用全息光弹性法解三维应力分析问题

戴福隆 钟国成

(清 华 大 学)

提要 本文介绍了进行三维应力分析的全息光弹性方法及有关技术,分析了全息光弹性方法的主要困难在于冻结材料的应力光学常数比 *B*/*A* 接近 -0.5,并提供了一种新的光弹性材料制作和冻结工艺.这种材料冻结时的应力光学常数比可以远离 -0.5. 用这种材料制成 的三维模型,可以通过全息光弹性方法获得三维应力的全应力实验解答. 用这种方法测定了 对径受压圆球和高压压头对称断面上的应力分布.实验结果和理论解进行了比较.

前 言

光弹性方法是实验应力分析的重要手段之一. 其特点是能够准确地测定应力集中和 模型内部的应力分布. 对于三向光弹性模型,传统的光弹性方法只能提供五个独立的应 力方程,还不足以确定六个未知的应力分量.

全息干涉技术应用于光弹性实验,正如普通干涉法一样,为提供第六个独立的应力方 程带来了希望. 早在六十年代 Nisida^[10] 就在理论上进行了论证,此后,Post,Fourney, Hovanesion, Dhir, Srinath 等人,都提出过各种实现的方案,并进行了很多尝试^[1,2,3,12],但都 未能实现这一愿望. 人们曾经认为,其主要困难在于光弹性材料在应力冻结时,处于不可 压缩状态,或者是由于材料的不均匀性所致. 但这是不确切的. Sanford 和 Parks^[4,6] 明 确指出其根本原因在于这些冻结材料的应力光学常数比 $A/B \approx -2$,即 $B/A \approx -0.5$, 因而全息光弹性方法还不能提供比普通光弹性更多的实验资料,并给出第六个独立的应 力方程.

本文推荐了一种半固化材料中温冻结工艺,可以使光弹性材料冻结时的应力光学常数比 *B/A* 远离 -0.5. 对经受压圆球的三向典型实验说明,用这种材料可以通过全息光弹性方法,准确而简便地测定三维应力模型内部各点的应力分量. 本文采用浸渍法以实现两次曝光,并利用测量绝对光程差的方法,求得圆球对称面上的应力分布. 作为一个应用实例,用这一方法测定了生产人造金钢石的高压压头的应力分布,并和有限元计算结果进行了比较.

材 料

三向光弹性实验通常采用应力冻结切片的方法。对于三维应力模型的切片,其应力 光学定律为

7

本文于 1978 年 12 月 15 日收到.

$$n_i - n_o = A\sigma'_i + B(\sigma'_j + \sigma'_k) \tag{1}$$

i, j, k = 1, 2, 3 $i \neq j \neq k$

当采用浸渍法实现有应力切片的两次曝光时,全息光弹性所获得的绝对光程差为

$$\delta_i = t[A\sigma'_i + B(\sigma'_i + \sigma'_k)] \tag{2}$$

这将有可能为全应力实验解提供第六个独立的应力方程。但由于应力光学常数比 B/A = -0.5,则 $\delta_i = tB[(\sigma'_i - \sigma'_i) + (\sigma'_i - \sigma'_k)]$ 所获得的绝对光程差只能代表两组等差线之和,所提供的应力方程将不是独立的。

根据应力光学定律、应变光学定律和虎克定律

$$n_{i} - n_{o} = A\sigma_{i} + E(\sigma_{i} + \sigma_{k})$$

$$n_{i} - n_{o} = \alpha\varepsilon_{i} + \beta(\varepsilon_{i} + \varepsilon_{k})$$
(3)

$$\varepsilon_{i} = \frac{1}{E} \sigma_{i} - \frac{\gamma}{E} (\sigma_{i} + \sigma_{k})$$
(4)

可以导出应力光学常数 A、B,应变光学常数 α 、 β 和材料弹性常数 E、 γ 之间的关系为 $A + 2B = \frac{1 - 2\gamma}{E} (\alpha + 2\beta)$ (5)

由上式可知当 $\gamma \approx 0.5$, 即 $1 - 2\gamma \approx 0$, 还不能得出 $A - 2B \approx 0$ 的结论.显然在 $1 - 2\gamma \approx 0$ 的情况下, $A + 2B \Rightarrow 0$, $\alpha + 2\beta \Rightarrow 0$ 仍然是可能的.反之, 在 $\gamma = 0.5$ 的情况下, 只要 $\alpha + 2\beta \rightarrow \infty$, $A + 2B \approx 0$ 也仍然是可能的.可见, A + 2B和 $1 - 2\gamma$ 之间并不存在——对应的直接关系.这一分析和 Parks, Sanford 的论述是一致的^[6].

由上可知,为了获得第六个独立的应力方程,必须寻求应力光学常数比远离 -0.5 的 冻结材料.大量实验已经证明,在高弹态进行应力冻结时,材料的应力光学常数比是接近 -0.5 的.在室温条件下利用蠕变特性进行应力冻结时,所得结果也是如此(图 2).这是 因为无论是高弹形变还是蠕变形变,它们都是由高分子材料的链段运动所产生的.只有 在室温条件下进行加卸载的实验时,其应力光学常数比才远离 -0.5,但应力却不能冻



-7

结. 和高弹形变不同的是,这种变形是 链长和键角变化而产生的普弹形变.

本文推荐的半固化材料中温冻结工 艺,可以将应力光学常数比远离一0.5 的状态下的应力,冻结在模型里. 这种 工艺所采用的固化温度较低,为60℃上 下. 这样,可以使温度变形曲线变化较 为缓慢,并使室温条件下有较高的材料 条纹常数(如图1所示).冻结温度则比 固化温度还要略低几度,以尽量避免产 生高弹形变和过大的蠕变形变.由于在 冻结温度时加载的 f 值和室温(15-

20℃) 卸载时的 / 值的不同,以及在恒温、降温过程中产生的蠕变,模型的应力将被冻结。

按此工艺所获得的对径受压圆盘的全息光弹性条纹图案示于图 5 中,应力光学常数为

图 2 高弹态纯弯梁实验

 $A/\lambda = 0.071 \text{ cm/kg}, \quad B/\lambda = -0.019 \text{ cm/kg}$ B/A = -0.27, f = 11.1 kg/cm, (6) $(\lambda \Rightarrow 6328 \text{ Å})$

报

应该指出,按上述工艺所获得的应力光学常数 并不是稳定的,因为并不能保证每次实验的条件完 全相同. 但这并不影响对模型材料获得正确的应力 光学常数、因为只要保证标定用的试件和光弹性模 型,自始至终处于相同的实验条件就可以了,

实 验

为了检验上述材料用于全息光弹性的可靠性,洗行了对径受压圆碌的典型实验,并与

理论解答进行比较,为了保证圆球和标 定圆盘性能的一致性, 圆球和圆盘是由 一根圆棒材料加工成的。 此外,还必须 使圆球和圆盘,在全部冻结过程中,都处 于相同的温度条件.

实验装置的原理图如图 3 所示. 拍 摄绝对光程差条纹图案,采用平面偏振 光路的两次曝光法¹⁷¹;拍摄等差线条纹 图案则采用圆偏振光路的单次曝光法.

白光再现,并可消除视差效应产生的误差^[8]。



图 3 全息光弹实验装置光路图

光路系统中置有成象透镜,以实现图象全息. 图象全息照相所获得的全息底板,能够进行

两次曝光是通过浸渍法实现的,浸没液的折射率应和无应力模型材料的折射率相同, 以代替无应力的光弹性模型或切片,为此目的,精确地配制浸没液是必要的,本实验采



图 4 折射率不匹配的影响

-7



图 5 圆盘条纹图

第4期

图 5 圆球切片条纹图

用 a 氯代萘和白油混合配制. 通过河贝折射仪测定折射率,可以使浸没液的折射率精度 达到 ±0.0003, 但这样的精度仍嫌不够,还必须用实时法进一步精确配制,即对盛有浸没 液的玻璃缸进行一次曝光和就地显、定影后,将无应力光弹性材料制成的楔块置于浸没液 缸中,观察楔块上有无干涉条纹,并对浸没液进一步精确配制,直到楔块上不再出现干涉

条纹. 不难分析,如果要求 6mm 厚 的模型或切片不产生 0.1 级条纹的误 差,则要求折射率匹配 的精度达到 ±0.00001. 但是,对于等厚度的切片 或模型,折射率的误差只是起到相当 于补偿一均匀分数条纹的作用.当然, 这也会给实验带来一定的误差. 图 4 中给出了折射率不同对绝对光程差条 纹干扰的情况.



图7 R向人射散光条纹

7



图 8 圆球应力分布图 -●一 理论值 — 一 0 – 0 – 实验值

用上述方法获得的标定圆盘和圆球切片的全息光弹性条纹图案示于图 5、图 6 中.为 了求得圆球对称断面上的三个主应力,还必须给出另一个独立的应力资料.为了避免再 次切片,本实验采用激光散光法由 R 方向入射,获得 $\frac{dN_r}{dR}$ (如图 7 所示).这样,便可以由 以下三式解得三个主应力

$$\frac{N_{y}}{t} = \frac{A}{\lambda}\sigma_{y} + \frac{B}{\lambda}(\sigma_{r} + \sigma_{t})$$

$$f \frac{N_{t}}{t} = \sigma_{r} - \sigma_{y}$$

$$f \frac{dN_{r}}{dR} = \sigma_{t} - \sigma_{y}$$
(7)

式(6)中给出了由标定圆盘所获得的应力光学常数,代入上式并用应力无量纲量 k=σ/σ 代替,则

$$k_{y} = -1.39N_{y} - 0.294 \left(N_{t} + \frac{dN_{r}}{dR}\right)$$

$$k_{t} = -0.51 \frac{dN_{r}}{dR} + k_{s}$$

$$k_{r} = -0.51N_{t} + k_{s}$$
(8)

式中N,由垂直方向的绝对光程差条纹给出,N,由等差线条纹给出, $\frac{dN}{dR}$ 由散光条纹给出, $\frac{dN}{dR}$ 的形象纹给出, σ 为圆球对称断面上的平均应力.

图 8 给出了按上式计算的全部结果,并和理论解""进行了比较,结果是令人满意的。

应用实例

用这一方法求得了生产人造金钢石的两面顶压头的应力分布。两面顶压头的光弹性



模型和受力情况如图9所示.模型所受轴向总压力为

 $P_h = 450 \text{kg}$

压头的锥面上的压力 *p*₂ 相当于实物的密封压力,顶端的压力 *p*₁ 则相当于合成人造金钢石的合成压力,其压力利用率为 50%.

模型材料的制作和冻结工艺,与上节所述基本相 同,但适当提高固化和冻结温度.固化温度为 65℃, 固化时间约 65 小时,根据材料的 f→r 曲线,选择 60℃ 为冻结温度.

用以标定材料性能的对径受压圆盘,其直径为4cm,载荷为140kg,材料的基本数据为

图 9 高压压头模型

7

$$f = 16.2 \text{kg/cm}$$

$$B/\lambda = -0.00278 \mathrm{cm/kg}$$

$$A/\lambda = 0.059 \mathrm{cm/kg}$$

$$B/A = -0.047$$

由压头冻结模型的切片,采用浸渍法,由两次曝光、单次曝光分别得到绝对光程差 N, 和等差线 N, (图 10)。压头对称轴上的应力可由下式表示

 $A\sigma_y + B(\sigma_r + \sigma_t) = N_y \lambda/t$

396

$$\sigma_r - \sigma_v = N_t f/t$$

由于压头对称轴上 $\sigma_r \Rightarrow \sigma_i$,由上两式就足以确定对称轴上的全应力分量。将有关参数代入上式,并考虑模型和实物的均布载荷比为 236 倍,则两面顶压头实物应力可由下式求得 $\sigma_z = -5.05(11.1N_v - N_i)$ (kg/mm²)

$$\sigma_r = \sigma_t = \sigma_z + 48.5N_t$$
 (kg/mm²)

由上式求得的压头实物应力分布示于图 11 中,图中还给出了有限元法计算的结果,二者 是一致的,端部和底部的边界条件都能吻合得较好.

这一实验进一步说明了本文所介绍的全息光弹性方法,可以成为解决三维应力分析 的有效手段. 它避免了繁琐的切力差法,具有简捷、准确的优点. 特别是对于本实验, 在压头的顶端部份接近于三向均压状态,反映主应力差的等差线是很少的. 而且,对于 $B/A \approx -0.5$ 的冻结材料,即使采用全息光弹性法,所得等程线或零和线也依然只反映两 组主应力差之和,所得条纹级数也是很少的. 由于在本实验中采用了 B/A = -0.047 的 冻结材料,沿 y 向的等程线基本上由 σ ,所决定,因此在压头顶端,虽然接近三向均压,但 因 σ ,很大,等程线 N,可以高达 10 级左右. 可见,对于这类问题,本文所述方法的优点就 更为突出.



符

뮥

t and the state state state.	
A, B 应刀光字帘致	δ,,δ, 绝对光程差
α,β 应变光学常数	λ 波长
σ _i , σ _i , σ _k 主应力	$\sigma_i, \sigma_i, \sigma_i$ 径向、环向和轴向应力
σ', σ', σ', 次主应力	N**, N, 沿 *、y 方向等程线条纹级数
n 。 无应力材料折射率	N,, N, 沿环向、径向人射等差线条纹级数
n i, n _i , n _k 有应力材料沿主应力或次主应力 方	D, d 直径
向的折射率	R, r 半径

f 模型或切片的厚度 f 材料条纹常数 f_{1} 材料条纹常数	398		<i></i>		1980 年
ā 平均应力 r 波桑比	模型或切片的厚度 ,	2向的无量纲应力	f 材料身 c = B/A r 波桑出	\{纹常数 应力光学常数比 2	

参考文献

- [1] Nisida, M., Saito, H., Scientific papers of the institute of physical and chemical research, 63. 2(1969), 25.
- [2] Dhir, S. K., Peterson, H. A., Exp. Mech., 11, 12(1971), 560.
- [3] Post, D., Exp. Mech., 10, 4(1970), 172-174.
- [4] Sanford, R. I., Parks, V. J., Exp. Mech., 13, 11(1973). 464-471.
- [5] Durelli, A. J., J. of Strain Analysis, 9, 1(1975), 42-52.
- [6] Park. V. J., Sanford, R. J., Exp. Mech., 16, 12(1976), 441-447,
- [7] Sciammarella, C. A., Quintanilla, G., Exp. Mech., 12, 2(1972), 57.
- [8] 清华大学基础课力学实验室,图象全息光弹性方法在平面应力分析中的应用 着华大学学报,1(1977).
- [9] 清华大学基础课力学实验室,用激光散光法测超高压缸的应力 清华、北大理工学报,1(1975).
- [10] Nisida, M., Saito, H., Exp. Mech., 4 12(1964), 366--373.
- [11] Sternberg, E., Rosenthai, F., J. of Appe. Mech., 19. Trans. ASME, 74(1952), 413.
- [12] Srinath, L. S., Mehrotra, C. L., Proc. of the SESA, 27, 1(1970), 170-171.

HOLO-PHOTOELASTIC METHOD THREE-DIMENSIONAL STRESS ANALYSIS

Dai Fu-lung Chung Kuo-cheng (Qinghua University)

Abstract

Because conventional photoelastic materials have a stress-optical constant ratio B/A of about -0.5 in the frozen state, three dimensional stresses could not be determined by analyzing the holo-photoelastic patterns of slices cut from three dimensional models made of these materials. This paper presents a new processing and frozen technique of photoelastic materials that have stress-optical constant ratio remote from -0.5. These materials can be used directly in the general three-dimensional stress analysis by holophotoelastic method. Illustration of the interior normal stresses in a sphere, subjected to compression along a diameter is presented, and experimental results are compared with theoretical solution.