, 当对受力模型一次曝光时, 再现虚象的光强分布为

$$\begin{aligned} I'_0 &= \bar{\mathbf{E}}_r^+ \bar{\mathbf{E}}_r \bar{\mathbf{E}}_r^+ \bar{\mathbf{E}}_r \\ &= \{\tilde{E}_x \tilde{E}_x^*(c^2 e^{i\varphi_1} + s^2 e^{i\varphi_2}) + \tilde{E}_y \tilde{E}_y^*(s^2 e^{i\varphi_1} + c^2 e^{i\varphi_2})\} \\ &\quad \times \{\tilde{E}_{x,sc} \tilde{E}_{x,sc}^*(c^2 e^{-i\varphi_1} + s^2 e^{-i\varphi_2}) + \tilde{E}_y \tilde{E}_y^*(s^2 e^{-i\varphi_1} + c^2 e^{-i\varphi_2})\} \\ \therefore \quad &\tilde{E}_x^* \tilde{E}_x = \tilde{S}_y E_y^* \\ I'_u &= \frac{I}{4} (e^{i\varphi_1} + e^{i\varphi_2})(e^{-i\varphi_1} + e^{-i\varphi_2}) \\ &= \frac{I}{2} \{1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\} \end{aligned}$$

$$\text{或 } I'_0 = K \cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \quad (19)$$

此即亮场等差条纹与文献 [9] 的结果一样, 并和物光、参考光均为同旋圆偏振光的光强分布相同。但用完全非偏振光作物光和参考光不能得到暗场等差条纹。

同样对于两次曝光, 可以得到再现虚象的光强为

$$\begin{aligned} I'_0 &= (\bar{\mathbf{E}}_0^+ + \bar{\mathbf{E}}_r^+) \bar{\mathbf{E}}_r \bar{\mathbf{E}}_r^+ (\bar{\mathbf{E}}_0 + \bar{\mathbf{E}}_r) \\ &= \{\tilde{E}_x^* \tilde{E}_x (e^{i\varphi_0} + c^2 e^{i\varphi_1} + s^2 e^{i\varphi_2}) + \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y (e^{i\varphi_0} + s^2 e^{i\varphi_1} + c^2 e^{i\varphi_2})\} \\ &\quad \times \{\tilde{E}_{x,sc}^* \tilde{E}_{x,sc} (e^{-i\varphi_0} + c^2 e^{-i\varphi_1} + s^2 e^{-i\varphi_2}) + \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y (e^{-i\varphi_0} + s^2 e^{-i\varphi_1} + c^2 e^{-i\varphi_2})\} \\ &= \frac{I^2}{4} (2e^{i\varphi_0} + e^{i\varphi_1} + e^{i\varphi_2})(2e^{-i\varphi_0} + e^{-i\varphi_1} + e^{-i\varphi_2}) \\ &= K \left\{ 1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos(\varphi_2 - \varphi_0) + \cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right\} \\ &= K \left\{ 1 + 2 \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_0}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \cos^2 \frac{2\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

此即组合条纹, 与用同旋向圆偏振的物光和参考光所得的结果一样。

## 2. 物光为非偏振光, 参考光为偏振光

### ① 参考光为线偏振光的情形:

容易证明, 对受力模型一次曝光应为均匀光场, 因

$$\begin{aligned} I'_0 &= \bar{\mathbf{E}}_r^+ \bar{\mathbf{E}}_r \bar{\mathbf{E}}_r^+ \bar{\mathbf{E}}_r = [\tilde{E}_x^* \Delta_1^* + \tilde{E}_{y,sc}^* \Delta_2^*, \tilde{E}_y^* \Delta_3^* + \tilde{E}_{x,sc}^* \Delta_2^*] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \Delta_1 + \tilde{E}_{y,sc} \Delta_2 \\ \tilde{E}_y \Delta_3 + \tilde{E}_{x,sc} \Delta_2 \end{bmatrix} = |\tilde{E}_x|^2 = \frac{I}{2} \end{aligned} \quad (21)$$

即为均匀光场无干涉条纹。但实验结果表明一次曝光仍有等差-等倾条纹, 说明由内腔式激光器发出的激光并非完全的非偏振光, 而为部分偏振光。wolf<sup>[10]</sup> 曾指出部分偏振光总可以表示为一个完全非偏振光与一个线偏振光之和, 因此产生了等差-等倾条纹。

对于两次曝光,我们有

$$\begin{aligned} I''_v &= (\vec{E}_0^+ + \vec{E}_r^+) \vec{E}_r \vec{E}_r^+ (\vec{E}_0 + \vec{E}_r) \\ &= 2 |\vec{E}_r|^2 \{1 + c^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + s^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_0)\} \\ &= K \{1 + \cos^2 \theta \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \sin^2 \theta \cos(\varphi_2 - \varphi_0)\} \end{aligned} \quad (22)$$

此即绝对程差条纹  $\delta_1$ 。仿此,若参考光为垂直线偏振光  $\vec{E}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 则两次曝光可得  $\delta_2$  条纹,即

$$I''_v = K \{1 + \sin^2 \theta \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos^2 \theta \cos(\varphi_2 - \varphi_0)\} \quad (23)$$

这一结果与我们最近报导<sup>[21]</sup>的消偏振光的偏振全息术所得的结果相同,但这里必须分别用两张全息图才能分离两种绝对程差条纹。

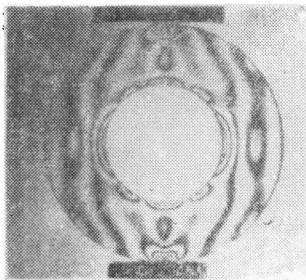
②参考光为圆偏振光的情形:

不论参考光为左旋或右旋圆偏振光,一次曝光仍无条纹,两次曝光均得下列光强公式,

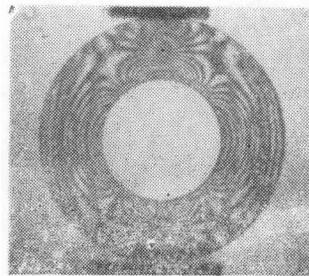
$$I''_v = K \{2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos(\varphi_2 - \varphi_0)\} \quad (24)$$

此即 Kubo<sup>[22]</sup>所得之结果,实即两族绝对程差条纹的迭加图案。至于参考光为消偏振的情况与以上的结果有所不同,这已属于所谓的偏振全息光弹性了,详情当另文发表。

实验结果如图 2 所示:



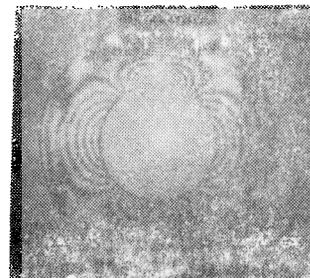
(a) 等差条纹, 一次曝光



(b) 组合条纹, 两次曝光



(c) R 光为垂直线偏振光



(d) R 光为水平线偏振光

图 2

其中 (a)、(b) O、R 光均为非偏振光; (c)、(d) O 光为非偏振光——两次曝光, 绝对程差条纹。

以上计算的结果列于表 3 中:

表 3 非偏振物光和各种参考光的全息光弹性中再现虚像的光强

偏 振 状 态		曝光次数	再现虚像的光强公式
物 光	参 考 光		
非偏振光	非偏振光	1	$I_p = \cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$
非偏振光	非偏振光	2	$I_p = 1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos(\varphi_2 - \varphi_0) + \cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$
非偏振光	圆或线偏振光	1	无干涉条纹
非偏振光	水平线偏振光	2	$I_p = 1 + \cos^2 \theta \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \sin^2 \theta \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$
非偏振光	竖直轴偏振光	2	$I_p = 1 + \sin^2 \theta \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos^2 \theta \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$
非偏振光	任意方向 $\alpha$ 的线偏振光	2	$I_p = 1 + \cos^2(\alpha - \theta) \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \sin^2(\alpha - \theta) \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$
非偏振光	左旋或右旋圆偏振光	2	$I_p = 2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$

#### 四、小 结

从以上几个具体应用的例子可见,引入非偏振光的 Jones 矢量之后,对于物光和参考光均为非偏振光或参考光为各种线或圆偏振光时,仍然可以用统一的全息光弹性的矩阵公式来运算各种情况的光强分布。以上照片均系用 5mw 的内腔式激光器所拍。

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] Jones, R. C., *J. Opt. Soc. Am.*, **31**, 7(1941), 488—493.
- [ 2 ] Shurcliff, W. A., *Polarized Light, Production and Use*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., (1962).
- [ 3 ] O'Neil, E. L., *Introduction to Statistical Optics*, Addisonwesley, Reading, Mass., (1963).
- [ 4 ] Gerrard, A. and Burch, J. M., *Introduction to Matrix Methods in Optics*, John Wiley & Sons, London, (1975).
- [ 5 ] Azzam, R. M. A. and Bashara, N. M., *Ellipsometry and Polarized Light*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1977).
- [ 6 ] Theocaris, P. S. and Gdoutos, E. E., *Matrix Theory of Photoelasticity*, Springer-Verlag, Berlin, (1979).
- [ 7 ] Sanford, R. J., *Proc. of the Engineering Applications of Holography, Symposium*, (1972), Los Angeles, California, 331—343.
- [ 8 ] Fourney, M. E. and Mate, K. V., *Exp. Mech.* **10**, 5(1970), 177—186.
- [ 9 ] Chatelain, B., *Opt. Laser Technol.* **5**, 5(1973), 201—204.
- [ 10 ] Born, M. and Wolf, E., *Principles of Optics*, (5th ed.), Pergamon, N. Y. (1975), Ch. 10.
- [ 11 ] 王季中、王裕厚等, *山东工学院学报*, 1(1983), 6—9.
- [ 12 ] Kubo, H. and Nagata, R., *Jap. J. Appl. Phys.*, **15**, 4(1976), 641—644.

## A MATRIX METHOD FOR DESCRIBING UNPOLARIZED LIGHT AND ITS APPLICATION

Wang Jizhong

(Shandong Polytechnic University, Jinan)

**Abstract** A matrix method for describing fully depolarized light based on the properties of fully depolarized light is proposed. It is proved theoretically that this column matrix (Jones vector) can be used to describe unpolarized light as well. Thus it enables the problems of holographic photoelasticity, including holographic photoelasticity with unpolarized light to be treated simply by using a unified matrix calculus.

**Key words :** unpolarized Light, matrix Method, holographic photoelasticity