

低频微幅偏航与侧滑振动机翼的 低速升力面理论

黄 明 恪

(南京航空学院)

提要 本文利用与机翼固连的坐标系,提出偏航振动机翼低速绕流的数学问题,对翼后蛇形尾涡作了仔细研究.在低频振动的情况下,利用非定常涡格法进行数值求解.本方法可以用来计算机翼因偏航与侧滑振动而引起的滚转力矩气动导数.某些导数的计算结果与实验结果作了比较.

一、偏航问题的数学提法

偏航与侧滑引起的气动导数是研究飞机横侧向稳定性的一个重要原始数据,机翼对这些导数的影响是主要的.取与机翼固定的坐标系 $oxzy$, 见图 1. oy 轴向上, V_∞ 为机翼前进速度. α 与 ψ 是攻角和上反角,且皆为小量.采用无因次量,以 b 、 V_∞ 、 b/V_∞ 作为特征长度、特征速度和特征时间.不失一般性,只考虑机翼绕 y 轴以角速度 ω_y 作偏航振动

$$\omega_y = \omega_{y\max} \cos \omega t$$

这里 t 为无因次时间, ω 为圆频率,又设 $\omega_{y\max} \ll 1$. 因为附加侧滑振动,仅相当于移动旋转中心,故不必对侧滑作专门研究.

对于低速不可压流情形,相对于运动坐标系的小扰动绝对运动的位流方程简化为^[1]

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

其中 Φ 为扰动速度位.如果只保留 α 和 ψ 的一次幂项,则小扰动的动力学方程的积分简化为^[1]

$$\frac{p - p_\infty}{\rho_\infty V_\infty^2} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} z \omega_y + \frac{\partial \Phi}{\partial z} x \omega_y \quad (2)$$

式中 p 与 ρ 为压强和密度,脚注 ∞ 代表自由流条件.

在 xoz 平面上的边界条件如下:

机翼所占区域:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{y=0} = -\alpha - \text{sign}(z) \omega_y x \psi \quad (3)$$

尾迹区内,压强连续,(2)式必须为零.如果只保留 $\omega_{y\max}$ 的一阶项,则简化为

$$\left(-\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} x \omega_y \right)_{y=0} = 0 \quad (4)$$

本文于 1977 年 11 月 1 日收到.

这里已经考虑到 $(\partial\Phi/\partial x)_{y=0} = O(\omega_{y\max})$.

机翼与尾迹区外:

$$(\Phi)_{y=0} = 0 \quad (5)$$

在无限远处, 扰动为零.

因此, 低速机翼的偏航振动绕流问题归结为解方程(1), 并且满足边界条件(3)到(5), 与无偏航问题比较, 区别仅在于尾迹区的边界条件.

二、在运动坐标系中尾涡线的瞬时形状

考虑一阶线性偏微分方程(4), 在 (x, z, t) 空间取微元 (dx, dz, dt) 满足条件

$$\frac{dx}{-1} = \frac{dt}{-1} = \frac{dz}{x\omega_y} \quad (6)$$

则(4)式表示, 沿该微元有 $d\Phi = 0$. 所以该微元是 (x, z, t) 空间中 $\Phi = \text{const}$ 的线元. 以初始条件 (x_0, z_0, t_0) 积分(6)式, 得到

$$\begin{cases} x = x_0 + (t - t_0) \\ z = z_0 + \frac{\omega_{y\max} x_0 \sin \omega t_0}{\omega} + \frac{\omega_{y\max} \cos \omega t_0}{\omega^2} - \frac{\omega_{y\max} x \sin \omega t}{\omega} - \frac{\omega_{y\max} \cos \omega t}{\omega^2} \end{cases} \quad (7)$$

令 (x_0, z_0) 代表机翼后缘某点, 则点 (x, z) 就是 t_0 时刻从该后缘点拖出的涡在 t 时刻达到的位置. (7) 中二式消去 t_0 , 就得到从后缘 (x_0, z_0) 处发出的蛇形尾涡线在 t 时刻的瞬时曲线方程. 还看出, 左右翼对称的后缘点 $(x_0$ 相等) 拖出的蛇形尾涡线的瞬时形状相同.

三、蛇形尾涡线引起的诱导速度

如图 1, 计算一条蛇形尾涡线在 t 时刻对 $y = 0$ 平面的点 (x_1, z_1) 产生的诱导速度 v_y . 假设尾涡环量 Γ 不随时间改变, 利用 Biot-Savart 公式

$$v_y = \frac{\Gamma}{4\pi} \int \frac{\sin \theta dL}{r^2} \quad (8)$$

符号见图 1. 其中 $\theta = \theta_1 - \Delta\theta + \theta_2$, $\Delta\theta = O(\omega_{y\max})$, 只保留一阶项, 则

$$\begin{aligned} \sin \theta dL &= (\sin \theta_1 - \cos \theta_1 \Delta\theta) dx \\ &\quad + (\cos \theta_1 + \sin \theta_1 \Delta\theta) dz + O(\omega_{y\max}^2) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{r_0^2} \left[1 + \frac{2 \sin \theta_1}{r_0} (z - z_0) \right] + O(\omega_{y\max}^2)$$

$$\Delta\theta = \frac{(z - z_0) \cos \theta_1}{r_0} + O(\omega_{y\max}^2)$$

代入(8)式得到

$$\begin{aligned} v_y &= (v_y)_{\omega_y=0} - \frac{\Gamma}{4\pi} \left\{ \int_{x_0}^{\infty} \frac{(1 - 3 \sin^2 \theta_1)(z - z_0)}{r_0^3} dx \right. \\ &\quad \left. - \int_{x=x_0}^{\infty} \frac{\cos \theta_1}{r_0^2} dz \right\} + O(\omega_{y\max}^2) \end{aligned} \quad (9)$$

将瞬时尾涡线方程代入, 并化简, 则式(9)中的二个积分分别化为:

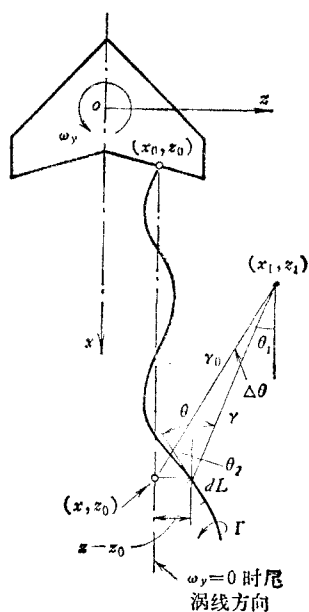


图 1

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{(1 - 3\sin^2\theta_1)(z - z_0)}{r_0^3} dx = \int_{x_0}^{\infty} \frac{1 - 3\sin^2\theta_1}{r_0^3} \left\{ \omega_y \left[-\frac{x_0}{\omega} \sin \omega(x - x_0) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\omega^2} \cos \omega(x - x_0) - \frac{1}{\omega^2} \right] + \dot{\omega}_y \left[-\frac{x_0}{\omega^2} \cos \omega(x - x_0) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\omega^3} \sin \omega(x - x_0) + \frac{x}{\omega^2} \right] \right\} dx \quad (10)$$

$$\int_{x=x_0}^{x=\infty} \frac{\cos \theta_1}{r_0^2} dz = \int_{x_0}^{\infty} \frac{\cos \theta_1}{r_0^2} \left\{ \omega_y \left[-x_0 \cos \omega(x - x_0) - \frac{1}{\omega} \sin \omega(x - x_0) \right] \right. \\ \left. + \dot{\omega}_y \left[\frac{x_0}{\omega} \sin \omega(x - x_0) - \frac{1}{\omega^2} \cos \omega(x - x_0) + \frac{1}{\omega^2} \right] \right\} dx \quad (11)$$

式中 $\dot{\omega}_y = d\omega_y/dt = -\omega_{y\max}\omega \sin \omega t$.

以上两个积分显然都收敛, 但要积出解析式却十分困难. 飞机动稳定性计算的有趣情形是低频振动, 但当 $\omega \rightarrow 0$ 时, 以上两个积分都是发散的. 幸好, 我们可以抽出引起积分发散的奇性项, 并且发现, 当计算从左右翼对称的后缘点发出的蛇形尾涡 (环量大小相等, 方向相反) 引起的诱导速度时, 这些奇性项互相抵消, 结果仍然收敛. 以下进行具体推导.

取 x_p 很大, 以后要令其趋于无穷大, 则

$$\int_{x_0}^{\infty} = \int_{x_0}^{x_p+x_0} + \int_{x_p+x_0}^{\infty}$$

先考虑积分(10):

在 $(x_0, x_p + x_0)$ 段, 当 $\omega \rightarrow 0$ 时, (10) 式中

$$-\frac{x_0}{\omega} \sin \omega(x - x_0) + \frac{1}{\omega^2} \cos \omega(x - x_0) - \frac{1}{\omega^2} \\ = -(x - x_0)x_0 - \frac{(x - x_0)^2}{2} + O(\omega^2) \\ -\frac{x_0}{\omega^2} \cos \omega(x - x_0) - \frac{1}{\omega^3} \sin \omega(x - x_0) + \frac{x}{\omega^2} \\ = \frac{(x - x_0)^3}{6} + \frac{x_0(x - x_0)^2}{2} + O(\omega^2)$$

在 $(x_p + x_0, \infty)$ 段, 因为 $x_p \gg 1$, 故有

$$\sin^2\theta_1 \approx 0, \quad r_0^3 \approx (x - x_1)^3$$

因此

$$\int_{x_p+x_0}^{\infty} \frac{(1 - 3\sin^2\theta_1)(z - z_0)dx}{r_0^3} \approx \int_{x_p+x_0}^{\infty} \frac{(z - z_0)dx}{(x - x_1)^3} \\ = f(x_p, x_0, x_1, \omega)$$

这个积分是容易积出的, 当 $\omega \rightarrow 0$ 时有对数奇性. 因为这个积分以后要自动消去, 因此无需积出显式.

用同样方法化简(11)式. 则当 $\omega \rightarrow 0$ 时, (9) 式简化为:

$$v_y = (v_y)_{\omega=0} - \frac{\Gamma}{4\pi} \left\{ \omega_y \left[-x_0 \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{(1 - 3\sin^2\theta_1)(x - x_0)dx}{r_0^3} \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{(1-3\sin^2\theta_1)(x-x_0)^2 dx}{r_0^3} + \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{\cos\theta_1 x dx}{r_0^2} \Big] \\
& + \dot{\omega}_y \left[\frac{1}{6} \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{(1-3\sin^2\theta_1)(x-x_0)^3 dx}{r_0^3} + \frac{x_0}{2} \int_{x_0}^{x_0+x_p} \frac{(1-3\sin^2\theta_1)(x-x_0)^2 dx}{r_0^3} \right. \\
& \left. - x_0 \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{\cos\theta_1(x-x_0) dx}{r_0^2} - \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_p+x_0} \frac{\cos\theta_1(x-x_0)^2 dx}{r_0^2} \right] + f(x_p, x_0, x_1, \omega) \Big\} \quad (12)
\end{aligned}$$

上式各项积分都可以计算出来,再令 $x_p \rightarrow \infty$, 将含 x_p 的奇性项一起归并入函数 f 中,经过冗长但并不复杂的计算,最后归并得到十分简单的公式:

$$v_y = (v_y)_{\omega_y=0} - \frac{\Gamma}{4\pi} (A\omega_y + B\dot{\omega}_y) \quad (13)$$

其中

$$A = \left(x_0 + \frac{x'_1}{2} \right) \frac{\sqrt{z_1'^2 + x_1'^2} + x'_1}{z_1'^2} - \frac{1}{2} \ln(\sqrt{z_1'^2 + x_1'^2} - x'_1) \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
B = & \frac{x_0 + x'_1}{2} \ln(\sqrt{z_1'^2 + x_1'^2} - x'_1) - \frac{x'_1(x'_1 + 3x_0)(\sqrt{z_1'^2 + x_1'^2} + x'_1)}{6z_1'^2} \\
& + \frac{1}{3} \sqrt{z_1'^2 + x_1'^2} \quad (15)
\end{aligned}$$

式中

$$x'_1 = x_1 - x_0, \quad z'_1 = z_1 - z_0 \quad (16)$$

注意, (13) 式中已省去含 $f(x_p, x_0, x_1, \omega)$ 的奇性项, 因为同时计算从机翼后缘左右对称点发出的环量大小相等方向相反的自由涡的影响时, 该奇性项会自动消去。

四、涡格法

沿半翼展将机翼等分成 n 个条带, 再沿弦向用等百分线作 m 等分, 右半机翼分成 $N = n \times m$ 个小格, 左半机翼与之对称。每一小格布置文[1]所述的非定常斜马蹄涡, 所不同的仅是机翼后缘之后那一段自由涡应改为本文所述的蛇形涡形状, 如图 2。斜附着涡放在小格的 1/4 弦点线处, 控制点取在中间 3/4 弦点处。小格展长 l_0 为常数。按文[1]的计算公式, 取 $b = l_0/2$ 作为特征长度最为方便。

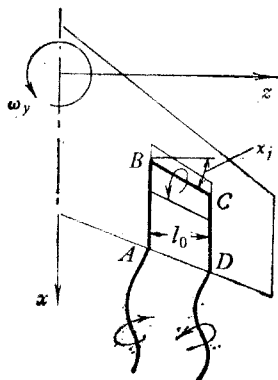


图 2

用 $\mathcal{A}_i$ 表示一线性运算符, 它对第 i 个非定常偏航振动斜马蹄涡的无因环量 $\Gamma_i(t)$ 的作用, 将得到它在第 i 个控制点处的 y 向诱导速度。按照边界条件(3), 问题在于求解方程组

$$\sum_{j=1}^{2N} \mathcal{A}_i(\Gamma_j) = -\alpha_i - \text{sign}(z_i) \omega_y x_i \phi \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (17)$$

式中 α_i , x_i , z_i 分别为控制点 i 处的当地攻角和坐标。

将未知环量 Γ_i 展开为

$$\Gamma_i = (\Gamma_{0,\alpha})_i + (\Gamma_{\alpha}^{\omega_y} + \Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i \omega_y + (\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y} + \Gamma_{\psi}^{\dot{\omega}_y})_i \dot{\omega}_y \quad (18)$$

其中脚注 α 和 ψ 分别对应攻角问题和上反角问题。显然, $(\Gamma_{0,\alpha})_i$ 为无偏航运动时的定常无因次环量值。

又将 $\mathcal{A}_i$ 展开为

$$\mathcal{A}_i = \mathcal{K}_i + \mathcal{F}_i \quad (19)$$

其中 $\mathcal{K}_i$ 代表与无偏航非定常斜马蹄涡对应的算子, 而 $\mathcal{F}_i$ 为机翼后缘之后那一段 x 向自由涡变为蛇形而引起诱导速度增量所对应的算子。

显然

$$\mathcal{F}_i((\Gamma_{\alpha}^{\omega_y} + \Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i \omega_y) = O(\omega_{y\max}^2)$$

$$\mathcal{F}_i((\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y} + \Gamma_{\psi}^{\dot{\omega}_y})_i \dot{\omega}_y) = O(\omega_{y\max}^2)$$

将(18)、(19)式代入(17)式, 并且展开, 只保留 $\omega_{y\max}$ 的一阶项, 得到

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{2N} \{ \mathcal{K}_i((\Gamma_{0,\alpha})_i) + \mathcal{K}_i((\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_i \omega_y) + \mathcal{K}_i((\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i \omega_y) \\ & \quad + \mathcal{K}_i((\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y})_i \dot{\omega}_y) + \mathcal{K}_i((\Gamma_{\psi}^{\dot{\omega}_y})_i \dot{\omega}_y) + \mathcal{F}_i((\Gamma_{0,\alpha})_i) \} \\ & = -\alpha_i - \text{sign}(z_i) \omega_y x_i \psi \quad i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \quad (20)$$

按第三节

$$\mathcal{F}_i((\Gamma_{0,\alpha})_i) = -\frac{1}{4\pi} ([A]_{ij} \omega_y + [B]_{ij} \dot{\omega}_y) (\Gamma_{0,\alpha})_j \quad (21)$$

在按(14)到(16)式计算矩阵系数 $[A]_{ij}$ 和 $[B]_{ij}$ 时, 应该注意一个斜马蹄涡模型有两条方向相反的蛇形自由涡。

$$\mathcal{K}_i((\Gamma_{0,\alpha})_i) = \frac{1}{4\pi} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{0,\alpha})_j \quad (22)$$

其中 $(\omega_y)_{ij}$ 可按文[1]公式(3.6)(3.7)式计算。

又按文[1], 当 $\omega \rightarrow 0$ 时, 有

$$\mathcal{K}_i\left(\left(\frac{(\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_i}{(\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i}\right) \omega_y\right) = \frac{1}{4\pi} \left[(\omega_y)_{ij} \left(\frac{(\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_i}{(\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i}\right) \omega_y + \left[\left(\frac{\partial \omega_y^{(2)}}{\partial \omega}\right)_{\omega \rightarrow 0}\right]_{ij} \left(\frac{(\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_i}{(\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i}\right) \dot{\omega}_y \right] \quad (23)$$

$$\mathcal{K}_i\left(\left(\frac{(\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y})_i}{(\Gamma_{\psi}^{\dot{\omega}_y})_i}\right) \dot{\omega}_y\right) = \frac{1}{4\pi} (\omega_y)_{ij} \left(\frac{(\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y})_i}{(\Gamma_{\psi}^{\dot{\omega}_y})_i}\right) \dot{\omega}_y \quad (24)$$

以上两式中 $(\omega_y)_{ij}$ 和 $\left(\frac{\partial \omega_y^{(2)}}{\partial \omega}\right)_{\omega \rightarrow 0}$ 按文[1]公式(3.7)和(3.25)式计算^①。

将(21)到(24)式代入(20)式, 把攻角与上反角问题分开, 又令两边常数项、正弦项(含 $\dot{\omega}_y$ 的项)和余弦项(含 ω_y 的项)分别相等, 得到如下方程组: 攻角问题:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{2N} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{0,\alpha})_j = -4\pi \alpha_i \\ & \sum_{i=1}^{2N} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_j = \sum_{i=1}^{2N} [A]_{ij} (\Gamma_{0,\alpha})_j \\ & \sum_{i=1}^{2N} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{\alpha}^{\dot{\omega}_y})_j = \sum_{i=1}^{2N} [B]_{ij} (\Gamma_{0,\alpha})_j - \sum_{i=1}^{2N} \left[\left(\frac{\partial \omega_y^{(2)}}{\partial \omega}\right)_{\omega \rightarrow 0}\right]_{ij} (\Gamma_{\alpha}^{\omega_y})_j \quad i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \quad (25)$$

1) 计算时已改正了文[1]公式(3.25)式中两处算术符号的印刷错误。

以上三组线性代数方程可以逐一地解出来。其中第一组方程为无偏航对称问题, 只需对右翼 N 个未知量求解。可以证明, 第二和三组方程均为反对称问题, 也只需对右翼 N 个未知量求解。

上反角问题:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{2N} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_j &= -4\pi \operatorname{sign}(z_i) x_i \phi \\ \sum_{j=1}^{2N} (\omega_y)_{ij} (\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_j &= - \sum_{j=1}^{2N} \left[\left(\frac{\partial \omega_y^{(2)}}{\partial \omega} \right)_{\omega \rightarrow 0} \right]_{ij} (\Gamma_{\psi}^{\omega_y})_j \quad i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \quad (26)$$

这两组方程都是反对称的, 也只需对半个机翼求解。

五、气动载荷计算

由压强系数公式(2), 不难证明 Joukowski 定理对于非定常斜马蹄涡依然成立。考虑右翼第 i 个涡模型产生的升力, 如图 2。

BC 涡的升力为:

$$\begin{aligned} (Y_{BC})_i &= \rho_{\infty} (V_{\infty} + V_{\infty} \omega_y z_j) (V_{\infty} b \Gamma_i) l_0 \\ &\quad + \rho_{\infty} (V_{\infty} \omega_y x_j) (V_{\infty} b \Gamma_i) l_0 \tan \chi_i \end{aligned}$$

其中 x_j, z_j, χ_j 为 BC 涡中点的坐标和后掠角。将式(18)代入, 只保留 $\omega_{y\max}$ 的一阶项, 得到

$$\begin{aligned} (Y_{BC})_i &= \rho_{\infty} V_{\infty} [V_{\infty} b (\Gamma_{0,\alpha})_i] l_0 + \rho_{\infty} V_{\infty} \{ V_{\infty} b (\Gamma_{\alpha}^{\omega_y} + \Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i \omega_y \\ &\quad + V_{\infty} b (\Gamma_{\alpha}^{\omega_y} + \Gamma_{\psi}^{\omega_y})_i \dot{\omega}_y \} l_0 + \rho_{\infty} (V_{\infty} \omega_y z_j) [V_{\infty} b (\Gamma_{0,\alpha})_i] l_0 \\ &\quad + \rho_{\infty} (V_{\infty} \omega_y x_j) [V_{\infty} b (\Gamma_{0,\alpha})_i] l_0 \tan \chi_i + O(\omega_{y\max}^2) \end{aligned} \quad (27)$$

其中第一项对滚转力矩无贡献。

CD 涡的升力为:

$$\begin{aligned} (Y_{CD})_i &= \rho_{\infty} \int_{x_c}^{x_D} (V_{\infty} \omega_y x) (V_{\infty} b \Gamma_i) b dx \\ &= \rho_{\infty} V_{\infty}^2 b^2 \omega_y (\Gamma_{0,\alpha})_i \left(\frac{x_D^2 - x_C^2}{2} \right) + O(\omega_{y\max}^2) \end{aligned}$$

同理, BA 涡的升力为

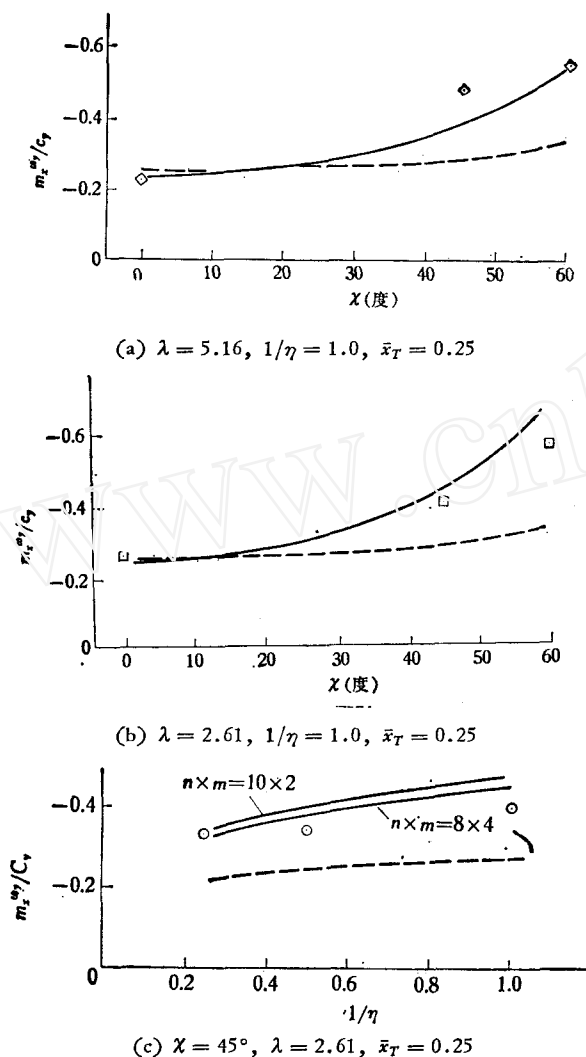
$$(Y_{BA})_i = -\rho_{\infty} V_{\infty}^2 b^2 \omega_y (\Gamma_{0,\alpha})_i \left(\frac{x_A^2 - x_B^2}{2} \right) + O(\omega_{y\max}^2)$$

可以看出, 与无偏航情形不同, 有偏航时, CD 和 BA 涡也是产生升力的附着涡, 只有机翼后缘之后, 才是不产生升力的蛇形自由涡。总和所有涡的贡献, 可以找出绕 x 轴的滚转力矩。

六、计算结果

以机翼面积与翼展为特征, 定义滚转力矩系数 m_x 。又以半翼展和 V_{∞} 为特征, 定义无因次时间 t 和无因次角速度 ω_y 。按照习惯的方法表示气动导数:

$$m_x^{\omega_y} = \frac{\partial m_x}{\partial \omega_y}, \quad m_x^{\dot{\omega}_y} = \frac{\partial m_x}{\partial \dot{\omega}_y}, \quad m_x^{\beta} = \frac{\partial m_x}{\partial \beta}, \quad m_x^{\dot{\beta}} = \frac{\partial m_x}{\partial \dot{\beta}}$$

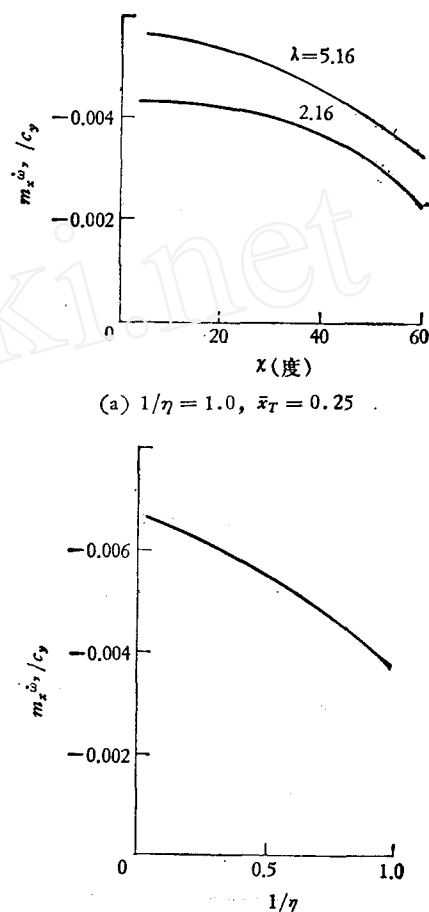
图3 m_x^{ω}/c_y 的计算结果(相对稳定性轴)

——本文; ————估算, 文[2]

◇ 文[3]
 □ 文[3]实验
 ● 文[4]

其中 β 为侧滑角, $\dot{\beta} = d\beta/dt$.

对于许多梯形后掠机翼, 相对二个重心位置 $\bar{x}_T = 0.25$ 和 0.5 (旋转中心相对于平均气动弦 b_A 前缘的距离与 b_A 之比) 进行计算. 利用重心移动时气动导数的转换公式找出 m_x^{β} 和 $m_x^{\dot{\beta}}$. 部分气动导数的数值结果与经验估算以及实验结果作了比较. 除特别注明外, 本文均用 $n \times m = 8 \times 4$ 作计算. 设 λ 为机翼展弦比, η 为根梢比, χ 为四分之一弦线后掠角. 图3到5是平板翼有攻角情形 ($\psi = 0$), c_y 为升力系数. 图6到7为有上反角情形 ($\alpha = 0$). 除了图7中 ψ 以“度”计算外, 其余均以弧度计算. 图3已转换成相对于稳定性轴系, 其余均相对体轴系.

图4 m_x^{ω}/c_y 的计算结果

——本文; ————估算, 文[2]

◇ 文[3]
 □ 文[3]实验
 ● 文[4]

其中 β 为侧滑角, $\dot{\beta} = d\beta/dt$.

对于许多梯形后掠机翼, 相对二个重心位置 $\bar{x}_T = 0.25$ 和 0.5 (旋转中心相对于平均气动弦 b_A 前缘的距离与 b_A 之比) 进行计算. 利用重心移动时气动导数的转换公式找出 m_x^{β} 和 $m_x^{\dot{\beta}}$. 部分气动导数的数值结果与经验估算以及实验结果作了比较. 除特别注明外, 本文均用 $n \times m = 8 \times 4$ 作计算. 设 λ 为机翼展弦比, η 为根梢比, χ 为四分之一弦线后掠角. 图3到5是平板翼有攻角情形 ($\psi = 0$), c_y 为升力系数. 图6到7为有上反角情形 ($\alpha = 0$). 除了图7中 ψ 以“度”计算外, 其余均以弧度计算. 图3已转换成相对于稳定性轴系, 其余均相对体轴系.

计算证明,对攻角问题,考虑或不考虑尾涡变为蛇形对结果的影响是较小的,约占10%左右。但是,考虑这一影响,计算结果更靠近实验结果。攻角问题的时差导数全因尾涡变蛇形而产生,数值是很小的。

对于极小展弦比三角翼,尾涡对机翼的影响可以略去,于是 Φ 就等于无侧滑定常攻角问题的细长体理论扰动速度位。这时,(2)式变为[6]的细长体理论压强系数公式。因此,本方法对该情形趋向于细长体理论。

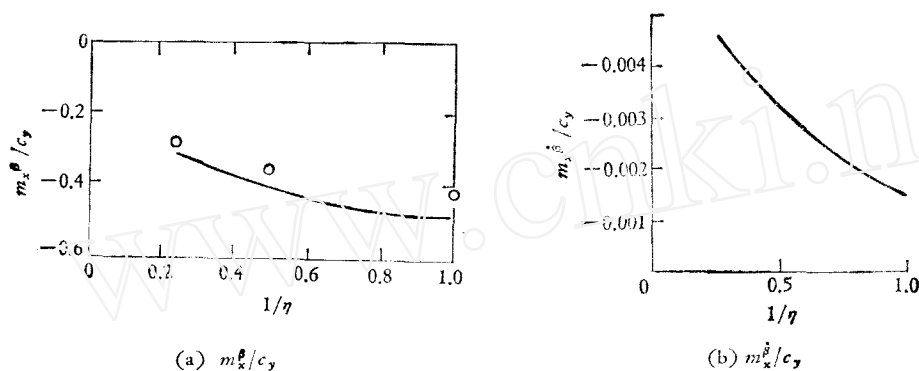


图5 平板翼侧滑导数

 $\lambda = 2.61, \alpha = 45^\circ$

—— 本文; ○ 实验,文[4]

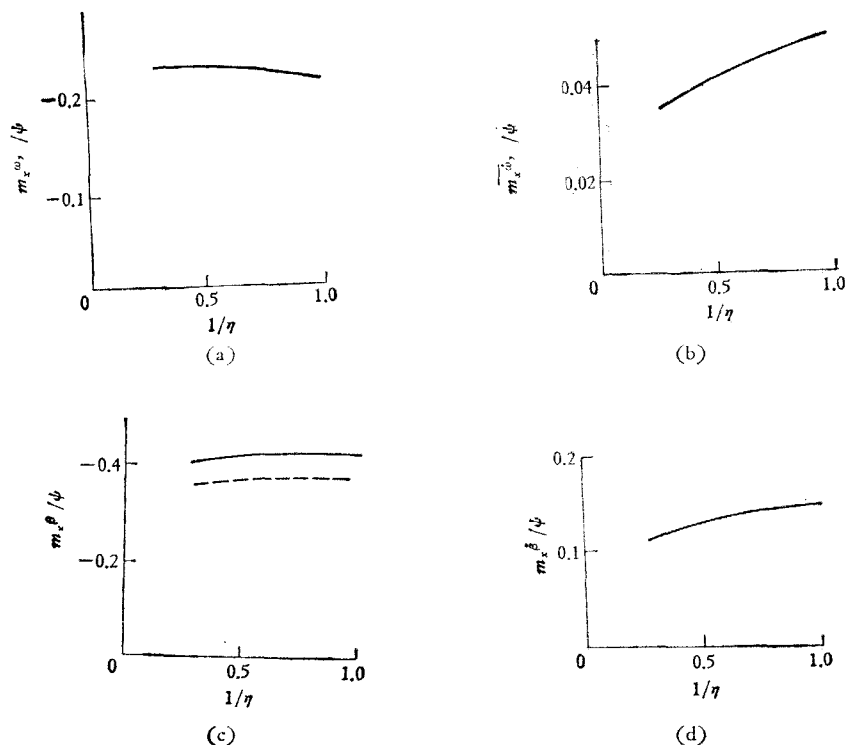


图6 上反角问题计算结果

 $\alpha = 45^\circ, \lambda = 2.61, \bar{x}_T = 0.25$

—— 本文; - - - - Weissinger 推广升力面理论

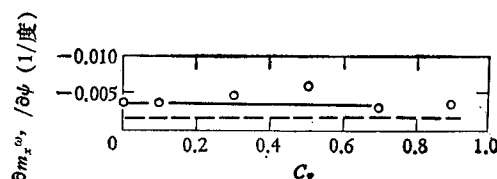


图 7 上反角问题计算与实验结果比较

 $\alpha = 45^\circ, \lambda = 2.61, 1/\eta = 1.0, \bar{x}_T = 0.25$

— 本文; ---- 估算, 文[2]; ○ 实验, 文[5]

七、结 语

本文仅对低速情形建立了偏航振动机翼的升力面理论, 提供了低频振动情形的数值解法, 把问题分解为若干个对称与反对称问题, 大大地节省了计算机的内存容量和计算时间。

本方法没有考虑机翼偏航与侧滑时一个侧缘可能变为后缘的影响。因此, 当侧缘影响变得十分重要时(例如极小展弦比的矩形翼), 方法变为不适用。

参 考 文 献

- [1] Белоцерковский, С. М., Скрипач, Б. К., Аэродинамические Производные Летательного Аппарата и Крыла При Дозвуковых Скоростях, «Наука», Москва, (1975).
- [2] Toll, Thomas. A., Queijo, M. J., NACA, TN 1581 (1948).
- [3] Goodman, Alex and Brewer, Jack. D., NACA, TN 1669 (1948).
- [4] Letko, William and Cowan, John. W., NACA, TN 1671 (1948).
- [5] Queijo, M. J. and Jaquet, Byron. M., NACA, TN 1668 (1948).
- [6] Ribner, Herbert. S., NACA, TN 1423 (1947).

LIFTING SURFACE THEORY FOR WINGS IN LOW-FREQUENCY YAWING AND SIDESLIPPING OSCILLATING MOTIONS AT LOW SPEEDS

Huang Ming-ke

Abstract

This paper sets up the mathematical problem of flow past a yawing oscillating wing at low speeds by using a set of axes fixed in the wing. The snake-like vortices behind the wing are investigated in detail. In the case of low-frequency oscillation, the problem is solved numerically by the nonsteady vortex-lattice method. This method can be applied to calculate rolling-moment derivatives of wing due to yaw and sideslip. Some of the results obtained are compared with experimental data.