

# 三重介质裂-隙油藏中的渗流问题

吴 玉 树                      葛 家 理  
(石油科学研究院)              (西南石油学院)

由于碳酸盐岩油气储集层内孔隙结构的复杂性,使得不可能只使用一种普遍的地层模型来研究流体在碳酸盐岩油气田中的渗流规律.例如,在我国某些白云岩油田中,发现油井的压力特征和以往传统研究成果均有差异,即使应用双重介质渗流理论,也做不出圆满的解.因此,有必要对一些更复杂的地层模型及其渗流规律进行探讨和深入研究.

## 1. 流动数学模型

所研究的裂-隙油藏基岩岩块按其孔隙度和渗透性的差异分成两类:一类(类型1)与裂缝系统之间的连通性较好;另一类(类型2)则较差.这两类孔隙系统可能仅是由于地层中原生孔隙和连通性不均匀造成的,也可能是由于一部份基岩岩块中含有孤立的洞穴而产生的.文献[1]指出,含有洞穴的基岩可看成它的综合渗透性比其它未含洞穴的基岩岩块要好.因此,本文将一些含有孤立洞穴的裂隙介质归结为三重介质地层.

采用与文献[2]、[3]和[4]类似的假设条件,可以写出描述单相弱可压缩流体在三重介质模型中的流动方程

$$\left. \begin{aligned} & \frac{K_3}{\mu} \left( \frac{\partial^2 p_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_3}{\partial r} \right) - \phi_1 c_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} - \phi_2 c_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} = \phi_3 c_3 \frac{\partial p_3}{\partial t} \\ & \phi_1 c_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{\alpha_1 K_1}{\mu} (p_3 - p_1) \\ & \phi_2 c_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{\alpha_2 K_2}{\mu} (p_3 - p_2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $K$  为渗透率;  $p = p(r, t)$  为压力函数;  $\phi$  为孔隙度;  $c$  为总压缩系数;  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  分别为类型 1 和类型 2 孔隙岩块系统与裂缝系统之间的窜流系数(单位为面积的倒数);  $\mu$  为流体粘度;  $r$  为以井点为中心的半径; 下标 1、2、3 分别为类型 1、2 孔隙岩块系统和天然裂缝系统.

## 2. 解析解

利用下述无量纲变量

$$\begin{aligned} r_D &= \frac{r}{r_w}, & t_D &= \frac{K_3 t}{\mu r_w^2 (\phi_1 c_1 + \phi_2 c_2 + \phi_3 c_3)} \\ p_{Dj}(r_D t_D) &= \frac{2\pi K_3 h}{q\mu} [p_i - p_j(r, t)] \quad (j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $r_w$  为井筒半径;  $h$  为油层厚度;  $q$  为井底流量(常量);  $p_i$  为原始地层压力. 对方程(1)做无量纲变换,整理后得

本文于 1981 年 10 月收到.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \right) - \omega_1 \frac{\partial p_{D1}}{\partial t_D} - \omega_2 \frac{\partial p_{D2}}{\partial t_D} &= (1 - \omega_1 - \omega_2) \frac{\partial p_{D3}}{\partial t_D} \\ \omega_1 \frac{\partial p_{D1}}{\partial t_D} &= \lambda_1 (p_{D3} - p_{D1}) \\ \omega_2 \frac{\partial p_{D2}}{\partial t_D} &= \lambda_2 (p_{D3} - p_{D2}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中

$$\omega_j = \frac{\phi_j c_j}{\phi_1 c_1 + \phi_2 c_2 + \phi_3 c_3}; \quad \lambda_j = \frac{\alpha_j K_j r_w^2}{K_3}, \quad j = (1, 2).$$

(1) 无限大地层问题

无量纲化后的定解条件为:

$$\left. \frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = -1 \quad (t_D > 0) \quad (4)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{D3}(r_D, t_D) = 0 \quad (t_D > 0) \quad (5)$$

$$p_{Dj}(r_D, t_D)|_{t_D=0} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (1 \leq r_D < +\infty) \quad (6)$$

利用拉氏变换可以解出像函数解

$$\bar{p}_{D3} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}r_D)}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \quad (7)$$

式中  $s$  为 Laplace 算符;

$$f(s) = a(s + \xi_1)(s + \xi_2)/[(s + \delta_1)(s + \delta_2)]; \quad (8)$$

$$a = 1 - \omega_1 - \omega_2; \quad \xi_j = \frac{1}{2a} \left[ b + (-1)^j \sqrt{b^2 - 4ac} \right];$$

$$\delta_j = \lambda_j / \omega_j \quad (j = 1, 2);$$

$$b = \frac{\lambda_2(1 - \omega_1) + \lambda_1(1 - \omega_2)}{\omega_1}; \quad c = \lambda_1 \lambda_2 / (\omega_1 \omega_2)$$

在井底 ( $r_D = 1$ ), 当  $s$  很小时, 有

$$p_{D3} = -\frac{1}{s} [\ln(\sqrt{sf(s)}) + 0.5772 - \ln 2] \quad (9)$$

求 (9) 式的反变换, 得到长时渐近解 ( $t_D > 50$ )

$$\begin{aligned} p_{D3}(1, t_D) &= \frac{1}{2} [\ln t_D + E_i(-\xi_1 t_D) + E_i(-\xi_2 t_D) \\ &\quad - E_i(-\delta_1 t_D) - E_i(-\delta_2 t_D) + 0.80907] \end{aligned} \quad (10)$$

同时可以用围道积分求精确解. 对围道积分公式中的被积函数进行判断, 知道具有六个枝点, 证明了被积函数在围道内和围道上解析<sup>[9]</sup>, 因此, 可以根据柯西积分定理计算积分, 最后利用拉氏变换卷积公式得到精确解;

$$p_{D3}(r_D, t_D) = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\delta_2} + \int_{\xi_1}^{\delta_1} + \int_{\xi_2}^{\infty} \frac{1}{\sigma Y} (1 - e^{-\sigma t_D}) \right.$$

$$\times \left\{ \frac{J_1(Y)Y_0(Yr_D) - Y_1(Y)J_0(Yr_D)}{J_1^2(Y) + Y_1^2(Y)} \right\} d\sigma \quad (11)$$

式中

$$Y = \sqrt{\sigma \frac{a(\xi_1 - \sigma)(\xi_2 - \sigma)}{(\delta_1 - \sigma)(\delta_2 - \sigma)}}$$

(2) 有界定压力地层问题

无量纲外边界条件为;

$$p_{D3}(r_D t_D)|_{r=r_{eD}} = 0 \quad (t_D > 0) \quad (12)$$

其它定解条件与 (4)、(6) 相同. 利用有限 Hankel 变换和 Laplace 变换求解, 得到有界定压力地层问题的精确解;

$$p_{D3}(r_D, t_D) = \ln \frac{r_{eD}}{r_D} - \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_n^2 B(s_n) \bar{B}(s_n r_D) J_0^2(s_n)}{J_1^2(s_n) - J_0^2(s_n r_{eD})} \times \left[ \frac{M_1}{\eta_1} e^{-\eta_1 t_D} + \frac{M_2}{\eta_2} e^{-\eta_2 t_D} + \frac{M_3}{\eta_3} e^{-\eta_3 t_D} \right] \quad (13)$$

式中,  $s_n$  是方程

$$J_1(s)Y_0(sr_{eD}) - Y_1(s)J_0(sr_{eD}) = 0 \quad (14)$$

的  $n$  个正根 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ); 而  $-\eta_j (j = 1, 2, 3)$  是方程

$$a_1 \eta^3 + b_1 \eta^2 + c_1 \eta + d_1 = 0 \quad (15)$$

的三个根;

$$M_1 = \frac{\eta_1^2 - (\delta_1 + \delta_2)\eta_1 + \delta_1\delta_2}{(\eta_1 - \eta_2)(\eta_1 - \eta_3)}$$

$$M_2 = \frac{\eta_2^2 - (\delta_1 + \delta_2)\eta_2 + \delta_1\delta_2}{(\eta_2 - \eta_1)(\eta_2 - \eta_3)} \quad (16)$$

$$M_3 = \frac{\eta_3^2 - (\delta_1 + \delta_2)\eta_3 + \delta_1\delta_2}{(\eta_3 - \eta_1)(\eta_3 - \eta_2)}$$

$$B(s_n r_D) = Y_0(s_n r_{eD})J_0(s_n r_D) - J_0(s_n r_{eD})Y_0(s_n r_D) \quad (17)$$

又有,  $a = a_1$ ,  $b_1 = (\lambda_1 + \lambda_2 + s_n^2) + \frac{a}{\omega_1 \omega_2} (\lambda_1 \omega_2 + \lambda_2 \omega_1)$ ;  $c_1 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} [\lambda_1 \lambda_2 + s_n^2 (\lambda_1 \omega_2 +$

$\lambda_2 \omega_1)]$ ;  $d = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\omega_1 \omega_2} s_n^2$ .

### 3. 压力降和压力恢复方程

根据解 (10), 可以推导出工程中实用的压力降方程

$$p_w(t) = p_i - m \{ \lg t_D + 0.351 + 0.4343 [E_i(-\xi_1 t_D) + E_i(-\xi_2 t_D) - E_i(-\delta_1 t_D) - E_i(-\delta_2 t_D)] \} \quad (18)$$

和压力恢复方程

$$p_{ws}(\Delta t) = p_i - m \left\{ \lg \frac{t_D + \Delta t_D}{\Delta t_D} - 0.4343 [E_i(-\xi_1 \Delta t_D) + E_i(-\xi_2 \Delta t_D) - E_i(-\delta_1 \Delta t_D) - E_i(-\delta_2 \Delta t_D)] \right\} \quad (19)$$

上式中,  $p_w$ ——井底压力

$$m = 0.183 \frac{q\mu}{K_3 h} \quad (20)$$

$p_{ws}(\Delta t)$  为关井  $\Delta t$  时刻井底压力;  $\Delta t$  为关井试井时间;  $t_{pD}$ 、 $\Delta t_D$  为试井前无量纲稳产时间和无量纲试井时间.

根据指数积分函数的性质,可以得到当时间很长时的表达式;

$$p_w(t) = p_i - m[\lg t_D + 0.351] \quad (21)$$

和

$$p_{ws}(t) = p_i - m \lg \left( \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (22)$$

可见,三重介质裂缝-孔隙油藏的长时压力特征同文献 [2] 中双重孔隙介质特征一样,都趋于均质油藏情况. 因此,利用晚期压力降或压力恢复试井曲线的半对数直线段,可根据 Horner 法计算裂缝系统渗透率.

#### 4. 讨论

(1) 三重介质压力特征曲线在电子计算机算得其形状如图 1 所示,图中曲线出现了三个平行直线段和两个过渡段. 这明显反映了两种孔隙系统渗透性和孔隙度不同所产生的影响,表明两类基岩孔隙中流体“补给源”作用发挥的“早”与“迟”. 三个平行直线段是三重介质典型压力动态特征.

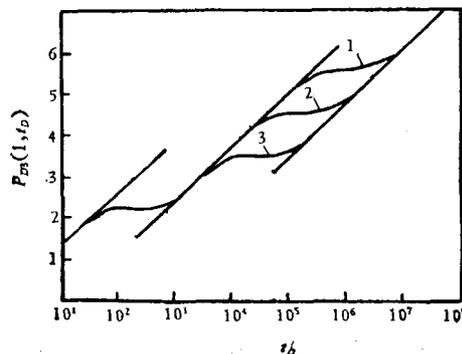


图 1 三重介质压力特征曲线

计算参数: 1—— $\omega_1 = 0.1$ ,  $\omega_2 = 0.89$ ,  $\lambda_1 = 10^{-4}$ ,  $\lambda_2 = 10^{-7}$   
 2—— $\omega_1 = 0.1$ ,  $\omega_2 = 0.89$ ,  $\lambda_1 = 10^{-4}$ ,  $\lambda_2 = 10^{-6}$   
 3—— $\omega_1 = 0.1$ ,  $\omega_2 = 0.89$ ,  $\lambda_1 = 10^{-4}$ ,  $\lambda_2 = 10^{-5}$

(2) 三重介质油藏渗流特征受  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  四个参数控制, 当  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  相差很小和  $\omega_1$  比较大时, 三重介质特征则与双重介质类似. 这说明只有在一定参数范围内才出现三个平行直线段.

(3) 可以利用压力降或压力恢复曲线上直线段的截距差和拐点, 反求三重介质特征参数  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\lambda_1$  及  $\lambda_2$ .

#### 参 考 文 献

[1] Neale, G. H. and Nader, W. K., The Permeability of a Uniformly Vuggy Porous medium, *SPEJ*,

- (Apr. 1973), 69—74.
- [ 2 ] Warren, J. E. and Root, P. J., The behavior of naturally fractured Reservoir, *SPEJ.*, (Sept. 1963), 245—255.
- [ 3 ] Odeh, A. S., Unsteady-State behavior of naturally fractured reservoirs, *SPEJ.*, (Mar. 1965), 60—66.
- [ 4 ] Closmann, P. J., The aquifer model for fissured reservoir, *SPEJ.* (Oct. 1975), 385—398.
- [ 5 ] 蒋继光, 裂缝性储集层内渗流问题的精确解, *力学*, 4 (1977).

## THE TRANSIENT FLOW IN NATURALLY FRACTURED RESERVOIRS WITH THREE-POROSITY SYSTEMS

Wu Yushu

(Scientific Research Institute of Petroleum Exploration and Development)

Ge Jiali

(Southwest Petroleum College)

### Abstract

This paper presents analytical solutions for the three-porosity model of naturally fractured reservoirs in both infinite and finite systems by using the Laplace transform and the finite Hankel transform, and discusses the general behavior of this model. In addition, the pressure-drawdown and buildup equations are given for engineering application.