

实验技术与实验方法

一个设计收缩管道的方法*

北京空气动力研究所 李素循

提要 本文根据不可压轴对称(及平面)势流场内存在可分离变量形式的流函数解,提出了一种新的轴向速度分布函数,在很宽的收缩比条件下有效地缩短了管道长度,并保证了管道入口附近管壁上逆压梯度很小,出口截面上的气流均匀性与平行性较优,在流场内气流不发生分离.应用本文方法计算的曲线建造了有扁八角形收缩段的模型风洞,收缩比为13.025.理论计算与实验结果符合较好.实验结果表明:在这种情况下逆压梯度很小,未观察到可见的分离区,在入口、出口及壁上速度分布满意,出口处最大速度不均匀度小于0.4%.

低速风洞前室至扩散段间的一段管道设计,尤其是收缩段的设计,将直接影响实验段气流的品质.因而对收缩段设计通常要求^[1-6]:

1. 在收缩段内气流沿壁面不发生分离.
2. 出口速度分布均匀,流向平行.
3. 为了节约建造费用,管道长度应尽量短.
4. 为了降低湍流度,收缩比应比较大.

应用一元管流公式及经验公式提供管型设计方法,往往不能同时满足上述要求.钱学森^[3]于1943年提出轴对称收缩管道设计的理论分析结果.以后围绕着缩短管道长度、增大收缩比、改善出口气流品质等要求,提出了各种具体设计方法^[3-15].本文进一步研究了不可压缩轴对称势流场的可分离变量形式的流函数解,提出了新的对称轴上的速度分布函数,在大收缩比条件下,收缩管道的理论计算结果经实验验证比较满意.

一、基本原理与公式

根据不可压缩理想流体运动的连续、无旋条件,导出流体在管道内的运动规律,在给定的边界条件下,求得流场参数分布与流线族,并选定合适的流线作为管道壁面.

1. 基本方程与边界条件 在柱坐标系内建立基本关系式, x, r 为轴向及径向坐标, u, v 为 x, r 方向的分速.轴对称流动中的连续方程与无旋条件为

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

根据式(1),设流函数为 $\psi(x, r)$,并有

* 1979年3月16日收到.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = u, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),则有

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (4)$$

在给定边界条件下求解式(4),可得到流函数族。 $\psi(x, r) = \text{常数}$ 对应于流线方程,选其中合适的流线构成轴对称封闭管道壁面。

在无穷远处管道的进、出口截面积定义为 A_1, A_2 , 相应的速度为 C_1, C_2 , 收缩比定义为 N :

$$N = A_1/A_2 = C_2/C_1 \quad (5)$$

在无穷长管道内截取一段有限长的管道,对应的 x 区间为 $[a, b]$, 其中 a, b 为有限值。要求有限管道的进、出口截面上速度偏差很小。

2. 用分离变量法解基本方程 设 $\psi(x, r)$ 可表示为可分离变量形式

$$\psi(x, r) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) r^{2n} \quad (6)$$

为了确定 $f_n(x)$, 将式(6)代入式(4),可得

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2n(2n-2)f_n(x)r^{(2n-2)} = - \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(2)}(x)r^{2n} \quad (7)$$

展开式(7),并比较 r 的同次项系数,可得系数之间的关系

$$f_{n+1}(x) = - \frac{1}{2n(2n+2)} f_n^{(2)}(x) \quad (8)$$

由此可知, $f_1(x)$ 确定之后,式(6)便可用 $f_1(x)$ 及其高阶导数表示为

$$\psi(x, r) = f_1(x)r^2 - \frac{1}{8} f_1^{(2)}(x)r^4 + \frac{1}{192} f_1^{(4)}(x)r^6 - \frac{1}{9216} f_1^{(6)}(x)r^8 + \dots \quad (9)$$

此式即为式(4)的解。

3. 确定 $f_1(x)$ 以往的许多理论分析^[3,4,6,7,14,15] 偏重于选择一个合适的 $f_1(x)$ 函数,它的物理意义是表示对称轴上的速度分布函数 $u(x, 0) = 2f_1(x)$ 应具有以下性质:

- 1) $a \leq x \leq b$ 时, $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{r=0} \geq 0$
- 2) $n \geq 1$ 时, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\partial^n f_1(x)}{\partial x^n} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{\partial^n f_1(x)}{\partial x^n} \approx 0$
- 3) 在截面上, $x = a$ 时, $u_1 = c_1 + \varepsilon_1(r), v_1 = \delta_1(r)$
 $x = b$ 时, $u_2 = c_2 + \varepsilon_2(r), v_2 = \delta_2(r)$

其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta_1, \delta_2$ 均应足够小。

本文提出一种新的速度分布函数

$$2f_1(x) = \frac{N+1}{N-1} + 2F_1(x) = \frac{N+1}{N-1} + h(x) + g(x) + k(x) \quad (10)$$

其中 $h(x) = \tanh x = T, g(x) = 0.5(1 - T^2), k(x) = 0.065e^{-0.4(x+0.8)^2}, F_1(x)$ 及其高阶导数随 x 的变化见表 1。

表1 $f_n(x)$ 随 x 变化规律

x	$2f_1$	$2f_2$	$2f_3$	$2f_4$
-3.4	-0.991623	-0.38830 ⁻²	0.3851 ⁻³	-0.870 ⁻⁵
-3.0	-0.980648	-0.74218 ⁻²	0.6017 ⁻³	-0.450 ⁻⁴
-2.6	-0.958652	-0.13384 ⁻¹	0.11839 ⁻²	-0.1068 ⁻³
-2.2	-0.917708	-0.24149 ⁻¹	0.25298 ⁻²	-0.652 ⁻⁴
-1.8	-0.844207	-0.44747 ⁻¹	0.40454 ⁻²	0.5150 ⁻³
-1.4	-0.712657	-0.79514 ⁻¹	0.8614 ⁻³	0.21070 ⁻²
-1.0	-0.481607	-0.112564	-0.17154 ⁻¹	0.8930 ⁻³
-0.6	-0.116643	-0.78708 ⁻¹	-0.33560 ⁻¹	-0.10585 ⁻¹
-0.2	0.333977	0.60303 ⁻¹	0.13834 ⁻¹	0.24415 ⁻²
0.2	0.711969	0.152174	0.43231 ⁻¹	0.94161 ⁻²
0.6	0.912301	0.104811	0.16594 ⁻²	-0.60921 ⁻²
1.0	0.981055	0.28573 ⁻¹	-0.111833 ⁻¹	-0.21369 ⁻²
1.4	0.997357	0.96553 ⁻²	-0.52178 ⁻²	-0.5022 ⁻³

4. 流线与流场计算 将式(10)所表示的 $f_1(x)$ 及其高阶导数代入式(9)后, 将式(9)左端 $\psi(x, r)$ 取为不同常数, 可根据变系数高阶代数方程求得一族轴对称流线。

式(9)右端级数在其定义域内收敛, 可以取其有限项求得方程的近似解。例如取前四项计算时, 其可用实根准确到四位有效数字。对一般工程问题这一精度已可满足要求。

流场中的速度分布由下式确定:

$$u = \sum_{n=0}^3 (-1)^n \frac{f_1^{(2n)}(x) r^{2n}}{2^{(2n-1)}(n!)^2} \quad (11)$$

$$v = \sum_{n=0}^3 (-1)^{n+1} \frac{f_1^{(2n+1)}(x) r^{2n+1}}{2^{2n}(n+1)(n!)^2} \quad (12)$$

$$w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

上述分析可以容易地推广到平面二元管道情况。根据已进行的理论计算, 可以得到较好的结果。图1给出一组轴对称型线的计算结果。

二、各种方法的比较

函数 $f_1(x)$ 的选择对于确定管道形状有决定性意义。能够满足上述要求的简单函数并不多。选择一些典型的速度分布函数列入表2, 其中 $f_1(x)$ 主要由 e^{-kx^2} , $\tanh x$, $\cos kx$ 等与其他简单函数或级数组合而成。从表2说明可见, 单纯由指数函数、双曲函数构成的函数需要较宽的 x 区间, 从而使管道的长径比 (L/D_1) 较大。为了增大收缩比及缩短管道长度, 不同作者提出了不同的函数。

本文提出的函数 $f_1(x)$ 由 $h(x)$, $g(x)$, $k(x)$ 及收缩比参数组成, 满足对 $f_1(x)$ 所提

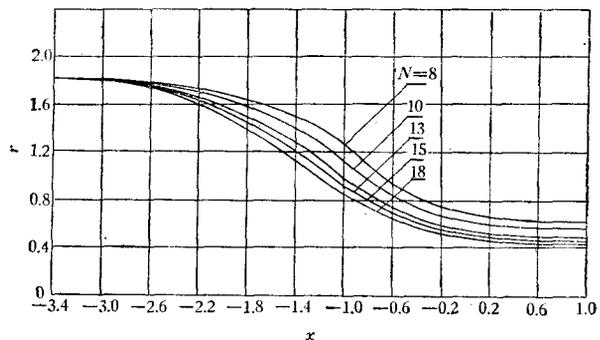


图1 进口尺度相同时, 一族不同收缩比的轴对称管道型线 ($N=8-18$)

表 2 典型的轴上速度分布函数与管道长径比

方 法	轴 上 速 度 分 布 函 数	长 径 比
钱学森法 ^[3] (1943)	$u(x) = 0.55 + 0.90 \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	$L/D_1 > 1.5$
堀荣一法 ^[4] (1963)	$u(x) = \frac{N+1}{N-1} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\int_0^x e^{-x^2} dx + \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{4x^2 + 2.86x + 1.2}} \right)$	$L/D_1 = 1.25 - 1.30$
Barger-Bowen 法 ^[15] (1972)	$u(x) = \frac{N+1}{2} + \frac{(N-1)c}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-c^2 x^2} dx + \sum_0^k d_n e^{-x^2} H_n(x)$	$L/D_1 \geq 1.5$
Szczeniowski 法 ^[7] (1943)	$u(x) = \frac{N+1}{2} + \frac{N-1}{2} \tanh\left(\frac{x}{a}\right)$	$L/D_1 > 1.5$
Cohen-Ritchie 法 ^[14] (1962)	$u(x) = \frac{N+1}{2} + \frac{N-1}{2} [\tanh k_1 x + 0.25 e^{-k_1 x^2}]$	$L/D_1 = 1.17 - 1.20$
Bossel 法 ^[6] (1969)	$u(x) = \frac{N+1}{N-1} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[\frac{\partial I_1(nK)}{\partial(nR)} + I_1(nR) \right]_{R=0} \cos nx$	$L/D_1 \geq 1.5$
本 文	$u(x) = \frac{N+1}{N-1} + \tanh kx + 0.5 [1 - (\tanh kx)^2] + 0.065 e^{-0.4(x+0.8)^2}$	$L/D_1 \leq 1.25$

出的一切条件。其中 $h(x)$ 与 $g(x)$ 的组合可以有效地缩短管道长度。 $k(x)$ 则起调整速度分布的作用, 它将使管道入口附近的逆压梯度尽可能减小。由于 $f_1(x)$ 的高阶导数在所论区间内随阶数增加而其数值迅速减小, 因此在同一截面上有较均匀的速度分布。特别在进、出口附近本文提供的结果较好, 在那里函数的高阶导数迅速趋近于零, 堀荣一法^[4]则较缓慢地变化, 而 Bossel 法^[6]的函数在取有限项时, 其高阶导数却并不都趋近于零。同时, 本文提出的函数形式较 Barger-Bowen^[15] 及 Bossel^[6] 的形式简单, 并不需要讨论多项式的截断误差, 最后给出的管道长径比较小。由于增加了 $k(x)$ 的修正, 因此在管道入口处只有很小的逆压梯度, 其结果较堀荣一法^[4] 及 Cohen-Ritchie 法^[14] 有所改进。在比较管道长径比时, 本文以下列气流偏角为依据: 进口处, 无量纲变量 $x = -3.4$, 流线相对于轴的最大偏角 $\theta_{\max} \leq 0.2^\circ$; 出口处, $x = +1.2$, $\theta_{\max} < 0.1^\circ$ 。按此要求截取管道时, 长径比一般小于 1.20。

三、模型风洞与校测结果

建造了模型风洞, 用来检验理论设计方法的可靠性。在管道内壁上贴满短丝线, 以便观察近壁流场特性。沿侧壁中心线开静压孔, 测量了沿程静压变化, 并换算为速度分布。在收缩段与实验段出口测量速度分布。

1. 模型风洞尺寸与外形 为了满足通常的使用要求, 建造了一个扁八角形截面的木

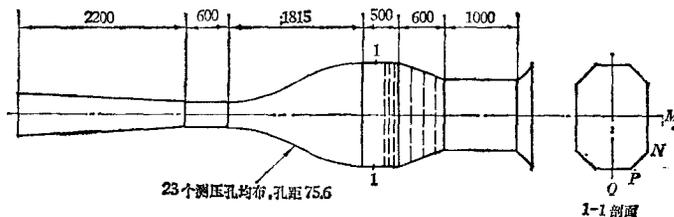


图 2 模型风洞外型与尺寸(单位: mm)示意图(俯视图)

制直风洞,收缩比为 13.025,实验段高度 $H=25.6\text{ cm}$,宽度 $B=36.6\text{ cm}$,切角高度为 $H/4$ 。收缩段的进口截面上标明为 M, N, P, Q 点, M 点位于上壁中心线上, Q 点位于侧壁中心线上。过上述四点的流线由本文方法计算给出。由过 M, Q 的二元型面代替实际流管的微弯三维曲面而建成风洞。前室中置三层网。前室上游为一个二元的有大扩散角的扩压段,扩散全角为 38° ,其内置四层防分离网。模型风洞的内壁尺寸及外形见图 2。

2. 实验与理论比较

1) 当实验段风速增至 50 m/s 时,管道内各处均未见分离。这表明在具有大扩散角的管道内,按照合适的距离安置防分离网,可以有效地防止气流分离。在收缩段入口附近,逆压梯度很小,几乎趋近于零,因此没有可见的局部分离发生。

2) 测压实验与速度分布 选择侧壁中心线测量静压分布,并换算为速度分布。由于侧壁中心线的流线半径值较底壁中心线的流线半径值大,沿侧壁中心线的流动速度梯度较大,进口附近的逆压梯度也应较其他区域广大,所以测量结果具有代表性。图 3 说明仅在管道中局部区域实验值略高于理论值。这可能是由于以二元型面管壁代替了理论微弯曲面流管所带来的影响。因为本文所选定的速度场在同一截面上的分布较均匀,因此局部边界条件的少许变动对流场产生的影响不大,特别对出口气流品质的影响很小。

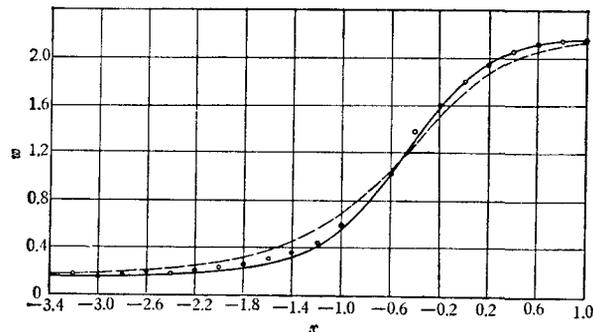


图 3 沿侧壁中心线无量纲速度分布的理论计算与实验比较

--- 管道中心线上速度分布计算值 ——— 侧壁中心线上速度分布计算值 ○ 侧壁中心线上速度分布实验值

图 4 给出的实验结果说明,在实验段中 $0.7B$ 的宽度内,最大速度分布的不均匀度小于 0.4% 。管道出口速度不均匀度定义为

$$\varepsilon = \frac{\bar{u}_1 - u}{\bar{u}_1} \times 100\%$$

\bar{u}_1 为实验段截面上的平均速度。

表 3 收缩段出口处三种方法的速度不均匀度比较

方法	N	L/D_1	$\bar{u}_1(\text{m/s})$	管型	出口处 ε_{\max}	
					理论	实验
堀荣 ^[4]	10	1.25	低于 50	圆	$\varepsilon < 0.5\%$	$\varepsilon < 0.6\%$
Bossel ^[6]	16	1.50	约 60	圆	$\varepsilon < 0.3\%$	$\varepsilon < 1.0\%$
本文	13.025	1.25	52	扁八角	$\varepsilon < 0.1\%$	$\varepsilon < 0.4\%$

在已发表的理论工作中,只有少数公布了实验验证结果。表3给出本文方法与其他两种方法的理论与实验结果比较,说明不论在理论及实验结果中,本文对提高气流品质所作的努力是有成效的。

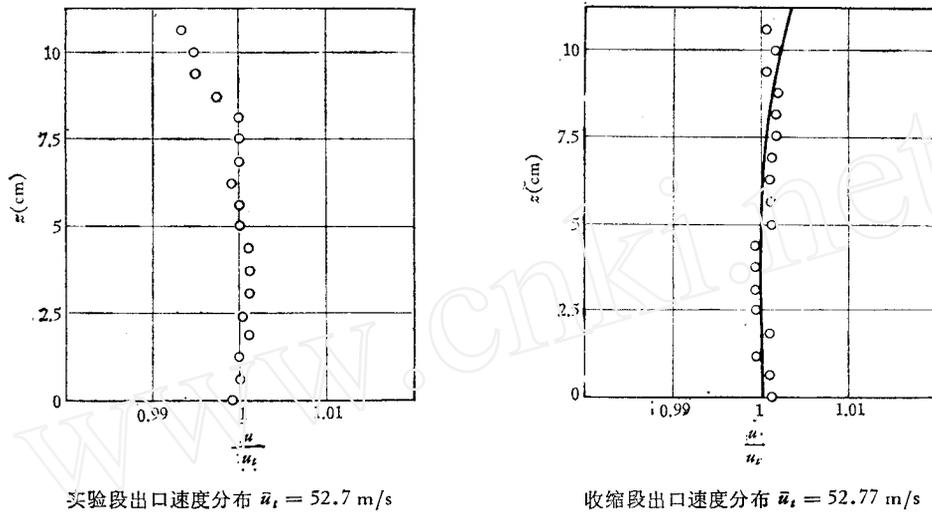


图4 收缩段出口与实验段出口的速度不均匀度
—— 理论计算值 ○ 实验值

本文主要工作在西北工业大学完成,当时在戴昌晖教授指导下进行,张乃平、杜声桐、马登平、荣柏森等同志参加了模型风洞的理论与结构设计及校测实验。计算工作由原西北计算所协助完成。在最近完稿时,林同骥教授给予热情指导。谨向他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Kelly, M. W., Mort, K. W., Hickey, D. H., NASA N72-33246 (1972), 50.
- [2] Thomas, F., Müller, R., DLR Mitt 72-21 (1972), 21.
- [3] Tsien, H. S. (钱学森), *JAS*, 10, 2 (1943), 68—70.
- [4] Ei-Ichi Hori (堀栄一), 日本航空学会誌, 11, 115 (1963), 229—234.
- [5] Morel, T., ASME 75-FE-17 (1975).
- [6] Bossel, H. H., *AIAA J.*, 7, 10 (1969), 2017—2022.
- [7] Sczeniowski, B., *JAS*, 10, 8 (1943), 311—312.
- [8] Thwaites, B., ARC R & M 2278 (1946).
- [9] Smith, R. H., Wang, C. T., *JAS*, 11, 8 (1944), 356—360.
- [10] Whitcheed, L. G., Wu, L. Y. (吴礼义), Waters, M. H. L., *Aeronautical Quarterly*, 2, 4 (1951), 254—271.
- [11] Lin, T. C. (林同骥), Proc. of the Second U. S. National Congress of Appl. Mech. (June 14—16, 1954), 629—635.
- [12] Harrop, R., *JRAS*, 55, 530 (1951), 169—180.
- [13] Jordinson, R., *Aircraft Engineering*, 33, 392 (1961).
- [14] Cohen, M. J., Ritchie, N. J. B., *JRAS*, 66, 616 (1962), 231.
- [15] Barger, R. L., Bowen, J. T., NASA TND-6962 (1972).

A METHOD ON THE DESIGN OF CONTRACTION DUCTS

Li Su-xun

(Beijing Institute of Aerodynamics)

Abstract

In this paper a procedure is developed for the design of contraction ducts, using solutions based on separation of variables for the stream function equations of incompressible axisymmetric potential flow.

A new type of axial velocity distribution function is suggested. Under a wide range of contraction ratios, this function can be used to greatly reduce the length of ducts and provide a high quality of flow, such as small adverse pressure gradient near the wall at entrance, uniformity and parallelism of the flow at exit and freedom from separation in the whole flow field, etc.

By using this method, a shallow octagonal form contraction duct of a wind tunnel with contraction ratio 13.025 was designed, built and tested. Theoretical calculations are compared with test results, they show good agreement. In the present case the adverse pressure gradient is so small that no perceptible region of separation is observed. The velocity distribution at entrance, exit or on the wall is perfectly satisfactory. The maximum non-uniformity in the exit velocity distribution is less than 0.4%.