第19卷 第1期 力 学 学 报 Vol. 19, No. 1
1987 年 1 月 ACTA MECHANICA SINICA Jan., 1987

关于线性去耦热弹性动力学的最小值原理

李家仁 张慎学
(吉 林 大 学)

提要 本文推导了关于在线性去耦热弹性动力学中初-边值问题的三个具有 Laplace 变换的转换最小值原理和在原空间-时间域中三个加权最小值原理.

关键词 线性去耦、热弹性动力学、最小值原理.

1. 记号和定义

设 $\bar{\Omega}$ 为介质所占空间闭的有界域. $\bar{\Omega}$ 的内部和边界分别为 Ω 和在 Kellogg 意义下[1]的正规曲面 $B = B_1 \cup B_2$ $(B_1 \cap B_2 =$ 空集) 来表示. $\bar{\Omega}$ 中的点记为 $x = (x_1, x_2, x_3)$, $x_i (i = 1, 2, 3)$ 为直角笛卡儿坐标. $f(x, t)$ 为 $\bar{\Omega} \times [0, \infty)$ 上的实函数. $f \in C^{M,N}$ 是指 f 的 $M+N$ 阶(对空间变量 M 阶对时间变量 N 阶)微商是 $\bar{\Omega} \times [0, \infty)$ 上的连续函数. $()_{,i} = \dfrac{\partial()}{\partial x_i}$, $(\dot{\ }) = \dfrac{\partial()}{\partial t}$, $()'$ 表示 $()$ 关于 t 域到 α 域的 Laplace 变换. $f(x,t)$ 在 ∞ 有界是指极限 $\lim\limits_{t\to\infty} f(x, t)$ 对 $f(x, t)$ 的定义域中的每个 x 存在. 本文假定关于 (x,t) 的函数均在 ∞ 有界, 因而它们的 Laplace 变换在正实轴内部绝对一致收敛[2].

2. 初-边值问题的替换形式

线性去耦热弹性动力学的几何方程、应力应变关系和运动方程分别为[3,4]

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \equiv u_{(i,j)}, \text{ 在 } \Omega \times (0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.1}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} - \bar{\sigma}_{ij} (\bar{\sigma}_{ij} \equiv \beta_{ij}\theta), \text{ 在 } \Omega \times (0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.2}$$

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i, \ \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \text{ 在 } \Omega \times (0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.3}$$

边界条件和初始条件分别为

$$u_i = \bar{u}_i, \text{ 在 } B_1 \times [0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.4}$$

$$\sigma_{ij} n_j \equiv T_i = \bar{T}_i, \text{ 在 } B_2 \times [0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.5}$$

$$u_i(x,0) = u_{i0}(x), \ \dot{u}_i(x,0) = \dot{u}_{i0}(x), \text{ 在 } \Omega \text{ 上}, \tag{2.6}$$

其中 u_i, e_{ij} 和 σ_{ij} 分别为位移矢量,应变张量和应力张量的笛卡儿分量; C_{ijkl} 和 β_{ij} 分别为弹性系数和热系数, ρ 为质量密度, n_j 为 B 的外法线方向余弦, $\theta = T - T_0$, T_0 为介质处于参考态时的温度,介质在不受外力作用并处于均匀温度 T_0 时是应力自由的, T 为瞬时绝对温度. 在线性去耦热弹性理论中, 忽略了应变率对潜热的影响, θ 可通过热传导方程和初边值条件来确定[3],故本文视 θ 为 (x,t) 的已知函数. 把 (2.1)—(2.6) 称为

本文于 1984 年 3 月 26 日收到第一次稿. 1985 年 5 月 11 日收到修改稿.

问题(一)$_c$. 文中已知函数假定:

(a) $\rho(x)$ 于 $\bar{\Omega}$ 上恒正且连续,

(b) $\bar{\sigma}_{ij}\in C^{1,1}$, $X_i\in C^{0,0}$, $\bar{\sigma}_{ij}=\bar{\sigma}_{ji}$,

(c) $C_{ijkl}(x)$ 和 $J_{ijkl}(x)$ 在 $\bar{\Omega}$ 上正定[3]且连续,

$$C_{ijkl}=C_{klij}=C_{jikl},\ J_{ijkl}=J_{klij}=J_{jikl},$$

$$C_{ijkl}J_{klmn}=\delta_{im}\delta_{jn},\quad \delta_{ij}=\begin{cases}1 & (i=j)\\ 0 & (i\neq j),\end{cases}$$

(d) $\bar{u}_i$ 对 $x\in B_1$ 连续,对 $t\in[0,\infty)$ 连续可微, $\bar{T}_i$ 在 $B_2\times[0,\infty)$ 上除了有限个跃度为有限的不连续点以外处处连续,

(e) u_{i0} 和 $\dot{u}_{i0}$ 分别在 $\bar{\Omega}$ 上连续可微和连续

引理 1. 设 $u_i\in C^{0,2}$, $\sigma_{ij}\in C^{1,0}$, $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$. 则 u_i, σ_{ij} 满足 (2.3) 和 (2.6) 当且仅当

$$g_1*\sigma_{ij,j}+f_i=\rho u_i,\ 在\ \Omega\times(0,\infty)\ 上, \tag{2.7}$$

其中 $g_1=t$, $f_i=g_1*X_i+\rho(u_{i0}+t\dot{u}_{i0})$, $*$ 代表卷积(见 [5] 中定理 3.1).

在引理 1 的条件下(一)$_c$ 等价于由 (2.1), (2.2), (2.4), (2.5) 和 (2.7) 所确定的问题(一): 用消去未知函数的办法可得问题(二),(三)和(四). 它们的方程分别为:

(二): $u_{(i,j)}=J_{ijkl}(\sigma_{kl}+\bar{\sigma}_{kl})$, 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.8)

以及 (2.7), (2.4), (2.5);

(三): $[\tilde{g}*\sigma_{(ik,k,j)}]+\tilde{f}_{(i,j)}=J_{ijkl}(\sigma_{kl}+\bar{\sigma}_{kl})$ 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.9)

$$\tilde{g}*\sigma_{ij,j}+\tilde{f}_i=\bar{u}_i,\ 在\ B_1\times[0,\infty)\ 上, \tag*{(2.4)$_1$}$$

以及 (2.5),

其中 $\tilde{g}=\rho^{-1}t$, $\tilde{f}_i=\rho^{-1}f_i$; (2.10)

(四): $g_1*(C_{ijkl}u_{kl}-\bar{\sigma}_{ij})_{,j}+f_i=\rho u_i$, 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.11)

以及 (2.4),

$$(C_{ijkl}u_{k,l}-\bar{\sigma}_{kl})n_j=\bar{T}_i,\ 在\ B_2\times[0,\infty)\ 上, \tag*{(2.5)$_1$}$$

利用 [5] 中定理 3.3 和定理 3.4 的证法可证引理 2.

引理 2. (a) 设 $u_i\in C^{1,2}$, $\sigma_{ij}\in C^{1,0}$, $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$, 则 σ_{ij}, u_i 满足(二)的方程当且仅当有 $e_{ij}\in C^{0,0}$ 使 σ_{ij}, e_{ij}, u_i 满足(一)的方程; (b) 设 $\sigma_{ij}\in C^{2,0}$, $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$, 则 σ_{ij} 满足(三)的方程当且仅当有 $u_i\in C^{1,2}$ 使 σ_{ij}, u_i 满足(二)的方程; (c) 设 $u_i\in C^{2,2}$, 则 u_i 满足(四)的方程当且仅当有 $\sigma_{ij}\in C^{2,0}$ 且 $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$, 使 σ_{ij}, u_i 满足(二)的方程.

取(二),(三),(四)的 Laplace 变换可得

(二)$'$: $u'_{(i,j)}=J_{ijkl}(\sigma'_{kl}+\bar{\sigma}'_{kl})$, 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.8)$'$

$$\sigma'_{ij,j}+f_{\alpha i}=\alpha^2\rho u'_i,\ 在\ \Omega\times(0,\infty)\ 上, \tag*{(2.7)$'$}$$

$$u'_i=\bar{u}'_i,\ 在\ B_1\times(0,\infty)\ 上, \tag*{(2.4)$'$}$$

$$\sigma'_{ij}n_j=T'_i=\bar{T}'_i,\ 在\ B_2\times(0,\infty)\ 上; \tag*{(2.5)$'$}$$

(三)$'$: $[\rho^{-1}\sigma'_{(ik,k,j)}]+r_{(i,j)}=\alpha^2J_{ijkl}(\sigma'_{kl}+\bar{\sigma}'_{kl})$, 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.9)$'$

$$\rho^{-1}\sigma'_{ij,j}+r_i=\alpha^2\bar{u}'_i,\ 在\ B_1\times(0,\infty)\ 上, \tag*{(2.4)$_1'$}$$

$$\sigma'_{ij}n_j=T'_i=\bar{T}'_i,\ 在\ B_2\times(0,\infty)\ 上, \tag*{(2.5)$'$}$$

(四)$'$: $(C_{ijkl}u'_{kl}-\bar{\sigma}'_{ij})_{,j}+f_{\alpha i}=\alpha^2\rho u'_i$, 在 $\Omega\times(0,\infty)$ 上, (2.11)$'$

$$u'_i = \bar{u}'_i, \text{ 在 } B_1 \times (0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.4)'}$$

$$(C_{ijkl}u'_i - \bar{\sigma}'_{ij})n_j = \bar{T}'_i, \text{ 在 } B_2 \times (0,\infty) \text{ 上}, \tag{2.5)'_1}$$

其中 $f_{\alpha i} = X'_i + \rho(\alpha u_{i0} + \dot{u}_{i0})$，$r_i = \rho^{-1}f_{\alpha i}$. (2.12)

3. 转换最小值原理

为了方便我们引进下列定义:

(1) $F \equiv (\sigma_{ij}, u_i) \in L$ 是指 $\sigma_{ij} \in C^{1,0}$，$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$，$u_i \in C^{2,2}$，$\sigma_{ij}$，$u_i$ 满足 (2.7), (2.5);

(2) $F' \equiv (\sigma'_{ij}, u'_i) \in L'$ 当且仅当 $F \in L$;

(3) F 是(二)的解是指 $F \in L$，σ_{ij}，u_i 满足 (2.8), (2.4); F' 是(二)′的解当且仅当 F 是(二)的解;

(4) $\sigma_{ij} \in R$ 是指 $\sigma_{ij} \in C^{2,1}$，$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$，$\sigma_{ij}$ 满足 (2.5);

(5) $\sigma'_{ij} \in R'$ 当且仅当 $\sigma_{ij} \in R$;

(6) σ_{ij} 是(三)的解是指 $\sigma_{ij} \in R$ 且满足 (2.9), $(2.4)_1$; σ'_{ij} 是(三)′的解当且仅当 σ_{ij} 是(三)的解;

(7) $u_i \in H$ 是指 $u_i \in C^{2,2}$ 且满足 (2.4);

(8) $u'_i \in H'$ 当且仅当 $u_i \in H$;

(9) u_i 是(四)的解是指 $u_i \in H$ 且满足 (2.11), $(2.5)_1$; u'_i 是(四)′的解当且仅当 u_i 是(四)的解.

定理 1 定义在 L' 上的泛函

$$\Gamma(F') = \int_\Omega \left[J_{ijkl}\left(\frac{\sigma'_{kl}}{2} + \bar{\sigma}'_{kl}\right)\sigma'_{ij} + \frac{\alpha^2\rho}{2}u'_iu'_i \right] d\Omega - \int_{B_1} \bar{u}'_iT'_i dB,\ F' \in L', \alpha > 0, \tag{3.1}$$

在且只在(二)′的解处取最小值.

证明. 当 $F', F' + \delta F' = (\sigma'_{ij} + \delta\sigma'_{ij}, u'_i + \delta u'_i) \in L'$ 时

$$\begin{aligned} &\alpha^2\rho\delta u'_i = \delta\sigma'_{ij,j} \text{ 在 } \Omega \times (0,\infty) \text{ 上}, \\ &\delta T'_i = \delta\sigma'_{ij}n_j = 0, \text{ 在 } B_2 \times (0,\infty) \text{ 上}, \end{aligned} \tag{3.2}$$

利用 (3.2) 并通过分部积分,可算得

$$\delta\Gamma(F') = \int_\Omega [J_{ijkl}(\sigma'_{kl} + \bar{\sigma}'_{kl}) - u'_{i,j}]\delta\sigma'_{ij}d\Omega + \int_{B_1}(u'_i - \bar{u}'_i)\delta T'_i dB. \tag{3.3}$$

从而易见,变分式

$$\delta\Gamma(F') = 0 \tag{3.4}$$

相当于 (2.8)′ 和 (2.4)′. 注意到二阶变分

$$\delta^2\Gamma(F') = \int_\Omega (J_{ijkl}\delta\sigma'_{kl}\delta\sigma'_{ij} + \alpha^2\rho\delta u'_i\delta u'_i)d\Omega > 0, \tag{3.5}$$

便知定理的结论为真

用类似的办法可证得如下的

定理 2 定义在 R 上的泛函

$$\Gamma_\sigma(\sigma_{ij}) = \int_\Omega \left[\alpha^2 J_{ijkl}\left(\frac{\sigma'_{kl}}{2} + \bar{\sigma}'_{kl}\right)\sigma'_{ij} + \frac{1}{2\rho}\sigma'_{ip,p}\sigma'_{ij,j} + r_i\sigma'_{ij,j} \right] d\Omega - \int_{B_1} \alpha^2\bar{u}'_iT'_i dB,$$

$$\sigma'_{ij} \in R',\ \alpha > 0, \tag{3.6}$$

在且只在(三)′的解处取最小值．

定理 3　定义在 H' 上的泛函

$$\Pi(u_i')=\int_\Omega\left[\frac{C_{ijkl}}{2}(u'_{k,l}-\bar{\sigma}'_{ij})u'_{i,j}+\frac{\alpha^2\rho}{2}u_i'u_i'-f_{\alpha i}u_i'\right]d\Omega-\int_{B_2}\bar{T}_i'u_i'dB,$$
$$u_i'\in H',\ \alpha>0, \tag{3.7}$$

在且只在(四)′的解处取最小值．

4. 关于(二)、(三)和(四)的最小值原理

定义容许权函数集合 E 如下：$g(t)\in E$ 是指 (a) $g(t)$ 对每个 $t\in[0,\infty)$ 存在，且

$$g(t)=\int_0^\infty G(\alpha)e^{-\alpha t}d\alpha, \tag{4.1}$$

其中 $G(\alpha)$ 为定义在 $[0,\infty)$ 上非负的、至多只有有限个零点的连续函数；(b) 广义积分

$$\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)dtd\tau,\ \int_0^\infty\int_0^\infty \dot{g}(t+\tau)dtd\tau,\ \int_0^\infty\int_0^\infty \ddot{g}(t+\tau)dtd\tau, \tag{4.2}$$

存在．如 $g(t)=(t+a)^{-j}(j>2,a>0)$，$G(\alpha)=\alpha^{j-1}e^{-a\alpha}$ 即可．如此定义的 $g(t)$ 和 $G(\alpha)$ 使得本文出现的广义积分存在,并可交换积分次序[2,6]．同时易推得下列典型公式：

$$\int_0^\infty G(\alpha)f'(\cdot,\alpha)d\alpha=\int_0^\infty g(t)f(\cdot,t)dt, \tag{4.3}$$

$$\int_0^\infty G(\alpha)\alpha f'(\cdot,\alpha)d\alpha=\int_0^\infty g(t)\dot{f}(\cdot,t)dt+g(0)f(\cdot,0), \tag{4.4}$$

$$\int_0^\infty G(\alpha)f_1'(\cdot,\alpha)f_2'(\cdot,\alpha)d\alpha=\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)f_1(\cdot,t)f_2(\cdot,\tau)dtd\tau, \tag{4.5}$$

$$\int_0^\infty G(\alpha)f_1'(\cdot,\alpha)f_2'(\cdot,\alpha)d\alpha=\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)\dot{f}_1(\cdot,t)f_2(\cdot,\tau)dtd\tau+f_1(\cdot,0)\times\int_0^\infty g(t)f_2(\cdot,t)dt, \tag{4.6}$$

$$\int_0^\infty G(\alpha)\alpha^2 f_1'(\cdot,\alpha)f_2'(\cdot,\alpha)d\alpha=\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)\dot{f}_1(\cdot,t)\dot{f}_2(\cdot,\tau)dtd\tau+\int_0^\infty g(t)[\dot{f}_1(\cdot,t)f_2(\cdot,0)+f_1(\cdot,0)\dot{f}_2(\cdot,t)]dt+g(0)f_1(\cdot,0)f_2(\cdot,0). \tag{4.7}$$

用这些公式可以求得

$$\begin{aligned}\int_0^\infty G(\alpha)\Gamma(F')d\alpha=&\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)\left\{\int_\Omega\left[J_{ijkl}(x)\left(\frac{1}{2}\sigma_{kl}(x,t)-\bar{\sigma}_{kl}(x,t)\sigma_{ij}(x,\tau)\right.\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{\rho(x)}{2}\dot{u}_i(x,t)\dot{u}_i(x,\tau)\right]d\Omega-\int_{B_1}\bar{u}_i(x,t)T_i(x,\tau)dB\right\}dtd\tau\\&+\int_0^\infty g(t)\int_\Omega\rho(x)\dot{u}_i(x,t)u_i(x,0)d\Omega dt+\frac{1}{2}\int_\Omega\rho(x)g(0)u_i(x,0)u_i(x,0)d\Omega\\&\equiv\Theta[F;g],\ F\in L,\ g\in E;\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}\int_0^\infty G(\alpha)\Gamma_\sigma(\sigma'_{ij})d\alpha=&\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)\left\{\int_\Omega\left[J_{ijkl}(x)\left(\frac{1}{2}\dot{\sigma}_{kl}(x,t)+\dot{\bar{\sigma}}_{kl}(x,t)\right.\right.\right.\\&\times\dot{\sigma}_{ij}(x,\tau)+\frac{1}{2}\rho^{-1}(x)\sigma_{ik,k}(x,t)\sigma_{ij,j}(x,\tau)+\rho^{-1}(x)X_i(x,t)\sigma_{ij,j}(x,\tau)\Big]d\Omega\end{aligned}$$

$$-\int_{B_1}\dot{\bar{u}}_i(x,t)\dot{T}_i(x,\tau)dB\Big\}dt\,d\tau+\int_0^\infty g(t)\Big\{\int_\Omega[u_{i0}(x)\dot{\sigma}_{ij,j}(x,t)$$

$$+\dot{u}_{i0}(x)\sigma_{ij,j}(x,t)+J_{ijkl}(x)(\dot{\sigma}_{kl}(x,t)\sigma_{ij}(x,0)+\dot{\bar{\sigma}}_{kl}(x,t)\sigma_{ij}(x,0)$$

$$+\bar{\sigma}_{kl}(x,0)\dot{\sigma}_{ij}(x,t))]d\Omega-\int_{B_1}[\dot{\bar{u}}_i(x,t)T_i(x,0)+\bar{u}_i(x,0)\dot{T}_i(x,t)]dB\Big\}dt\,d\tau$$

$$+g(0)\Big\{\int_\Omega\Big[J_{ijkl}(x)\Big(\frac{1}{2}\sigma_{kl}(x,0)+\bar{\sigma}_{kl}(x,0)\Big)\sigma_{ij}(x,0)+u_{i0}(x)\sigma_{ij,j}(x,0)\Big]$$

$$\times d\Omega-\int_{B_1}\bar{u}_i(x,0)T_i(x,0)dB\Big\}\equiv\Theta_\sigma[\sigma_{ij};g],\ \sigma_{ij}\in R,\ g\in E;\tag{4.9}$$

$$\int_0^\infty G(\alpha)\Pi(u_i')d\alpha=\int_0^\infty\int_0^\infty g(t+\tau)\Big\{\int_\Omega\Big[\Big(\frac{1}{2}C_{ijkl}(x)u_{k,l}(x,t)$$

$$-\bar{\sigma}_{ij}(x,t)\Big)u_{i,j}(x,\tau)+\frac{1}{2}\rho(x)\dot{u}_i(x,t)\dot{u}_i(x,\tau)-X_i(x,t)u_i(x,\tau)\Big]d\Omega$$

$$-\int_{B_2}\bar{T}_i(x,t)u_i(x,\tau)dB\Big\}dt\,d\tau+\int_0^\infty g(t)\int_\Omega\rho(x)\{\dot{u}_i(x,t)[u_i(x,0)$$

$$-u_{i0}(x)]-\dot{u}_{i0}(x)u_i(x,t)\}d\Omega dt+g(0)\int_\Omega\rho(x)\Big[\frac{1}{2}u_i(x,0)-u_{i0}(x)\Big]$$

$$\times u_i(x,0)d\Omega\equiv\Phi[u;g],\ u_i\in H,\ g\in E.\tag{4.10}$$

定理 4. 设 $\tilde{F}=(\tilde{\sigma}_{ij},\tilde{u}_i)$ 是(二)的解. 则对任意给定的 $g\in E$ 有

$$\Theta[F;g]\geqslant\Theta[\tilde{F};g],\quad F\in L,\tag{4.11}$$

这里等号当且仅当 $F=\tilde{F}$ 时成立.

证明. 注意到当 $\tilde{F}$ 是(二)的解时, $\tilde{F}'$ 是(二)$'$ 的解; $F\in L$ 时, $F'\in L'$. 故由定理 1, (4.8) 以及 $g(t)$ 和 $G(\alpha)$ 的定义,我们有

$$\Theta[F;g]-\Theta[\tilde{F};g]=\int_0^\infty G(\alpha)[\Gamma(F')-\Gamma(\tilde{F}')]d\alpha\geqslant0,\quad F\in L\tag{4.12}$$

并且等号当且仅当 $F'=\tilde{F}'$ 即 $F=\tilde{F}$ 时成立,证毕.

用类似方法可以证明下列定理

定理 5. 设 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 是(三)的解. 则对任意给定的 $g\in E$, 有

$$\Theta_\sigma[\sigma_{ij};g]\geqslant\Theta_\sigma[\tilde{\sigma}_{ij};g],\quad \sigma_{ij}\in R\tag{4.13}$$

这里等号当且仅当 $\sigma_{ij}=\tilde{\sigma}_{ij}$ 时成立.

定理 6. 设 $\tilde{u}_i$ 是(四)的解. 则对任意给定的 $g\in E$, 有

$$\Phi[u_i;g]\geqslant\Phi[\tilde{u}_i;g],\quad u_i\in H\tag{4.14}$$

这里等号当且仅当 $u_i=\tilde{u}_i$ 时成立.

参　考　文　献

[1] Kellogg, O. D., Foundation of potential theory. Berlin, Springer (1929), 85.

[2] 南京工学院数学教研组, 积分变换/工程数学, 人民教育出版社 (1981), 34.

[3] Fung, Y. C., Foundation of Solid mechanics, Englewood Cliffs New Jersey, Prentice-Hall, Inc. (1965), 341—411.

[4] Nickell, R. E. and Sackman, J. L., Variational Principles for linear coupled thermoelasticity, *Quarterly of Applied Mathematics*, 26(1968), 11—26.

[5] Gurtin, M. E., Variational principles for linear elastodynamics, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 16(1964), 34—50.
[6] Reiss, R., Minimum Principles for linear elastodynamics, *Journal of Elasticity*, 8, 1(1978), 35.

MINIMUM PRINCIPLES FOR LINEAR UNCOUPLED THERMO-ELASTODYNAMICS

Li Jiaren　Zhang Shenxue
(Jilin University)

Abstract: In this paper three transformed minimun principles with Laplace transformation and three wighted minimum principles in the orginal space-time domain are deve loped for the initial-boundary value problem in linear uncoupled thermo-elastodynamics.

Key words: linear uncouple, thermo-elastodynamics, minimum principle.