

## 基于偏析线的圆棒颈缩分析

叶裕恭

(中国科学院力学研究所)

**摘要** 本文基于拉伸圆棒颈缩后纵剖面上形成的偏析线(腐蚀后可见)提出了建立颈部最小截面上的应变场的方法。利用试验得到的有关数据,并借助于塑性全量理论及逐步插值积分法得到颈缩后材料的  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \epsilon_{ef}$  及最小截面上的应力场  $\bar{\sigma}_{ij}(r)$ 。计算结果反映了宏观断裂过程中微观结构变化所导致的应变“软化”现象。电镜观察表明:  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \epsilon_{ef}$  曲线上的极值点对应的颈缩状态正反映了微结构中的次级空洞大量形成的阶段,紧随而来的是宏观断裂的到来,因此  $\bar{\sigma}_{ef}$  是一个与材料临界断裂有着密切关系的一个量。

### 一、建立应变场的基本出发点

多数韧性金属材料在单轴拉伸断裂前的颈缩现象造成难以从试验直接得到材料在非均匀变形阶段的真应力和真应变关系。自 Bridgman<sup>[1]</sup> 和 Davidenkov<sup>[2]</sup> 早期的研究工作以来,进一步探索拉伸圆棒颈缩后材料的应力应变关系一直是人们感兴趣的。

本文基于颈缩后的碳素钢圆棒试件,其纵剖面腐蚀后显示出偏析线具有规律性分布的特性,作为建立应变场的尝试。偏析线是由于原材料自身具有夹杂物分布的方向性(在制作过程中形成),从而导致调质热处理过程中铁素体容易在夹杂物周围呈带状析出所造成(图版 I 照片 1)。它们尤如一组自然嵌入在材料内部的 Lagrange 坐标,在变形过程中,表征了质点在空间的运动规律。图版 I 照片 2 是在低倍金相显微镜下拍摄的。

设偏析线 ( $i$ ) 上的质点  $M_0, M$ , 图 1 (a), (b) 分别示出了它们在颈缩前后处的位置,由于质点  $M$  远离局部颈缩区,在颈缩出现后一直处于弹性卸载状态,略去弹性变形量,显然  $R_i$  也就反映了  $M_0$  在失稳前夕的坐标值。通过  $r_i$  和  $R_i$  的测量可以确定  $M_0$  点的周向塑性应变增量  $\Delta \epsilon_{\theta}^p$ , 整个变形过程中,颈部最小平面处的应力、应变张量的主方向是一致的,并保持不变,因而可用对数应变描述各主分量,轴对称下的  $\Delta \epsilon_{\theta}^p$  有:

$$\Delta \epsilon_{\theta}^p = \ln \frac{r}{R} \quad (1.1)$$

由几何关系以及塑性体积不变,颈部平面应变有:

$$\epsilon_{\theta}^p = -\frac{\epsilon_u}{2} + \ln \frac{r}{R} \quad (1.2a)$$

$$\epsilon_r^p = -\frac{\epsilon_u}{2} + \ln \frac{dr}{dR} \quad (1.2b)$$

$$\epsilon_z^p = \epsilon_u + \ln \frac{RdR}{rd r} \quad (1.2c)$$

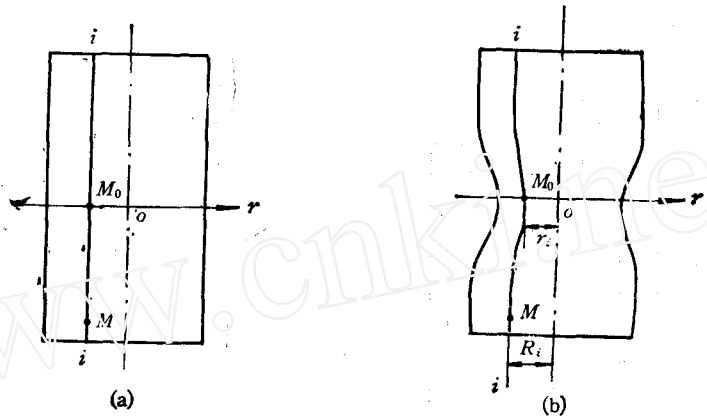


图 1

式中  $\epsilon_z$  为最大均匀变形的轴应变

利用偏析线直接建立颈部平面的应变场具有如下特点：

1.  $r_i-R_i$  关系是从同一个试样的偏析线上测得。
2. 当面积收缩率  $\psi$  较大时,不会出现文献[1]试验中内外圆棒交接处脱焊的现象。
3. 真实反映了应变沿  $r$  分布的不均匀性。

## 二、试验方法和测量结果

试件的平均直径  $D = \phi 9.95\text{mm}$ , 部分试件表面划有标尺,间距为  $0.5\text{mm}$ ,材料主要成份

| 元素 | C    | Si   | P     | Mn   | S     | Al    |
|----|------|------|-------|------|-------|-------|
| 含量 | 0.47 | 0.27 | 0.023 | 0.69 | 0.089 | 0.014 |

调质处理后材料硬度: HRC26/28

拉伸试验机夹头速度:  $1-2\text{mm}/\text{min}$ , 图 2 为载荷—伸长曲线

均匀变形阶段  $\sigma-\epsilon$  关系用常规方法得到,结果表明材料较好的满足幂硬化律,主要参数如下:

| 屈服应力 $\sigma_s$ (kg/mm <sup>2</sup> ) | 最大载荷时轴应力 $\sigma_z$ (kg/mm <sup>2</sup> ) | 最大载荷时轴应变 $\epsilon_z$ | 最大载荷时面积收缩率 $\psi$ | 应变硬化指数 $n_1$ |
|---------------------------------------|---|-----------------------|-------------------|--------------|
| 60.5                                  | 92.5                                      | 0.115                 | 10.9%             | 0.118        |

非均匀变形阶段(即颈缩阶段)有关参数测量如下:

1. 用电摄影机拍下颈缩过程中最小截面  $z = 0$  临近区域的外形变化,在工具显微镜下读出坐标值  $(r, z)$ ,用解析法确定  $z = 0$  处的曲率半径  $\rho_0$ ,并得到  $a/\rho_0 \sim \ln(A_0/A)$ ,  $\bar{\sigma}_{cp} \sim \ln(A_0/A)$  之间关系 ( $A_0, A$  分别为原始和当时的截面积,  $a$  表示颈部半径,  $\bar{\sigma}_{cp}$  为颈部平面平均轴向应力)。同样的结果也可以从拉伸到不同颈缩状态的一组卸载后的试

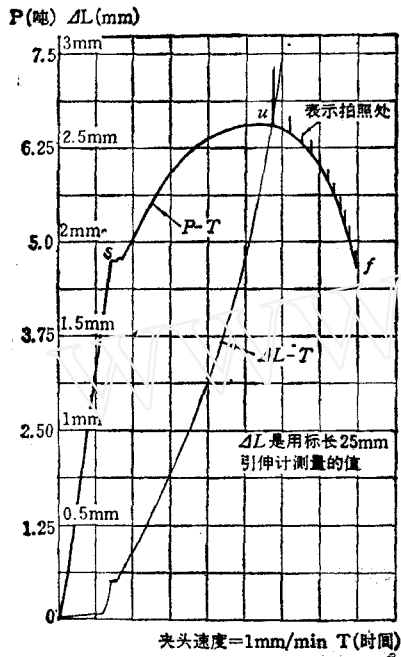


图2 拉伸试验记录曲线

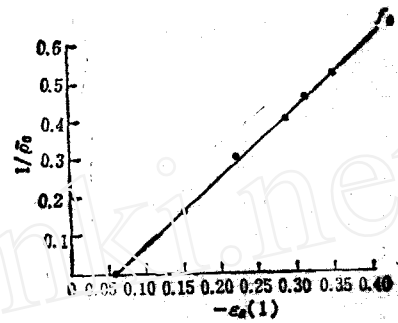


图3

$$\text{注: } -\varepsilon_e(1) = \frac{1}{2} \ln \frac{A_0}{A}$$

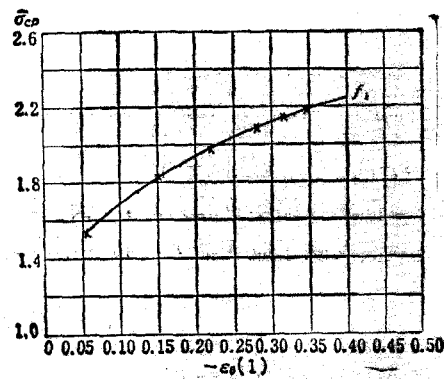


图4

件上得到。图3,4表明两种方法的结果是一致的,并与[3][4]相吻合。

2. 从五种不同颈缩状态的圆棒试样上截取长度  $l \geq 2D$  并严格沿轴中心线割开,经抛光,溶液腐蚀制作偏析线试样,在低倍金相显微镜下拍照,同样在工具显微镜下读出  $(r_i, R_i)$  以及最小截面临近区域的  $(r_i, z_i)$  值。偏析线具有一定的带宽(约为0.01—0.05mm),有时需要通过带宽两边的多点测量值来提高测量的精度。利用  $(r_i, z_i)$ ,用解析法得到最小截面处曲率半径  $\rho_i - r_i$  关系,结果表明,把偏析线沿  $r$  分布规律视为同心圆或视为共焦双曲线以及视为共焦共准曲线族都不太理想,相对而言,Davidenkov<sup>[2]</sup>的关系式更为接近实测结果,因此后面的计算分析中,采用[2]的曲率表达式。由测量值  $(r_i, R_i)$ ,用(1.1)式计算出  $\Delta \varepsilon_\theta^0$ ,由于测量值的有效数位随着距中心轴的距离减小而减小,因此,我们仅实测了  $r_i > 0.12a$  的偏析线,  $\Delta \varepsilon_\theta^0$  最大绝对误差  $< 0.007$ ,图5上的离散点示出了五种不同状态下  $\Delta \varepsilon_\theta^0$  的测量结果。

应变沿  $r$  分布的不均匀性的现实以及应变导数应满足  $d\Delta \varepsilon_\theta^0/dr|_{r=0} = 0$  的条件,我们采用二次抛物线来拟合测量的结果。当然,并非所有颈缩状态都以二次抛物线为最佳拟合,然而通过最小二乘法定出的应变分布系数  $M, N$ ,并由此计算出的  $\Delta \varepsilon_\theta^0$  与实测相比,概差绝大部分皆小于 0.008,误差落在  $\pm 0.008$  范围内的点占有 50% 以上。

实测表明,在面积收缩率  $\psi$  不大时,  $\Delta \varepsilon_\theta^0$  沿  $r$  方向变化不大,随着  $\psi$  增大,轴中心区域

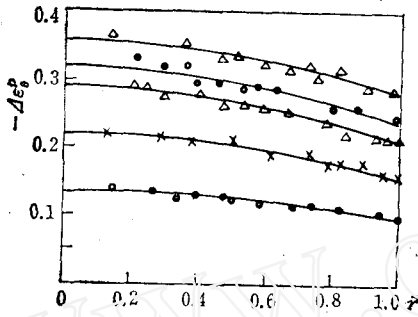


图 5 不同颈缩状态下  $\Delta \varepsilon_{\theta}^p \sim \bar{r}$  关系

注: ●表示  $\psi = 26.2\%$  测量点  
 ×表示  $\psi = 35.8\%$  测量点  
 △表示  $\psi = 43.3\%$  测量点  
 ○表示  $\psi = 48.7\%$  测量点  
 ▲表示  $\psi = 50.7\%$  测量点

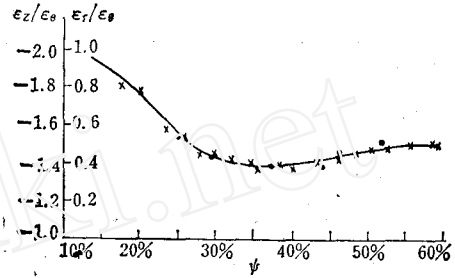


图 6

注: ×由外表面刻痕测量得到  
 ●由偏析线测量得到

的  $\Delta \varepsilon_{\theta}^p$  绝对值要比试件表面的增加得快, 一直到断裂前夕才逐步缓和下来, 这个结论是与 [1] [2] [5] 不同的。正如 Clousing<sup>[6]</sup> 指出, 在颈缩拉伸过程中沿颈部平面上的轴向塑性应变增量并非各点都相同。Norris<sup>[3]</sup> 证明了应变均匀分布的条件是颈部外表面上的塑性应变增量的比值在整个颈缩过程中都必须满足条件:  $d\varepsilon_z^p/d\varepsilon_{\theta}^p = -2$ , 这个条件不论对于具有预制圆缺口的圆棒试件, 还是拉伸失稳而形成的颈缩状态的圆棒都难以满足。图 6 是颈缩过程中, 分别通过外形拍照以及偏析线测量数据绘制的, 虽然外形拍照得到的轴向应变数据仅反映了 0.5 mm 标距上的平均值。但它的趋势与偏析线测量的结果是一致的, 并同样说明了应变沿  $r$  不均匀分布的结论。

基于上述, 颈部平面应变分量  $\varepsilon_{ij}^p$  有:

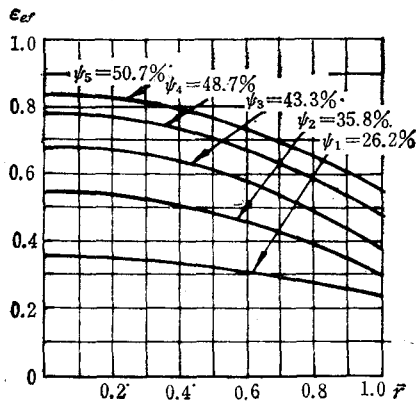


图 7 五种不同颈缩状态下,  $\varepsilon_{\theta r} \sim \bar{r}$  关系

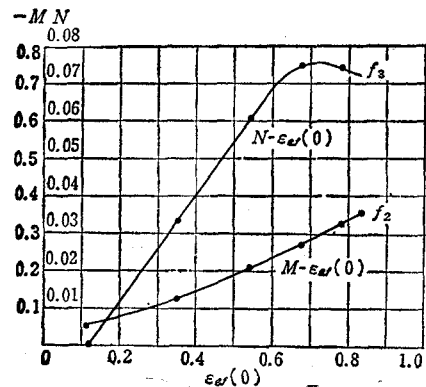


图 8

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\theta}^p &= -\frac{\varepsilon_u}{2} + M + N\bar{r}^2 \\ \varepsilon_r^p &= -\frac{\varepsilon_u}{2} + M + N\bar{r}^2 - \ln(1 - 2N\bar{r}^2) \\ \varepsilon_z^p &= -2\varepsilon_{\theta}^p + \ln(1 - 2N\bar{r}^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{ef}^p = \left( \frac{2}{3} e'_{ij} e'_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

式中  $\varepsilon_{ef}^p$  为有效应变(文中有时略去上标  $p$ )

$$e'_{ij} \text{ 为应变偏量 } \left( e'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{2} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right)$$

图 7 示出了五种颈缩状态下  $\varepsilon_{ef}^p \sim \tilde{r}$  关系。图 8 示出了圆棒轴中心处的  $\varepsilon_{ef}^p(0)$  与应变分布系数  $M, N$  之间的关系。 $N$  反映了  $\Delta \varepsilon_{ef}^p$  沿  $r$  的变化率, 图示的极值现象说明断裂前夕, 当应变达到一定数值, 应变沿  $r$  方向变化率会减缓下来。

### 三、塑性系数及最小颈部平面的应力分布

薄板塑性失稳试验表明塑性全量理论并不局限于简单加载条件, 因此这里仍采用之, 并有下列式成立:

$$\varepsilon_{ij}^p = \tilde{\varphi} \tilde{S}_{ij} = \frac{3}{2} \left( \frac{\varepsilon_{ef}^p}{\tilde{\sigma}_{ef}} \right) \tilde{S}_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{式中 } \tilde{\varphi} = \varphi \sigma_s, \tilde{S}_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sigma_s}, \tilde{\sigma}_{ef} = \left( \frac{3}{2} \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} \right)^{1/2}$$

$\sigma_s$  为屈服应力

$\tilde{\sigma}_{ef}$  为无量纲有效应力

$\tilde{S}_{ij}, S_{ij}$  分别为无量纲和有量纲塑性数量系数。

基于颈部最小平面附近简单的几何关系, 轴对称的平衡方程可以简化成常微分方程:

$$\frac{d\tilde{\sigma}_r}{d\tilde{r}} + \frac{1}{\tilde{r}} (\tilde{\sigma}_r - \tilde{\sigma}_\theta) + \frac{1}{\tilde{\rho}} (\tilde{\sigma}_z - \tilde{\sigma}_r) = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{式中所有量皆无量纲化 } \tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_s}, \tilde{r} = \frac{r}{a}, \tilde{\rho} = \frac{\rho}{a}$$

$\sigma_{ij}$  为应力分量,  $\rho$  为最小平面处曲率半径。

$r$  为径向坐标。

曲率半径与坐标  $r$  的关系如前所叙采用[2]的表达式:

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_0 / \tilde{r} \quad (3.3)$$

$$\text{式中 } \tilde{\rho}_0 = \tilde{\rho} / \tilde{r} = 1$$

方程 (3.1)(3.2) 连同试验得到的载荷——伸长曲线以及边界条件, 原则上问题可解, 但有一定困难, 本文采用数字积分法, (3.2) 式的积分形式有

$$\tilde{\sigma}_r(\tilde{r}) = \int_{\tilde{r}}^1 \frac{1}{\varphi(\varepsilon_{ef}(\tilde{r}))} \left\{ \frac{1}{\tilde{r}} (\varepsilon_r^p - \varepsilon_\theta^p) + \frac{1}{\tilde{\rho}} (\varepsilon_z^p - \varepsilon_r^p) \right\} d\tilde{r} \\ \tilde{\sigma}_r / \tilde{r} = 0 \quad (3.4)$$

把颈部平面的有效应变变化范围  $\delta \varepsilon_{ef}$  分成许多小区间(即计算的应变步长)。设每个小区间的塑性系数分别为  $\tilde{\varphi}_{i-1}, \tilde{\varphi}_i, \dots, \tilde{\varphi}_{i+k}, \dots, \tilde{\varphi}_{i-1+T}$ , 因而有离散形式:

$$\tilde{\sigma}_r(\tilde{r}) = \sum_{h=-1}^{k-1} \frac{(G)_{i+h}^{i+h}}{\tilde{\varphi}_{i+h}} + \frac{(G)_{i+k}^{i+k}}{\tilde{\varphi}_{i+k}} \quad (3.5a)$$

式中

$$(G)_{i+h+1}^{i+h} = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2N)^m}{2m^2} \tilde{r}^{2m} + \left( \frac{3\varepsilon_u}{4\tilde{\rho}_0} - \frac{3M}{2\tilde{\rho}_0} \right)^2 + \frac{3N}{4\tilde{\rho}_0} \tilde{r}^4 - \frac{1}{2\tilde{\rho}_0 N} (1 - 2N\tilde{r}^2) [\ln(1 - 2N\tilde{r}^2) - 1] \right\}_{i+h+1}^{i+h}$$

字母(G)的上标和下标表示式中的  $\tilde{r}$  的积分上限  $\tilde{r}_{i+h}$  和积分下限  $\tilde{r}_{i+h+1}$  代入并相减, 利用 (2.1)(3.1) 式以及轴向载荷  $p_x(\tilde{r})$  表达式:

$$\tilde{\sigma}_{cp} = p_x(\tilde{r}) / \pi \alpha^2 \sigma_s = 2 \int_{\tilde{r}}^1 \tilde{r} \tilde{\sigma}_z(\tilde{r}) d\tilde{r} \quad (3.5b)$$

如果已知该状态下应变分布系数  $M, N$ , 颈部外轮廓  $x = 0$  处的曲率半径  $\tilde{\rho}_0$ , 平均轴向应力  $\tilde{\sigma}_{cp}$ , 那么该状态最后一个分区间的塑性系数  $\tilde{\varphi}_{i-1+T}$  或  $\tilde{\varphi}_{i-1}$  可用前面各分区间的塑性系数来表达:

$$\tilde{\varphi}_{i-T} = \frac{\left( \sum_{p=1}^5 A_p \right)_{i+T}^{i-1+T}}{\frac{\tilde{\sigma}_{cp}}{2} - \sum_{k=i}^{i+T-1} \left\{ \frac{(G)_k^{k-1}}{2\tilde{\varphi}_{k-1}} \tilde{r}_k^2 - \frac{\left( \sum_{p=1}^5 A_p \right)_k^{k-1}}{\tilde{\varphi}_{k-1}} \right\}} \quad (3.6)$$

式中  $T$  为一整数, 表示该状态的  $\delta\varepsilon_{cf}$  被划分的分区间的数目. 系数  $A_p$  分别为:

$$\begin{aligned} (A_1)_k^{k-1} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2N)^m}{2m^2} \left( \tilde{r}_{k-1}^{2m} \frac{\tilde{r}^2}{2} - \frac{\tilde{r}^{2m+2}}{2(m+1)} \right) \frac{\tilde{r}_{k-1}}{\tilde{r}_k} \\ (A_2)_k^{k-1} &= \left( \frac{3\varepsilon_u}{4\tilde{\rho}_0} - \frac{3M}{2\tilde{\rho}_0} \right) \left( \frac{\tilde{r}_{k-1}^2}{2} \tilde{r}^2 - \frac{\tilde{r}^4}{4} \right)_{\tilde{r}_k}^{\tilde{r}_{k-1}} \\ (A_3)_k^{k-1} &= -\frac{3N}{4\tilde{\rho}_0} \left( \frac{\tilde{r}_{k-1}^4}{2} \tilde{r}^2 - \frac{\tilde{r}^6}{6} \right)_{\tilde{r}_k}^{\tilde{r}_{k-1}} \\ (A_4)_k^{k-1} &= \left\{ -\frac{(1 - 2N\tilde{r}_{k-1}^2)}{4\tilde{\rho}_0 N} [\ln(1 - 2N\tilde{r}_{k-1}^2) - 1] \tilde{r}^2 - \frac{1}{8\tilde{\rho}_0 N^2} (1 - 2N\tilde{r}^2) \left[ \frac{1}{2} \ln(1 - 2N\tilde{r}^2) - \frac{1}{4} \right] - \frac{\tilde{r}^2}{4\tilde{\rho}_0 N} + \frac{\tilde{r}^4}{4\tilde{\rho}_0} \right\}_{\tilde{r}_k}^{\tilde{r}_{k-1}} \\ (A_5)_k^{k-1} &= \left\{ \left( -\frac{3M}{2} + \frac{3}{4} \varepsilon_u \right) \tilde{r}^2 - \frac{3N}{4} \tilde{r}^4 - \frac{1}{2N} (1 - 2N\tilde{r}^2) [\ln(1 - 2N\tilde{r}^2) - 1] \right\}_{\tilde{r}_k}^{\tilde{r}_{k-1}} \end{aligned}$$

$(A_p)$  的上、下标分别为积分上限  $\tilde{r}_{k-1}$  和下限  $\tilde{r}_k$  代入并相减, 由试验已经得到了  $\tilde{\sigma}_{cp} \sim \varepsilon_{\theta}$  (1) 关系以及六种状态下的  $M^{(i)}, N^{(i)}, \tilde{\rho}_0^{(i)}$  与  $\Delta\varepsilon_{\theta}^{(i)}(1), \Delta\varepsilon_{\theta}^{(i)}(0)$  关系, 通过计算可得到相应状态下的  $\varepsilon_{cf}^{(i)}(0), \varepsilon_{cf}^{(i)}(1)$ , 以这些已知关系作为构成插值函数的特定值 (即图 3, 4, 8 上的离散点). 插值函数为:

$(1/\tilde{\rho}_0^{(i)}, \varepsilon_{\theta}^{(i)}(1))$  构成  $f_0, (\tilde{\sigma}_{cp}^{(i)}, \varepsilon_{\theta}^{(i)}(1))$  构成  $f_1, (M^{(i)}, \varepsilon_{cf}^{(i)}(0))$  构成  $f_2, (N^{(i)}, \varepsilon_{cf}^{(i)}(0))$  构成  $f_3$

通过插值可得到任何插点的函数值. 为了避免高次插值可能出现的 Runge 现象, 因此在不同的应变区间仅选取临近的 3—4 个点作为插值多项式的节点.

整个积分计算是从最大均匀变形阶段开始。第一步长的积分是如此进行,取

$$\varepsilon_{ef}(0) = \varepsilon_u + \Delta\varepsilon$$

( $\Delta\varepsilon$  为积分步长), 利用  $f_0, f_1$  得到  $1/\bar{\rho}_0, \bar{\sigma}_{cp}$ , 然后判断  $\delta\varepsilon_{ef} = \varepsilon_{ef}(0) - \varepsilon_{ef}(1)$  的大小。如果  $1 < \frac{\delta\varepsilon_{ef}}{\Delta\varepsilon} \leq 2$ , 则有  $T = 2$ , 颈缩平面有两个塑性系数:  $\varphi_0 = \varphi_u$ ;  $\varphi_1$  是用(3.6)式求出。如果  $0 < \frac{\delta\varepsilon_{ef}}{\Delta\varepsilon} \leq 1$ , 则表明整个应变区间  $\delta\varepsilon_{ef}$  只有一个塑性系数, 因此可直接利用(3.4)式以及(2.1)(3.1)(3.5b)导出的中值塑性系数  $\bar{\varphi}(\varepsilon_{ef}^*)$  表达式求出:

$$\bar{\varphi}(\varepsilon_{ef}^*) = \frac{2}{\bar{\sigma}_{cp}} \sum_{k=1}^5 A_k$$

式中

$$A_1 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(2N)^j}{2j^2} \frac{1}{2(j+1)}, \quad A_2 = \frac{3}{8\bar{\rho}_0} \left( \frac{\varepsilon_u}{2} - M \right)$$

$$A_3 = -\frac{N}{4\bar{\rho}_0}$$

$$A_4 = \frac{1}{4\bar{\rho}_0} \left\{ \left( 1 - \frac{1}{4N^2} \right) \ln(1 - 2N) - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{N} \right) \right\}$$

$$A_5 = \frac{3}{2} \left\{ \frac{\varepsilon_u}{2} - M - \frac{2}{3} - \frac{N}{2} \right\} - \frac{1}{2N} \{ (1 - 2N) \ln(1 - 2N) \}$$

每增加一个步长, 相当进入一个新的颈缩状态, 积分计算得到最后一个步长相应的塑性系数, 积分逐步的向前推进, 从而可得到整个颈缩过程材料的  $\bar{\varphi} \sim \varepsilon_{ef}$  关系, 因此任何颈缩状态应力  $\bar{\sigma}_{ij}(\bar{r})$  分布也就不难解决。

目前计算采用的积分步长为  $\Delta\varepsilon = 0.005$ , 计算是在 PS-80 型微型机上进行。

#### 四、计算结果

图 9 示出了  $\bar{\varphi} \sim \varepsilon_{ef}$  以及  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \varepsilon_{ef}$  计算结果。前面已提到, 从曲线上的屈服点  $s$  到

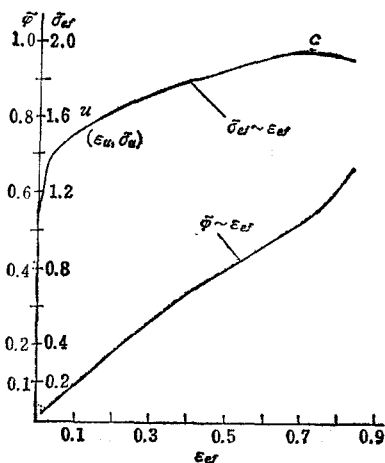


图 9

最大载荷  $u$  点,  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \varepsilon_{ef}$  之间较好的服从幂乘硬化律, 其硬化指数  $n_1 = 0.118$ , 拉伸失稳后, 从曲线上的  $u$  点到  $c$  点, 其硬化指数是变化的,  $c$  点为曲线的极值点  $(\varepsilon_{ef})_c = 0.719$ ,  $(\bar{\sigma}_{ef})_c = 1.97$ , 极值点的现象可以从塑性形变过程中各个滑移系统不断参与滑移导致应变“硬化”以及孔洞的形成、扩大、聚合联结而导致材料“软化”两者综合效果加以解释。在“硬化”起主导作用时, 有  $d\bar{\sigma}_{ef}/d\varepsilon_{ef} > 0$ , 当“软化”效果一旦大于“硬化”效果时, 则有  $d\bar{\sigma}_{ef}/d\varepsilon_{ef} < 0$ 。从图 7 的  $\varepsilon_{ef} \sim \bar{r}$  关系可知, 任何颈缩状态在  $\bar{r} = 0$  处的  $\varepsilon_{ef}$  值最大, 然而从颈缩形成开始直到断裂, 应变沿  $\bar{r}$  方向的变化率(见图 8)并非一直随颈缩

的发展而增大, 它有一个极值, 这反映了应变到达一定水平后, 应变的增加趋于缓和。

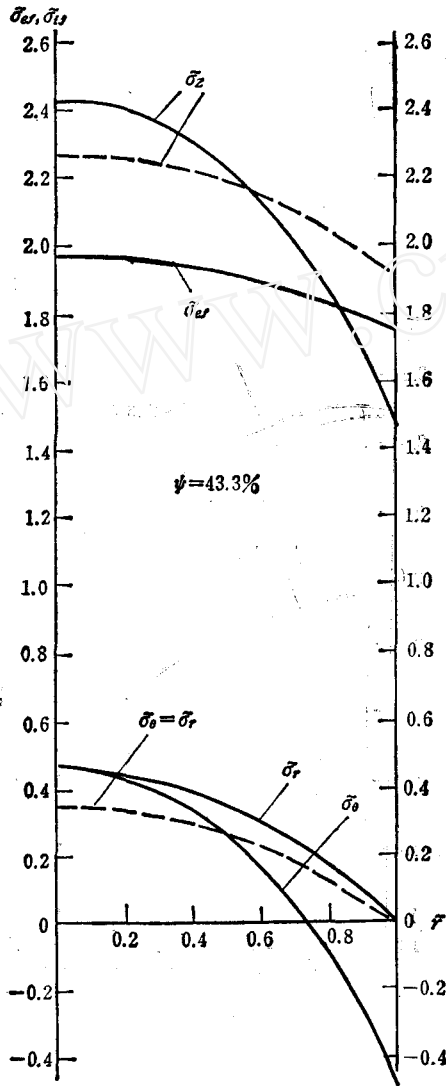


图 10

— 插值积分法    - - - Bridgman

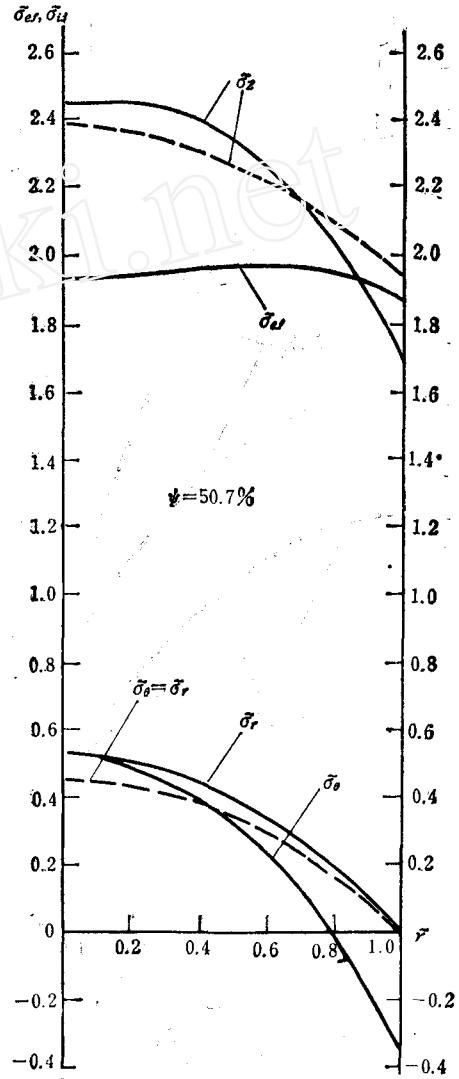


图 11

— 插值积分法    - - - Bridgman

图 10, 11 示出了二种不同颈缩状态  $\bar{\sigma}_{\epsilon f} \sim \bar{r}$ ,  $\bar{\sigma}_{ij} \sim \bar{r}$  关系, 并与 Bridgman 公式计算的结果加以比较, 结果表明, 一般情况下, 轴中心处  $\bar{\sigma}_{\epsilon f}$  有最大值, 但当  $\psi > 48\%$  以后, 轴中心处的  $\bar{\sigma}_{\epsilon f}$  开始较临近区域有所下降, 并且在此之后的塑性变形过程中都有  $\bar{\sigma}_{\epsilon f} \leq \bar{\sigma}_{\epsilon f}^e$ ,  $\bar{\sigma}_{\epsilon f}^e$  表示  $\bar{\sigma}_{\epsilon f} \sim \bar{\epsilon}_{\epsilon f}$  曲线上的极值有效应力, 它比 Bridgman 方法计算得到的断裂应力  $(\bar{\sigma}_{\epsilon f})_B$  稍大一些。应力分量  $\bar{\sigma}_{ij}$  沿  $\bar{r}$  方向的变化较 Bridgman 的结果急剧,  $\bar{r} = 0$  处,  $\bar{\sigma}_{ij}$  普通增高了; 而  $\bar{r} = 1$  处的  $\bar{\sigma}_z$  下降了, 且  $\bar{\sigma}_\theta \approx 0$ , 在断裂前夕, 轴中心上的  $\bar{\sigma}_z \approx 2.45\sigma_s$ 。图 11 示出轴中心有个区域的轴向应力  $\bar{\sigma}_z$  变化极为平缓, 中心处并有微弱的下降, 这个现象也可从内部显微结构呈现出的特征加以认识。图 12 示出了静水拉力  $\bar{\sigma}_m$ ,  $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_{\epsilon f}$  与  $\bar{r}$  关系, 不管那一种状态,  $\bar{r} = 0$  处有最大值。Argaon<sup>[8][9]</sup> 以  $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_{\epsilon f} + \bar{\sigma}_m$  作为衡量粒子与基体之



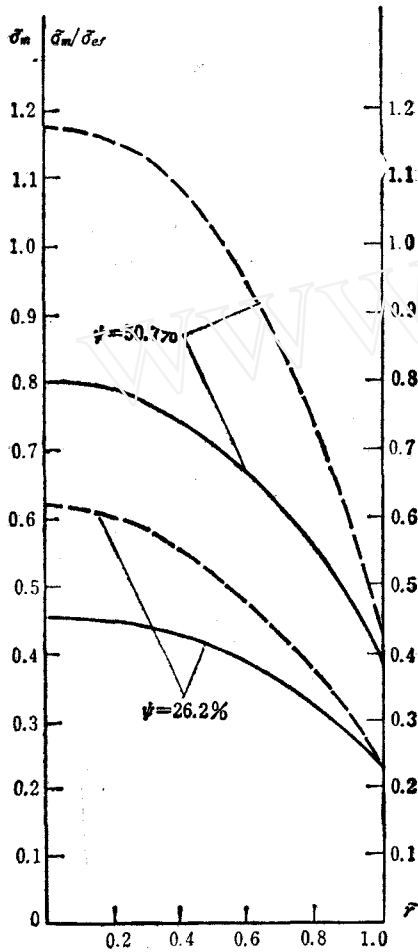


图 12

---  $\bar{\sigma}_m$  —  $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_{ef}$

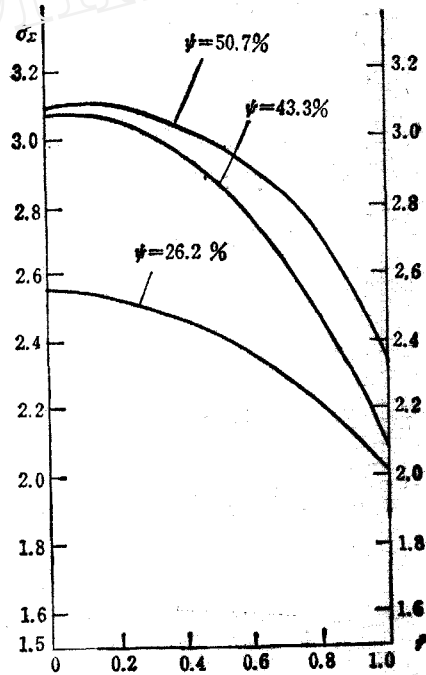


图 13

间交接面脱开的条件。图 13 示出了三种状态下  $\bar{\sigma}_z \sim \bar{r}$  关系, 在断裂前夕, 轴中心区的  $\bar{\sigma}_z$  也出现与  $\bar{\sigma}_m$  相似的下降趋势。

### 五、微观结构的观察

计算表明, 颈部中心区域皆处于应力、应变最为严重的状态, 因而破坏或损伤首先应从轴中心处开始形成, 并随颈缩发展逐步向外延伸。Beremin<sup>[10]</sup> 通过颈缩圆棒纵剖面抛光试样的观察, 证实了粒子与基体脱开的区域是随  $\varepsilon = \ln(A_0/A)$  的增加而逐步从中心向外扩大。Putick<sup>[7]</sup> 试验说明了颈缩断裂之前裂纹首先在中心区域形成。这些都有助于解释计算所揭示的现象。由于轴中心区域孔洞数量和大小处于优先地位, 因此在拉伸失稳后该处最早具备孔洞聚合(聚合方式之一是内颈缩)条件, 形成裂纹, 从而导致该区域实际承受载荷的有效面积大大的减小, 而目前连续力学的计算又未计及到这个因素, 这就是轴中心区域  $\bar{\sigma}_{ef}$ ,  $\bar{\sigma}_m$ ,  $\bar{\sigma}_z$  下降的原因所在。

图版 II 照片 3 中的照片是从四种状态的纵剖面试样上在电镜下拍摄的, 位置是在颈部平面的中心处。图版 II 照片 3(a) 为最大拉伸载荷状态  $\psi = 10.8\%$ , 这时材料中大粒子已经与基体脱开, 大粒子与基体脱开形成孔洞显然不标志材料宏观断裂的来到, 随着颈缩不断发展, 大粒子所在处的孔洞在拉伸方向上不断被拉长, 被拉长的大空洞周围有次级空洞形成(图版 II 照片 3(b)–(d)) 次级孔洞是由尺寸为  $0.5\mu$  上下的粒子与基体脱开而形成的。显然, 它们形成需要具备的应力、应变条件要比大粒子处形成空洞的条件来得晚, 由于这类粒子数量比较多, 粒子间距比较小(见图版 II 照片 3(e)), 因此一旦与基体脱开, 就会很快聚合在一起。图版 II 照片 3(e) 就是在断裂前夕拍摄的, 特别应该指出: 这种微观结构所对应的状态正好和前面计算的  $\bar{\sigma}_{ef} - \varepsilon_{ef}$  曲线上的极值点对应的状态是一致的, 因此可以认为  $\sigma_{ef}^0$  是一个与材料断裂临界应力有着密切关系的一个量。

从断裂试件纵剖面上可以看到一些分支裂纹, 分支裂纹发展的方向与裂纹前沿大空洞所在的方位有着密切关系(见图版 II 照片 3(f)(g))。拉伸断口中心区的形貌再一次表明: 宏观断裂与次级空洞的形成和聚合有密切关系。断口上的大韧窝是孤立的, 这些大韧窝就是大粒子所在的位置, 这些小韧窝就是小粒子所在的位置, 小韧窝连续的排列, 说明最终的宏观断裂是由小粒子形成的空洞聚合起决定作用。

## 六、结 论

根据偏析线的分布建立圆棒颈部最小平面上的应变场, 基于试验得到的应变场及有关参数  $\bar{\sigma}_{ef} - \varepsilon_{ef}(1)$ ,  $1/\bar{\rho}_{0-\varepsilon_{ef}}(1)$ , 利用逐步插值积分法得到了材料颈缩后的  $\bar{\sigma}_{ef} - \varepsilon_{ef}$  关系以及  $\bar{\sigma}_{ef} - \bar{\varepsilon}_{ef}$ 。计算结果揭示了材料韧性断裂过程中由于微观结构的变化所导致的应变“软化”现象, 这种现象仅仅基于试棒表面测得的参数, 采用大变形计算有时也难以揭示出。

单轴拉伸圆棒颈缩延性断裂过程, 伴随着二相粒子与基体的交界面上形成微空洞核, 微空洞长大, 聚合连接以及基体不断剪切滑移的过程。在颈缩失稳之前主要是基体塑性变形(滑移)导致应变“硬化”起主导作用, 在颈缩失稳之后, 由于内部大粒子形成的空洞不断长大和被拉长, 次级空洞不断形成, 从而引起材料“软化”效应不断增大, 特别是当次级空洞大量形成和聚合来到的时刻, “软化”起了主导作用, 其临界点就是  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \varepsilon_{ef}$  曲线上的极限点, 材料的宏观断裂就是在此点之后不久发生。

本工作得到郑哲敏同志的鼓励和有益的启示。夏小欣同志参加了大部分试验工作。特别在试件加工和拉伸试验中还得到不少同志的帮助, 在此向他们表示衷心的感谢。

## 参 考 文 献

- [1] Bridgman, P. W., *Studies in large plastic flow and fracture*, Harvard University Press, Cambridge Mass, (1964).
- [2] Davidenkov, N. N., and Spiridnova, N. I., Mechanical methods of testing, *Proceeding of the American Society for testing and materials*, 40: (1946), 1147—1158.
- [3] D. M. Norris, Jr. B. Moran, etc, *J. Mech-Phy. Solids*, 26, 1(1978).
- [4] 姚衡, 金属材料单轴拉伸变形规律的研究, *固体力学学报*, 1, (1980), 50—60.
- [5] Par. A. Mengelle et W. K. Liang, *Métaux Corrosion. industrie, Mag.* 43, (1968), 513.
- [6] Clausing, P., *Trans. Q. ASM*, 60, (1967), 504.
- [7] Putick, K. E., *The Philosophical Magazine* 4, (1959), 43—48.
- [8] Argon, A. S., *J. Im., Met. Trans. A*, (1975), 6A, 839—851.
- [9] Argon, A. S., J. Im., and Safoglu, R., *Met. Trans. A*, (1975), 6A, 825—837.
- [10] Beremin, F. M., *Met. Trans. A*, (1981), 12A, 723—731.

## NECKING ANALYSIS OF A CYLINDRICAL BAR-BASED ON THE LINE OF SEGREGATION

Ye Yugong

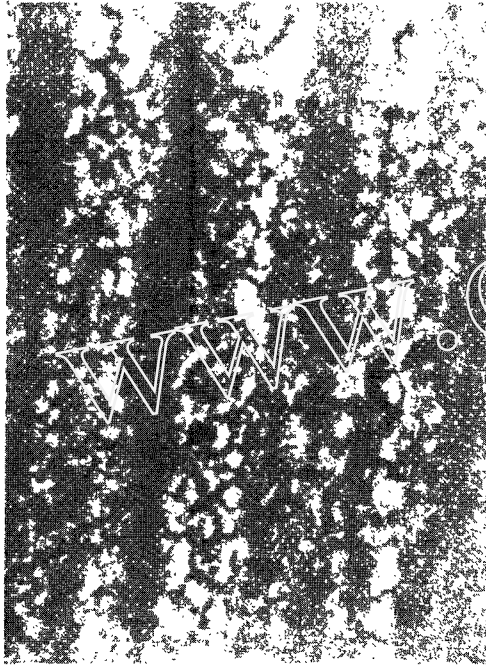
(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

### Abstract

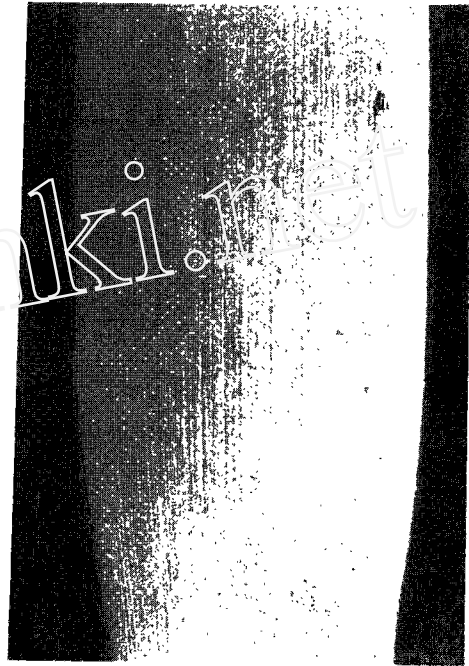
Based on the line of segregation on polished surface of longitudinal section through the axis of a cylindrical bar, a method for determining the strain field at the minimum section is presented in this paper.

Applying the deformation theory in plasticity and a successive interpolating integration method, the relationship between the effective stress  $\bar{\sigma}_{ef}$  and strain  $\varepsilon_{ef}$  and the stress distribution  $\bar{\sigma}_{ij}(\tilde{r})$  along  $\tilde{r}$  can be obtained after the necking.

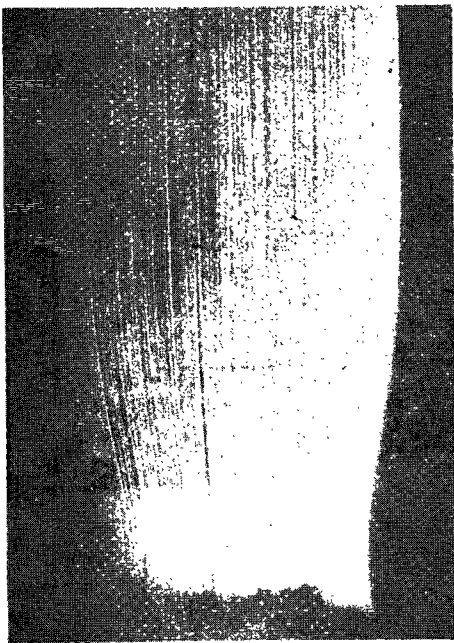
Observations under the SEM show that large amount of second order voids occur when the  $\bar{\sigma}_{ef}$  at the centre part of the necking section attains a limit point  $e$  on the  $\bar{\sigma}_{ef} \sim \varepsilon_{ef}$  curve.



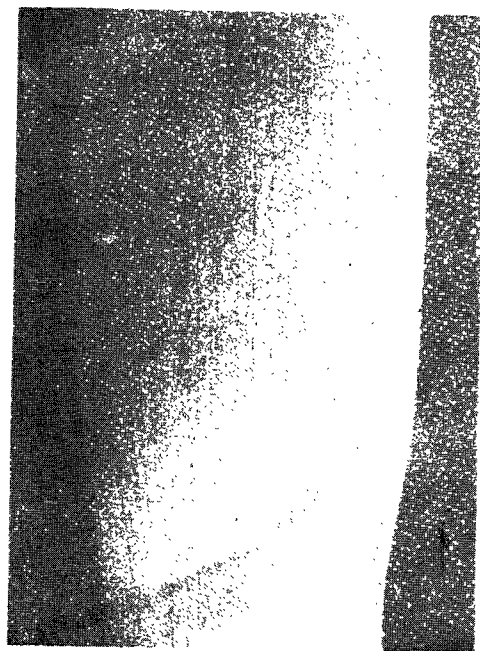
照片 1 白色为铁素体黑色为珠光体



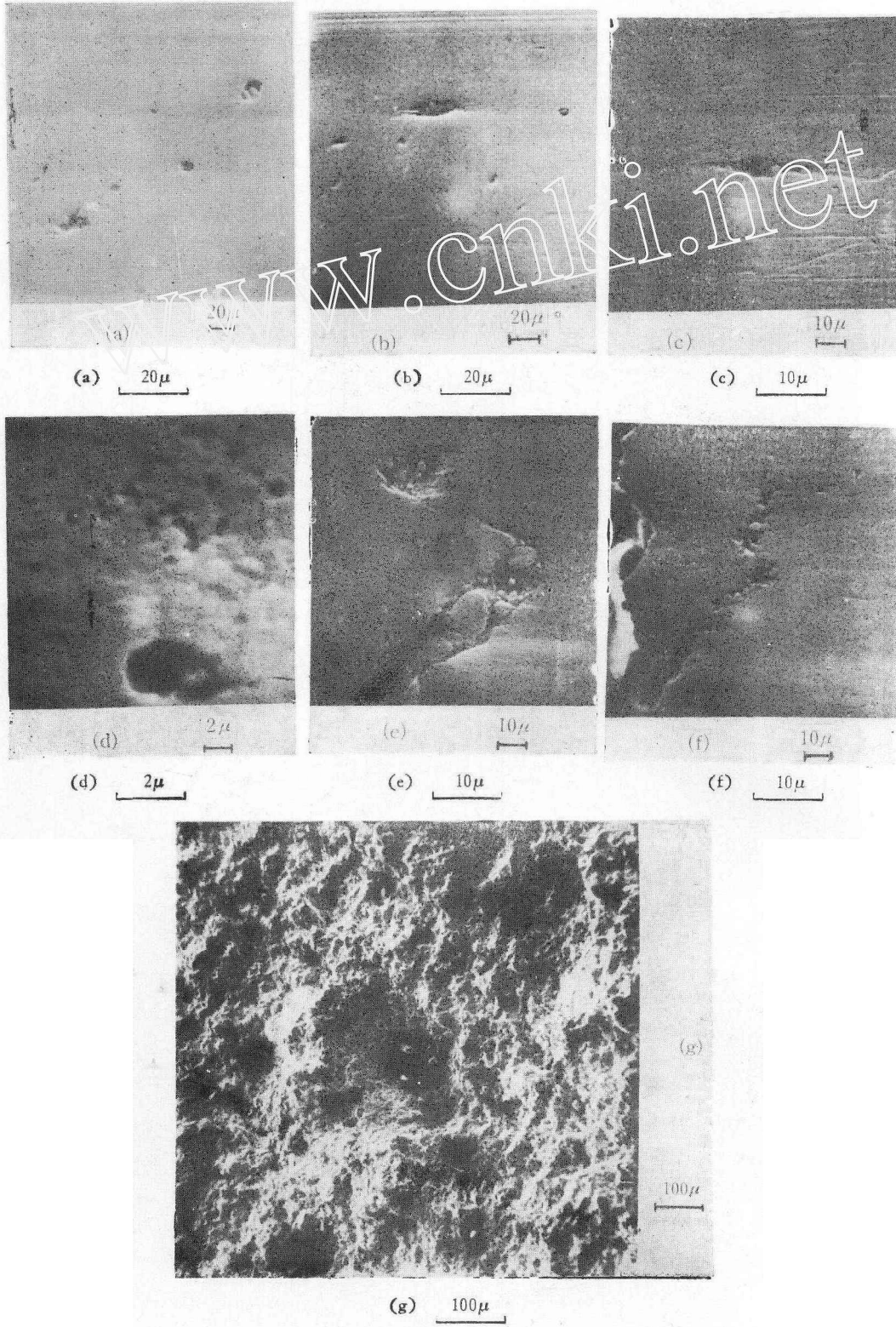
照片 2 (a)  $\psi = 43.3\%$



(b)  $\psi = 48.7\%$



(c)  $\psi = 50.7\%$



照片 3