

液压动力学系统频宽极限的研究

刘 长 年

(北京航空学院)

提要 本文讨论了液压动力学系统频宽极限的存在性与唯一性问题,并给出了系统极限幅频特性及考虑液容效应时阀-缸最佳参数的计算方法。

一、引 言

液压伺服系统的频宽是否存在极限是个急待解决的问题。由于组成系统的元部件都有其饱和上限,其中作为功率元件的液压施力机构的频率饱和上限最低,故其饱和频率特性即构成了系统的极限频率特性。本文讨论了液压施力系统频宽极限的存在性与唯一性问题,给出了计及液容效应的阀、缸最佳参数和极限幅频特性等的计算方法。根据本文提供的理论可以在系统设计前估算出系统可能达到的频宽、所需功率及造价,并能判别出用户给定指标的合理程度。

二、施力机构最佳参数的计算

施力机构的最佳参数指的是伺服阀最大空载流量、油缸有效面积和其最大行程等参数按耗功最小所得到的相应数值。以前的方法没有考虑液容效应,并且只适用于几种特殊形状的负载轨迹^[1-4],这里将给出一种新的方法。

1. 内力扰动型施力系统^[5]

内力扰动型施力系统的原理见图1。现列出其施力机构的动态方程式,首先列出负载流量方程式

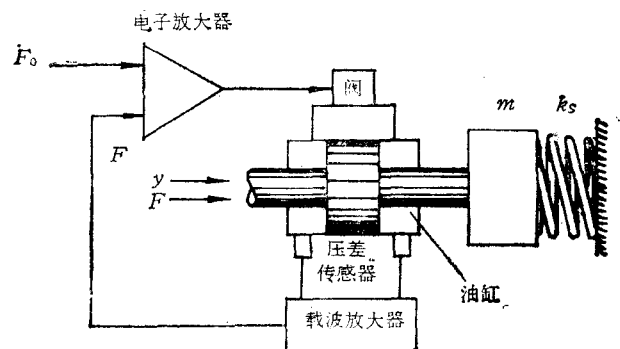


图1 内力扰动型施力系统原理图

本文于1984年10月18日收到。

$$Q_L = A\dot{y} + \frac{V}{4\beta_e} \dot{P}_L + C_t P_L \quad (1)$$

式中

Q_L ——负载流量(米³/秒或升/分),

A ——油缸活塞的有效面积(米²),

$\dot{y}$ ——活塞移动速度(米/秒),

V ——油缸的有效容积(米³),

β_e ——液体容积模数(巴), P_L ——负载压力(巴), C_t ——泄漏系数(米³/秒·巴)。

列出力方程式

$$m\ddot{y} + K_s y = F \quad (2)$$

$$F = AP_L \quad (3)$$

式中

m ——活塞及受力对象的折算质量(千克), K_s ——受力对象的等效弹性系数(牛顿/米), F ——施力(牛顿)。

(1)、(2)、(3)三式联立得到

$$Q_L = \frac{AsF}{ms^2 + K_s} + \frac{LsF}{4\beta_e} + \frac{C_t F}{A} \quad (4)$$

式中 L 为油缸的最大行程(米), $L = \frac{V}{A}$ 。(4)式中右边第一项由活塞运动引起, 第二项由液容效应引起, 第三项由泄漏引起。若假想用理想不可压缩的流体在同一油缸中的相同流量 $Q_L^* = A\dot{y}^*$ 来代替(4)式左端的流量 Q_L , 则可得到下列方程(其中 $\dot{y}^*$ 为理想的活塞速度)

$$A\dot{y}^* = \frac{AsF}{ms^2 + K_s} + \frac{LsF}{4\beta_e} + \frac{C_t F}{A}$$

上式忽略泄漏项, 并设 $F = B \sin \omega t$, 则可解出

$$\dot{y}^*(t) = U (\cos \bar{\omega} \tau - \gamma \cos \tau) \quad (5)$$

式中

$$K_c = \frac{4\beta_e A}{L} \text{——液体弹性系数(牛顿/米)}$$

$$U = \left| \frac{B\bar{\omega}}{\sqrt{mK_s(1-\bar{\omega}^2)}} + \frac{B\bar{\omega}\omega_M}{K_c} \right| \quad (6)$$

$$\gamma = \left| \frac{1}{1 + \frac{K_s}{K_c}(1-\bar{\omega}^2)} \right| \quad (7)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_M}, \quad \tau = \omega_M t$$

$$\omega_M = \sqrt{\frac{K_s}{m}} \text{——机械固有频率(弧度/秒);}$$

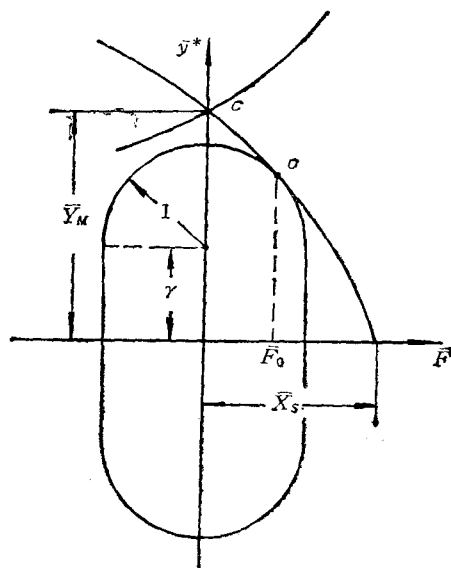


图 2 内力扰动型施力系统负载轨迹的包络线

若设 $\bar{F} = F/B$, $\bar{y}^* = y^*/\nu$, 则可得到相对量的负载轨迹方程

$$\left. \begin{aligned} \bar{y}^* &= \cos \bar{\omega} \tau - r \cos \tau \\ \bar{F} &= \sin \bar{\omega} \tau \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

负载轨迹的形状与 $\bar{\omega}$ 和 r 有关,但其外包络线则是由一矩形与两个半圆组成,见图 2。显然此包络线只与 r 有关而与 $\bar{\omega}$ 无关,由于 r 中包含有待求的活塞面积 A ,故设计前图 2 是无法画出的。如果以此包络线作为负载轨迹,并使用 $P-Q$ 计算尺^[9]可以用迭代寻优的办法求出 A 及伺服阀最大空载流量 Q_M ,也可以根据 $P-Q$ 计算尺的基本原理^[6]推出下列计算公式

$$\bar{X}_s = 1.5 \sqrt{\frac{4 + r\sqrt{8 + r^2} - r^2}{8}} \quad (9)$$

$$\bar{Y}_M = \sqrt{3} \left(r + \sqrt{\frac{4 + r^2 - r\sqrt{8 + r^2}}{8}} \right) \quad (10)$$

$$A = \frac{\bar{X}_s B}{P_s} (\text{米}^2) \quad (11)$$

$$Q_M = \bar{Y}_M U A (\text{米}^3/\text{秒}) = 6 \times 10^4 \bar{Y}_M V A (\text{升/分}) \quad (12)$$

式中 $\bar{X}_s$, $\bar{Y}_M$ 见图 2, B 为力的振幅值(牛顿), P_s 为油源压力(巴), Q_M 为伺服阀最大空载流量。显然,任给一个 r 便可由(9)式算出 $\bar{X}_s$,将此 $\bar{X}_s$ 代入(11)式就可求出对应的 A 值,利用此 A 值再由(7)式又可求出新的 r ,重复下去直至连续两次算出的 r 相等时,计算才告结束,最后由(11)、(12)两式求出 A 及 Q_M 。计算表明对于内力扰动型施力系统,其 r 在 1—0.8 之间变化,在此区间 $\bar{X}_s$ 的变化量只有 2.4%,因此 $\bar{X}_s$ 及 $\bar{Y}_M$ 可用下式算出

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_s &= 1.3 \\ \bar{Y}_M &= 2.312 + 1.43 (r - 0.80) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

首先由(11)式算出 A ,再由(7)式和(13)式分别求出 r 和 $\bar{Y}_M$,最后由(12)式算出 Q_M 。

2. 位置扰动型施力系统^[5]

关于位置扰动型施力系统的原理见图 3,其力方程可写成

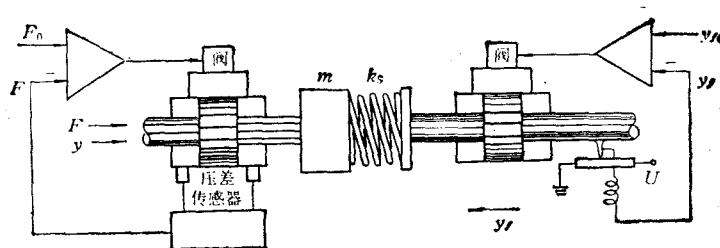


图 3 位置扰动型施力系统原理图

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + K_s y &= F^* \\ F^* &= F - K_s y_f \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

若设 $F = B \sin \omega t$, $y_f = \pm D \sin \omega t$, 则 $F^* = B^* \sin \omega t$ 式中 $B^* = B \mp K_s D$ 。因此(9)~(12)式在此均可使用,只是 U 及 r 用下式计算

$$U = \left| \frac{B^* \bar{\omega}}{\sqrt{m K_s} (1 - \bar{\omega}^2)} + \frac{B \bar{\omega} \omega_M}{K_c} \right| \quad (15)$$

$$\gamma = \frac{1}{\left| \frac{B^*}{B} + \frac{K_s}{K_c} (1 - \bar{\omega}^2) \right|} \quad (16)$$

三、活塞最大行程的计算

在施力机构的设计中,除 A 及 Q_M 外尚需确定油缸活塞的最大行程 L 。过去多根据静态要求来估算此参数,实际上 L 对系统的动态品质影响较大,在满足要求的前提下 L 越小越好,文献[7]中给出了内力扰动型施力系统 L 的计算公式:

$$L = \frac{2hB}{(1 - \bar{\omega})K_s} \quad (17)$$

式中 h 为储备系数,因此 $h > 1$ 。

对于位置扰动型施力系统可将上式中的 B 用 B^* 来代替。由于 $B^* = B \mp K_s D$, 故 L 的计算公式可写成

$$L = \frac{2hB}{(1 - \bar{\omega})K_s} + \frac{2hD}{1 - \bar{\omega}} \quad (18)$$

四、系统极限幅频特性的计算

当施力机构确定后,若仍使其输出力作正弦运动,则每个频率下都将有一个最大的振幅 B , 由此得到的幅频特性即是系统的极限幅频特性。本文依据 P - Q 计算尺的基本原理,给出一种考虑液容效应和伺服阀负载流量非线性新方法,因而与[8]是不同的。

1. 内力扰动型施力系统

当 Q_M 、 A 、 P_s 和 L 确定后,系统输出力和速度的最大振幅 B 及 U 都将是 ω 或 $\bar{\omega}$ 的函数。由(11)、(12)两式看出 $\bar{X}_s$ 及 $\bar{Y}_M$ 是 B 和 U 的函数,因而也是 $\bar{\omega}$ 的函数。现将(11)式与(12)式联立可得到下式

$$\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = \frac{Q_M B}{U A^2 P_s} \quad (19)$$

(6)式与上式联立并消去 U 可得到下列公式

$$\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = \left| \frac{k(1 - \bar{\omega}^2)}{\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_r} \right)^2 \right]} \right| \quad (20)$$

式中

$$k = \frac{Q_M K_c \sqrt{m K_s}}{A^2 P_s (K_s + K_c)}, \quad \omega_r = \sqrt{\frac{K_s + K_c}{K_s}}$$

显然,由(20)式可以算出 $\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = G(\bar{\omega})$ 函数曲线,为了求出 $B = \varphi(\bar{\omega})$ 极限幅频特性,

还必须借助负载轨迹求出 $\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = \phi(\bar{X}_s)$ 曲线,从而可得到 $\bar{X} = x(\bar{\omega})$ 函数曲线,然后再

表 1 $\bar{X}_s = f\left(\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_c}, \gamma\right)$ 函数表

[illegible]

通过(11)式最后找出 $B = \varphi(\omega)$ 曲线。利用 $P-Q$ 计算尺的基本原理及(8)式所对应的包络线正半圆部分的方程,可推出下列公式

$$\bar{X}_f = \bar{F}_o + \frac{(\gamma + \sqrt{1 - \bar{F}_o^2})\sqrt{1 - \bar{F}_o^2}}{2\bar{F}_o}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} &= \frac{\gamma + \sqrt{1 - \bar{F}_o^2}}{\sqrt{\bar{X}_s(\bar{X}_s - \bar{F}_o)}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 $\bar{F}_o$ 为 $P-Q$ 计算尺上的抛物线与负载轨迹相切之点 o 的横坐标 (见图 2)。利用 (21) 式可计算出 $\bar{X}_s = f\left(\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s}, \gamma\right)$ 函数表, 见表 1。因此利用 (20) 式、(7) 式, 表 1 及 (11) 式可算出极限幅频特性, 其具体计算流程参见图 4。

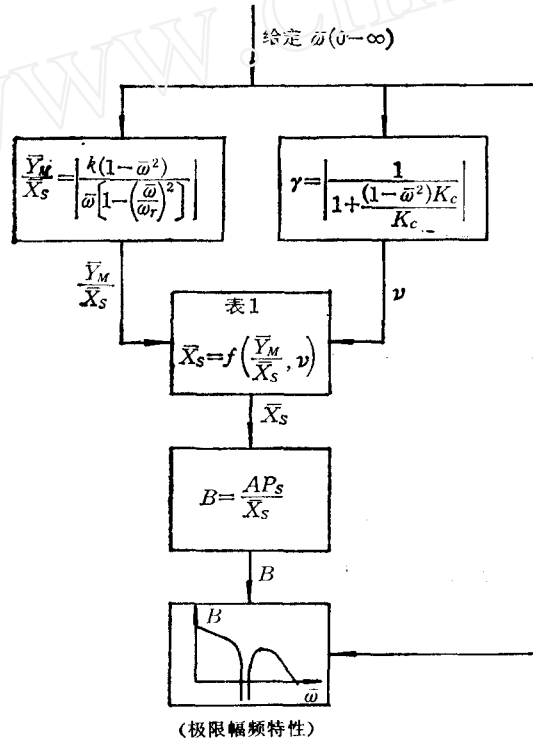


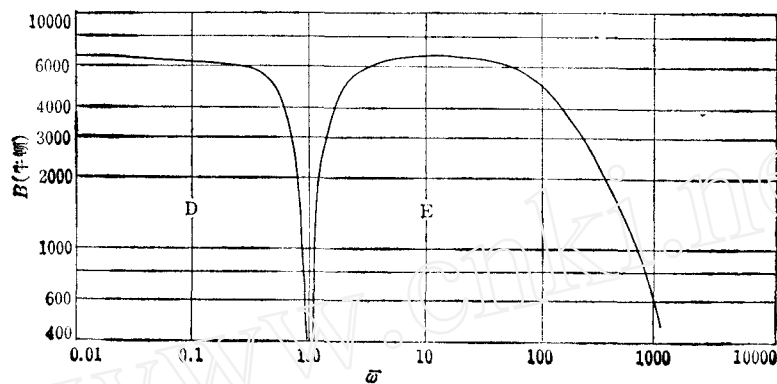
图 4 极限幅频特性计算流程示意图

由 (20) 式和 (7) 式看出当 $\omega = 1$ 时, $\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = 0$, $\gamma = 1$ 。由 (26) 式看出当 $\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = 0$ 时 $\bar{X}_s \rightarrow \infty$, 由 (11) 式看出此时 $B = 0$, 此点在对数频率特性图上将是一个间断点, 称之为逆共振点 (见图 5), 它将对数幅频特性分成 D 域和 E 域。由于系统在逆共振点是失控的, 而且此点的频率 ω_M 是受力对象的机械固有频率, 为了安全通常也不允许输出力的频率接近此值, 因此 ω_M 即构成了内力扰动型施力系统唯一的频宽极限值, 并且称 D 域为可用域, E 域为不可用域。

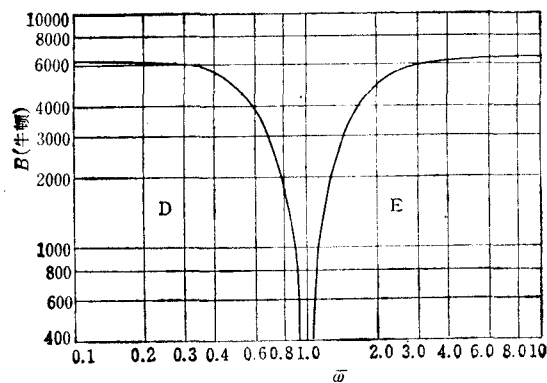
2. 位置扰动型施力系统

若将 (19) 式中的 U 用 (15) 式代替便可得到下式

$$\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = \frac{k(1 - \omega^2)}{\omega \left[\frac{B^*}{B} + \frac{K_s}{K_c} (1 - \omega^2) \right]} \quad (22)$$



(a)



(b)

图 5 内力扰动型施力系统的极限幅频特性

式中

$$k = \frac{Q_M \sqrt{mK_s}}{A^2 P_s}$$

由于负载轨迹方程与内力扰动型施力系统相同,故通过(22)式、(16)式、表 1 及(11)式,并按照相同的计算流程可以算出此类系统的极限幅频特性, (计算前比值 $\frac{B^*}{B}$ 应该首先确定,否则必须使用迭代算法)。

位置扰动型施力系统的极限幅频特性与图 5 相似,其频宽极限也是唯一的,并且等于 ω_M 。

五、 Q_M 及 A 对极限幅频特性的影响

由(20)和(22)两式看出增大 Q_M 将增大系数 k , 因而增大同频率下的振幅 B , 对于外力扰动型及无扰动型显然可以增大频宽极限值; 对于内力扰动型及位置扰动型虽不能改变频宽极限值,但却可以增大 D 域幅频特性的占有面积,从而使实际系统的幅频频宽增

加. 图 6 即是内力扰动型施力系统极限幅频特性的 D 域部分, 其中 $P_i = 100$ 巴, $A =$

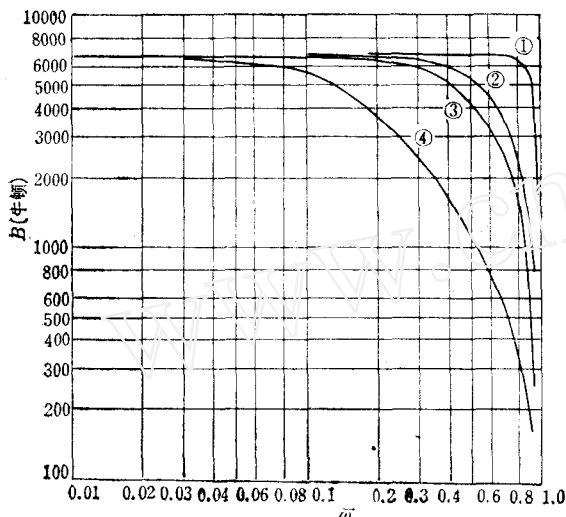


图 6 极限幅频特性与 Q_M 的关系

6.8×10^{-4} 米², $L = 5.2 \times 10^{-2}$ 米, $K_r = 2.55 \times 10^6$ 牛顿/米, $m = 18$ 千克. 曲线由 ①—④ 的 Q_M 分别为 620 升/分、62 升/分、41 升/分和 9.2 升/分.

同理, 因 k 与 A^2 成反比, 故减小 A 将能大大提高系统的频宽或增大 D 域的占有面积, 因此对于施力系统不应无故地增大活塞面积.

例. 已知某材料试验机的下列参数: $K_r = 2.55 \times 10^6$ 牛顿/米, $m = 18$ 千克, $P_i = 100$ 巴, $B = 5 \times 10^3$ 牛顿, $\omega = 188$ 弧度/秒, $\beta_c = 1.4 \times 10^4$ 巴, 求 L 、 A 、 Q_M 和极限幅频特性.

$$\text{解: } \omega_M = \sqrt{\frac{2.55 \times 10^6}{18}} = 376.4 \text{ 弧度/秒}, \quad \bar{\omega} = \frac{188}{376.4} = 0.5,$$

$$\text{由(17)式算出 } L = \frac{2 \times 5 \times 10^3 h}{(1 - 0.5) 2.55 \times 10^6} = 1 \times 10^{-2} \text{ 米 (取 } h = 1.275),$$

$$\text{由(11)式可知 } A = \frac{1.3 \times 5 \times 10^3}{100 \times 10^5} = 6.5 \times 10^{-4} \text{ 米}^2;$$

$$K_c = \frac{4 \times 1.4 \times 10^4 \times 10^5 \times 6.5 \times 10^{-4}}{0.01} = 3.64 \times 10^8 \text{ 牛顿/米},$$

由(7)式得出

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{2.55 \times 10^6}{3.64 \times 10^8} (1 - 0.5^2)} = 0.995,$$

$$U = \frac{5000 \times 0.5}{\sqrt{18 \times 2.55 \times 10^6 \times 0.75}} + \frac{5000 \times 0.5 \times 376.4}{3.64 \times 10^8} = 0.495 \text{ 米/秒},$$

由(13)式可算出 $\bar{Y}_M = 2.312 + 1.43(0.995 - 0.8) = 2.59$, 由(12)式可算出 $Q_M = 2.59 \times 0.495 \times 6.5 \times 10^{-4} = 8.33 \times 10^{-4} \text{ 米}^3/\text{秒} = 50 \text{ 升/分};$

由(20)式可算出

$$\omega_r = \sqrt{\frac{2.55 \times 10^6 + 3.64 \times 10^8}{2.55 \times 10^6}} = 12,$$

$$k = \frac{8.33 \times 10^{-4} \times 3.64 \times 10^8 \sqrt{18 \times 2.55 \times 10^6}}{(6.5 \times 10^{-4})^2 \times 100 \times 10^5 (2.55 \times 10^6 + 3.64 \times 10^8)} = 1.33,$$

故

$$\frac{\bar{Y}_M}{\bar{X}_s} = \left| \frac{1.33(1 - \bar{\omega}^2)}{\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{12} \right)^2 \right] \right|}, \gamma = \left| \frac{1}{1 + (1 - \bar{\omega}^2)7 \times 10^{-3}} \right|$$

今给定 $\bar{\omega}$ 为不同值,并按图 4 的计算流程所算出的极限幅频特性见图 5a, 图 5b 是其中频段的放大部分。

参 考 文 献

- [1] Nikiforuk, P. N., Westland, D. R., Proc. Inst. of Mech. Engrs., Vol. 180, Pt.1 (1966), 757—768.
- [2] McCloy, D., Proc. Inst. of Mech. Engrs., Vol. 182, Pt. 1(1968), 243.
- [3] McCloy, D., Martin, H. P., Proc. Inst. of Mech. Engrs., Vol. 178, Pt. 1 (1964), 539.
- [4] 田崎靖朗,油压化设计, No. 3(1963), 49—56.
- [5] 刘长年,液压与气动, 4(1978), 15—24.
- [6] 刘长年,机械工程学报, 1(1980), 40—55.
- [7] 刘长年,机床与液压, 4(1982), 1—12.
- [8] Zeller, J. R., Webb, J. A., NASA, TMx-2736 (1973).

STUDY OF THE FREQUENCY-BANDWIDTH LIMIT FOR HYDRAULIC DYNAMIC SYSTEM

Liu Changnian

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

Whether the limit of the frequency-bandwidth for hydraulic servo system exists is a anxious problem. Because the elements and assemblies which constitute the system all have their saturation upper-limits, among them the saturation upper-limit of hydraulic loading mechanism, which is a power element, is the lowest one, its saturation frequency characteristic then constitutes the limit frequency characteristic of the system. This paper deals with the problems of the existence and uniqueness of the frequency-bandwidth for the hydraulic system and gives the method of calculating the optimum parameters of valve-cylinder and the limit frequency characteristic, etc. account for the volumetric effect. According to the theory presented in this paper, the obtainable frequency-bandwidth, required power and cost will be able to be estimated, and the reasonableness of the indexes given by the users will be able to be justified before the system is designed.