

层状基岩上坝体抗滑稳定性的 塑性理论极限平衡法*

冶金工业部建筑研究院 王 志 良

提要 关于坝体抗滑稳定性计算,现在通用的极限平衡法指的是双斜滑动法。它把滑动体和阻滑体看作刚体来分析。对于坝体沿倾向下流的夹泥层产生深层滑动的情形,石膏模型试验表明失稳前坝趾处出现塑性区。本文用塑性力学原理分析失稳前的塑性区,得出了夹泥层上均质岩基及层状岩基安全系数与极限抗力的计算公式。文末给出大坝典型剖面抗滑稳定安全系数计算实例及与刚体分析法的比较。

一、前 言

目前研究重力坝沿基岩中软弱夹泥层滑动的稳定性问题是采用楔形体模式的双斜滑动法^[1,2],由此得出的安全系数偏大。由于许多高坝均建立在软弱岩基上,抗滑稳定安全系数常常成为控制性指标,所以改进抗滑稳定性计算方法很有必要。近年来已开展了有限元法计算^[3],考虑了坝踵开裂及沿夹泥层应力重分配,但对坝趾处塑性区未进行分析。从石膏模型抗滑稳定试验资料可知,在失稳前坝趾处将出现 45° 左右裂纹及挤压破坏区。此区扩大至夹泥层时,坝体失稳滑动。这个现象对于有夹泥层的并倾向下流的层状基岩是很关键的。坝踵处的开裂并不意味着失稳,只有坝趾处的挤压破裂才导致完全丧失稳定,因此分析失稳前的塑性区就是很必要的了。

本文利用塑性力学原理考虑了层面倾角 ϕ , 夹泥层摩擦系数 f_L , 各层抗剪强度指标 k_i 及容重 w 的影响,给出层状基岩上坝体抗滑稳定性的计算公式。

大坝的应力分析是取单宽断面当作平面应变状态。对于岩石、土力学问题,经常采用 Coulomb-Mohr 强度准则^[4,7]

$$\tau_n = \sigma_n \tan \varphi + c \quad (1.1)$$

平面应变情况下可以把式(1.1)写成

$$\tau_{\max} = \sigma \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (1.2)$$

式中 $\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ 为最大剪应力, $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$ 为平均主应力(静水压力), c

为凝聚力, $f = \tan \varphi$ 为内摩擦系数, φ 为内摩擦角。在本文考虑的问题中,塑性区在坝趾处水平表面至夹泥层之间。水平表面附近,假定表面均布荷重较小,则应力状态接近于单向压缩。夹泥层附近 σ 增加,主要由岩体自重引起。由于本文重点是考虑多层基岩与夹

* 1977 年 9 月 21 日收到。

泥层,为了分析的简化,在各层内忽略静水压 σ 的变化,把该层以上的岩体当作此层的荷重 Q_i 并作为主应力 σ_i 代入式(1.2),并令

$$k_i = \frac{C_i \cos \varphi_i + Q_i \sin \varphi_i}{1 - \sin \varphi_i} \quad (1.3)$$

则第 i 层基岩的强度准则变为

$$\tau_{\max}^2 = k_i^2 \quad (1.4)$$

即通称 Tresca 屈服准则的形式. 式(1.3)中 C_i , φ_i 为 i 层基岩的凝聚力与内摩擦角. 即使对岩性相同的基岩,考虑了自重影响后,由式(1.3), k_i 也是不同的了(见图1).

由于我们着眼于安全系数的计算而不是大坝与基岩的位移、变形特性,所以应用刚塑性平面应变理论,即当 $|\tau|_{\max} < k_i$ 时为刚性区,而 $|\tau|_{\max} = k_i$ 时为塑性区.

有时在现场做大型抗力试验来确定岩体抗力值 $[\sigma_{\text{抗压}}]$,这时

$$k = \frac{c_i \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{1}{2} [\sigma_{\text{抗压}}] \quad (1.5)$$

二、夹泥层上均质基岩的抗力

回顾一下塑性平面应变理论公式^[5,6]. Tresca 屈服条件是

$$\tau_{\max}^2 = \frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = k^2 \quad (2.1)$$

式中 k 为岩体强度参数,由野外大型抗力试验所得 $[\sigma_{\text{抗压}}]$ 或岩体 c , φ 值经式(1.3)确定.

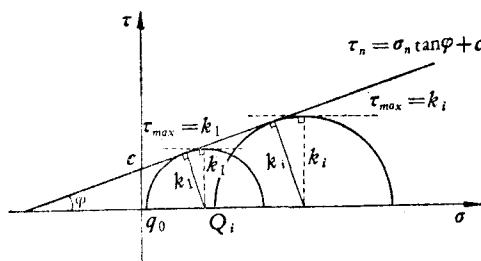


图1 Tresca 与 Coulomb-Mohr 准则

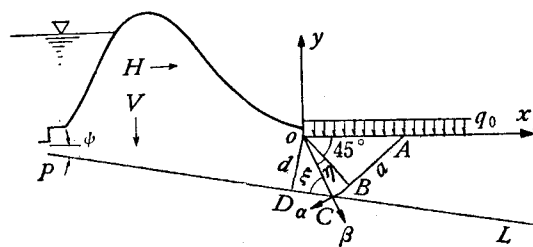


图2 均质基岩塑性区

设最大剪应力作用方向与 x 轴夹角为 θ ,则由

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \quad \text{及} \quad \frac{dy}{dx} = -\cot \theta \quad (2.2)$$

定义的曲线叫滑移线,也即是最大剪应力作用线. 第一式称 α 线,第二式称 β 线. 规定 α , β 形成正交右手系,且使最大主应力在第一象限. 由 Mohr 圆上可得关系

$$\sigma_x = \sigma - k_i \sin 2\theta, \quad \sigma_y = \sigma + k_i \sin 2\theta, \quad \tau_{xy} = k_i \cos 2\theta \quad (2.3)$$

代入平衡方程

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

中,可得特征线即滑移线,而在滑移线上有如下关系:

$$\left. \begin{array}{l} \text{沿 } \alpha \text{ 线} \quad \sigma - 2k\theta = \text{const} \\ \text{沿 } \beta \text{ 线} \quad \sigma + 2k\theta = \text{const} \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

若在边界上给出 σ_n, τ_n , 则可以求出边界处的 θ, σ 为

$$\theta = \varphi \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{\tau_n}{k} + n\pi, \quad \sigma = \sigma_n + k \sin 2(\theta - \varphi) \quad (2.6)$$

式中 θ 为 α 线与 x 轴夹角, φ 为边界法线与 x 轴夹角. 当边界上 τ_n 为 0 时,

$$\theta = \varphi \pm \frac{\pi}{4} + m\pi, \quad \sigma = \sigma_n \pm k \quad (2.7)$$

即这时滑移线与边界线成 45° 角相交.

当考虑重力时, 平衡方程 (2.4) 要增加重力项, 解出的特征线关系是^[5]:

$$\left. \begin{array}{l} \text{沿 } \alpha \text{ 线} \quad d\sigma - 2kd\theta = g\rho dh = wd h \\ \text{沿 } \beta \text{ 线} \quad d\sigma + 2kd\theta = g\rho dh = wd h \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

式中 g 为重力加速度, ρ 为岩体密度, w 为岩体容重, h 为从某一高度量起的垂直高差. 式 (2.8) 是本文应用的基本关系式.

图 2 是某大坝断面示意图. 先假定坝体与基岩的材料是相同的 (如砌石坝), 此时塑性区在坝趾下方基岩至夹泥层之间. 在软基情况下, 坝体材料 (混凝土或混凝土加浆砌块石) 比基岩要好, 这样的塑性区也是正确的.

塑性区 (滑移线网) 由直角 $\triangle OAB$ 及扇形 OBC 构成. 在水平表面 OA 上可作用有不大的均布荷重 $\sigma_n = -q_0$ (如消力池等), 故在 OA 面之内 [式 (2.7)] 有

$$\sigma_A = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y)|_A = -k - q_0, \quad \sigma_x = -2k - q_0 \quad (2.9)$$

以及 $\angle OAB = 45^\circ$. 沿直线 AB 积分式 (2.8) 的第一式, 得到

$$\sigma_B = -k - wa/\sqrt{2} - q_0 \quad (2.10)$$

由于 $\angle BOC = \phi + \xi - \frac{\pi}{4} = \eta$, $h_C = -a \sin(\phi + \xi)$, 沿 α 线 BC 积分式 (2.8) 的第一式, 得到

$$\sigma_C = -k(1 + 2\eta) - wa \sin(\phi + \xi) - q_0 \quad (2.11)$$

令式 (2.11) 中的 a 趋于 0, 得 O 点值

$$\sigma_O = -k(1 + 2\eta) - q_0 \quad (2.12)$$

$\triangle ODC$ 内应是约束塑性区, 在 DC 边上满足边界条件 (2.6)^[6], 即 $\cos 2\xi = -\tau_L/k$, 或写成

$$\xi = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_L}{k} \quad \left(\frac{\pi}{4} \leq \xi \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.13)$$

式中 τ_L 为夹泥层作用于岩基下表面上的剪应力, 它与夹泥层的摩擦系数成正比, 可由坝体对夹泥层 L 的垂直压力乘以摩擦系数并沿滑动面长度平均而得. 在这里认为是由给定的大坝断面所确定的数, 而且向左为正 (图 2).

根据式 (2.11), (2.12) 可引出 OC 线上正应力 σ 的平均值

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} (\sigma_O + \sigma_C) = -k(1 + 2\eta) - \frac{a}{2} w \sin(\phi + \xi) - q_0 \quad (2.14)$$

定义 R 为 OC 线上的合力, 我们称为岩体抗力, R 平行于 OC 的分量为 ka , 垂直于 OC 的分量为 $\bar{\sigma}a$. R 与 OC 法线的夹角 γ 也就可以算出

$$\cot \gamma = \frac{|\bar{\sigma}|}{k} = 1 + 2\eta + \frac{wd}{2k} \frac{\sin(\phi + \xi)}{\sin \xi} + \frac{q_0}{k} \quad (2.15)$$

式中

$$\eta = \phi + \xi - \frac{\pi}{4} = \phi + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_L}{k} \quad (2.16)$$

η 是扇形区的中心角, d 是 O 点向 L 线引的垂直线 OD 的长度. 式 (2.15) 清楚地反映了 τ_L (与摩擦系数 f_L 成正比), w , q_0/k 对抗力的影响. 有了 γ 值, 就可算出抗力 R 的数值:

$$R = \frac{d \cdot k}{\sin \gamma \sin \xi} \quad (2.17)$$

R 对滑动体 (OC 左方, PC 上方) 的阻滑作用是两方面的, R 平行于夹泥层 L 的分力是直接的阻滑, R 垂直于夹泥层 L 的分力将产生附加的摩擦力, 也起阻滑作用.

记 P_L 为阻滑力, f_L 为夹泥层 L 上的摩擦系数, φ_L 为摩擦角 $\tan \varphi_L = f_L$,

$$\kappa = \gamma + \xi - \frac{\pi}{2}$$

为 R 力方向与夹泥层 L 方向的夹角, 则有

$$P_L = R(\cos \kappa - f_L \sin \kappa) \quad (2.18)$$

注意到

$$\cos \kappa - f_L \sin \kappa = \frac{\sin(\gamma + \xi) \cos \varphi_L + \cos(\gamma + \xi) \sin \varphi_L}{\cos \varphi_L} = \frac{\sin(\gamma + \xi + \varphi_L)}{\cos \varphi_L}$$

代入式 (2.18) 就有

$$P_L = \frac{\sin(\gamma + \xi + \varphi_L)}{\cos \varphi_L} R = \frac{\sin(\gamma + \xi + \varphi_L)}{\sin \gamma \sin \xi \cos \varphi_L} kd \quad (2.19)$$

式 (2.19) 用角度 γ , ξ , φ_L 及 k , d 简洁地表达了岩基的极限阻滑力.

假定作用于坝体上的平行于 L 方向的总力为 T , 垂直于 L 方向的总力为 N , 即^[1]

$$T = H \cos \phi + V \sin \phi, \quad N = V \cos \phi - H \sin \phi - W_f \quad (2.20)$$

式中 H 为总水平力, V 为总垂直力, W_f 为垂直于夹泥层 L 的扬压力, ϕ 为夹泥层 L 的倾角, 则可以定义抗滑稳定安全系数为

$$K_c = (f_L N + P_L) / T \quad (2.21)$$

综合上述, 计算均质基岩上坝体沿夹泥层 L 滑动的抗滑稳定安全系数 K_c 的步骤是:

- | | | |
|---|---|-----|
| <p>I. 边界剪应力: $\tau_L = \frac{f_L N}{PD + d}$</p> <p>II. 阻滑面与夹泥层夹角: $\xi = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_L}{k}$</p> <p>III. 阻滑扇形区中心角(弧度): $\eta = \phi + \xi - \frac{\pi}{4}$</p> <p>IV. 抗力 R 与阻滑面法线夹角:</p> $\cot \gamma = 1 + 2\eta + \frac{wd}{2k} \frac{\sin(\phi + \xi)}{\sin \xi} + \frac{q_0}{k}$ | } | (A) |
|---|---|-----|

$$\text{V. 阻滑力: } P_L = \frac{\sin(\gamma + \xi + \varphi_L)}{\sin \gamma \sin \xi \cos \varphi_L} k d$$

$$\varphi_L = \arctan f_L$$

根据式 (A) 就可算出阻滑力 P_L , 从而按式 (2.21) 算出安全系数 K_c .

三、层状基岩的抗力

令 d_i , L_i , f_{L_i} , k_i 分别代表第 i 层基岩的厚度, 夹泥层及摩擦系数, 抗剪强度指标[见式 (1.3)]. 由于基岩干容重在 $2.6 \sim 3.0 \text{ t/m}^3$ 之间, 故取为同一值 w , 实用中可取 w 为各层容重按层厚的加权平均值.

设 L_i 互相平行, 如果第 j 个夹泥层 L_j 上的 f_{L_j} 最小(对 $i < j$, $f_{L_i} > f_{L_j}$), 大坝会不会沿 L_j 产生深层滑动?

以图 3 所示三层基岩为例分析, 由于它包含了表层、中间层及底层 (L_n 为假想滑动面), 因而具有一般意义.

整个塑性区仍由扇形区与直线区构成, 但在跨过界面 L_i 时, 应满足界面上正应力与剪应力连续的条件

$$\sigma_{L_i}^+ = \sigma_{L_i}^- \quad \tau_{L_i}^+ = \tau_{L_i}^- \quad (3.1)$$

式中正负角标分别表示由 L_i 上、下侧求出的值. 因扇形区径向直线与直线区特征线在跨过 L_i 时其倾角有突变, 令扇形区左、右两边界径向直线与 L_i 的夹角为 ξ_i , ζ_i , 将式 (3.1) 代入式 (2.6) 的第一式, 可得

$$k_i \cos 2\xi_i = k_{i+1} \cos 2\xi_{i+1} \quad (3.2)$$

$$k_i \cos 2\zeta_i = k_{i+1} \cos 2\zeta_{i+1} \quad (3.3)$$

如果大坝沿 L_n 滑动, 在 L_n 上根据式 (2.13),

$$\xi_n = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_{L_n}}{k_n} \quad (3.4)$$

代入递推公式 (3.2), 可知

$$\xi_i = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_{L_n}}{k_i} \quad \left(\frac{\pi}{4} \leq \xi_i \leq \frac{\pi}{2}, i = 1, 2, \dots, n \right) \quad (3.5)$$

当 f_{L_n} 较小, 使得 $\left(\frac{\tau_{L_n}}{k_i} \right)^2$ 为二阶小量可忽略时,

$$\xi_i \approx \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \frac{\tau_{L_n}}{k_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

由于自由表面无剪应力, 由式 (2.7) 可知

$$\zeta_1 = \frac{\pi}{4} - \phi \quad (3.7)$$

代入递推公式 (3.3) 可知

$$\zeta_i = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{k_1}{k_i} \sin 2\phi \right) \quad (3.8)$$

ϕ 较小及 k_i 间相差不大时, 可有近似式

$$\zeta_i \approx \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \frac{k_1}{k_i} \sin 2\psi \approx \frac{\pi}{4} - \frac{k_1}{k_i} \psi \quad (3.9)$$

见图 3 ($n=3$), 根据 ξ_i, ζ_i 可顺序画出扇形区边界 $O_1C_1 \cdots C_n, O_1B_1 \cdots B_n$. 在每层内延长 $C_{i-1}C_i, B_{i-1}B_i$ 相交于 O_i , 即为该层扇形区的中心. 以 O_n 为圆心, O_nC_n 为半径作圆弧 C_nB_n , 如果与 $B_{n-1}B_n$ 相交于 B_n , 则接下去联结与 $B_{n-1}B_n, \cdots, B_{i-1}B_i, \cdots, O_1B_1$ 正交的直线直至表面, 如果圆弧先与 L_{n-1} 相交于 B'_n , 则在第 $n-1$ 层内用过 B'_n 的圆弧(圆心在 O_{n-1})联结 B'_n , 再看此圆弧先与 $B_{n-2}B_{n-1}$ 相交还是先与 L_{n-2} 相交, 从而决定是用圆弧还是用直线往 $n-2$ 层内联结, 如此下去直至表层, 可确定整个塑性区的滑移线.

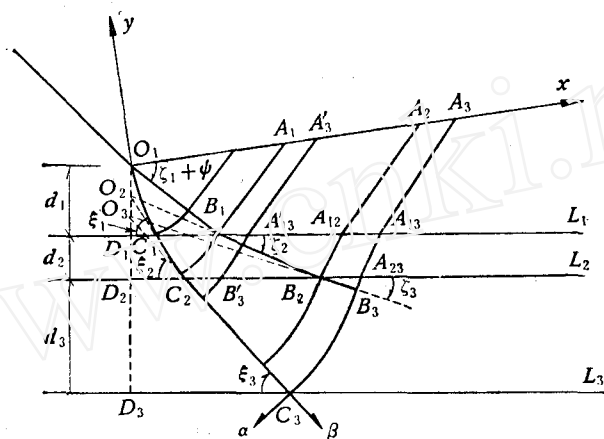


图 3 多层基岩塑性区

记 i 层内 C_{i-1}, C_i 点处的静水压力 ($C_{i-1}C_i$ 线上的正应力) 为 $\sigma_{i-1}^-, \sigma_i^+$, 逐段沿 β 线积分式 (2.8), 可得 $O_1C_1 \cdots C_n$ 上的正应力分布

$$\sigma_i^+ = \sigma_{i-1}^- - wd_i \frac{\sin(\xi_i + \psi)}{\sin \xi_i} \quad (3.10)$$

再利用式 (2.6) 及 (3.1) 导出跨过 L_i 的跳跃值

$$\sigma_i^- - \sigma_i^+ = k_i \sin 2\xi_i - k_{i+1} \sin 2\xi_{i+1} \quad (3.11)$$

记

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{2} (\sigma_{i-1}^- + \sigma_i^+) \quad (3.12)$$

为 $C_{i-1}C_i$ 上的平均正应力, 则由上三式易得 $\bar{\sigma}_i$ 的递推式

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_{i-1} + k_{i-1} \sin 2\xi_{i-1} - k_i \sin 2\xi_i - q_i \quad (3.13)$$

式中记

$$q_i = \frac{w}{2} \left(d_{i-1} \frac{\sin(\xi_{i-1} + \psi)}{\sin \xi_{i-1}} + d_i \frac{\sin(\xi_i + \psi)}{\sin \xi_i} \right) \quad (i = 2, 3, \cdots, n) \quad (3.14)$$

对 $i \geq 2$ 求和后导出

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_1 + k_1 \sin 2\xi_1 - k_i \sin 2\xi_i - \sum_{m=2}^i q_m \quad (3.15)$$

已知在 i 层内 $C_{i-1}C_i$ 上的剪应力为 k_i , 从而可算出 $\bar{\sigma}_i$ 与 k_i 的合力 R_i 与 $C_{i-1}C_i$ 法线的夹角 γ_i :

$$\cot \gamma_i = \frac{|\bar{\sigma}_i|}{k_i} = \frac{k_1}{k_i} (\cot \gamma_1 - \sin 2\xi_1) + \sin 2\xi_i + \frac{1}{k_i} \sum_{m=2}^i q_m \quad (i \geq 2) \quad (3.16)$$

对于第一层, 类似于式 (2.15), (2.16), 这里有

$$\cot \gamma_1 = \frac{|\bar{\sigma}_1|}{k_1} = 1 + 2\eta_1 + (q_0 + q_1)/k_1 \quad (3.17)$$

$$\eta_1 = \phi + \xi_1 - \frac{\pi}{4} \quad (3.18)$$

$$q_1 = \frac{1}{2} w d_1 \frac{\sin(\xi_1 + \phi)}{\sin \xi_1} \quad (3.19)$$

综合上述, 计算层状基岩抗力的公式为:

$$\left. \begin{aligned} \text{I. 边界剪应力: } \tau_{L_n} &= \frac{f_{L_n} N}{P D_n + \overline{O_1 D_n}} \\ \text{II. 阻滑面 } C_{i-1}C_i \text{ 与 } L_i \text{ 夹角: } \xi_i &= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\tau_{L_n}}{k_i} \\ \text{III. 参数: } Q_i &= \sum_{m=0}^i q_i = q_0 + w \sum_{m=1}^{i-1} d_m \frac{\sin(\xi_m + \phi)}{\sin \xi_m} \\ &\quad + \frac{w d_i \sin(\xi_i + \phi)}{2 \sin \xi_i} \\ &\quad Q_i \text{ 为 } C_{i-1}C_i \text{ 中点以上铅直单宽岩柱重与表面荷} \\ &\quad \text{重 } q_0 \text{ 之和, 岩柱高亦可从图 3 量出} \\ \text{IV. 抗力 } R_i \text{ 与阻滑面 } C_{i-1}C_i \text{ 法线夹角:} \\ \cot \gamma_i &= \frac{k_1}{k_i} [1 + 2\eta_1 - \sin 2\xi_1] + \sin 2\xi_i + \frac{Q_i}{k_i} \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ \eta_1 &= \phi + \xi_1 - \frac{\pi}{4} \\ \text{V. 阻滑力:} \\ P_{L_n} &= \frac{1}{\cos \varphi_{L_n}} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\sin(\gamma_i + \xi_i + \varphi_{L_n})}{\sin \gamma_i \sin \xi_i} k_i d_i \right) \\ \varphi_{L_n} &= \arcsin f_{L_n} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B})$$

最后计算抗滑稳定安全系数 K_{C_n} :

$$K_{C_n} = (f_{L_n} N + P_{L_n}) / T \quad (3.20)$$

作为特例, 可考虑 $k_i = k_1 (i = 2, 3, \dots, n)$, 但 $f_{L_n} < f_{L_i} (i < n)$. 由式 (B) 及 (3.8)

可知 $\xi_i = \xi_1$, $\zeta_i = \zeta_1 = \frac{\pi}{4} - \phi$, 塑性区形状与第二节相同, 由 O_1 点为圆心的扇形 $O_1 C_n B_n$

及 $\triangle O_1 B_n A_n$ 组成. 按式 (B) 的 IV, V, γ_i 分段计算:

$$\cot \gamma_i = 1 + 2\eta_i + \frac{Q_i}{k_i} \quad (3.21)$$

$$P_{L_n} = \frac{k_1}{\sin \xi_1 \cos \varphi_{L_n}} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\sin(\gamma_i + \xi_1 + \varphi_{L_n})}{\sin \gamma_i} d_i \right) \quad (3.22)$$

展开后,利用恒等式

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n d_i Q_i &= q_0 \sum_{i=1}^n d_i + \frac{w}{2} \frac{\sin(\xi_1 + \phi)}{\sin \xi_1} \left[\sum_{i=1}^n d_i \left(d_i + \sum_{m=1}^{i-1} 2d_m \right) \right] \\ &= q_0 \sum_{i=1}^n d_i + \frac{w}{2} \frac{\sin(\xi_1 + \phi)}{\sin \xi_1} \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

可证明

$$\sum_{i=1}^n \frac{\sin(\gamma_i + \xi_1 + \varphi_{L_n})}{\sin \gamma_i} d_i = \frac{\sin(\gamma_1 + \xi_1 + \varphi_{L_n})}{\sin \gamma_1} \sum_{i=1}^n d_i \quad (3.24)$$

亦即可将 L_n 以上视为单层基岩按式(A)计算 P_L 而得与式(B)计算 P_{L_n} 同一的结果。

在上述特例中 C_n 点处, σ_n^+ 也可沿 α 线 $A_n \cdots C_n$ 积分而得前述式(3.15)等应力公式。 k_i 值各层不相同, 应力公式是沿 β 线 $O_1 \cdots C_n$ 积分而得的。 如果也沿 α 线 $A_n \cdots C_n$ 积分, 能得到 σ_i^+ , σ_i^- 等的同一公式吗? 可以证明, 如果近似式(3.6), (3.9)成立,

$\left(\frac{k_1}{k_i} \phi\right)^2$ 及 $\left(\frac{\tau_{L_n}}{k_i}\right)^2$ ($i = 2, 3, \dots, n$) 可作为二阶小量略去, 则

$$k_1 \sin 2\zeta_1 - k_i \sin 2\zeta_i \approx k_1 \sin 2\xi_1 - k_i \sin 2\xi_i \approx k_1 - k_i \quad (3.25)$$

$$k_1(\xi_1 - \zeta_1) \approx k_i(\xi_i - \zeta_i) \approx \tau_{L_n} + \sin 2\phi \quad (3.26)$$

有了上两式, 沿 β 线积分或沿 α 线积分至 C_n 点就可得同一应力公式(B)。 在实际工程中也常是要考查低摩擦系数(0.20—0.30)与缓倾角(0—10°)的坝基抗滑稳定问题。

四、 例 子

国内不少地基中有软弱夹泥层的大坝, 抗滑稳定计算采用刚体平衡的双斜滑动法。 计算公式是[符号见式(2.20)]:

阻滑体抗力

$$R = \frac{T - f_L N}{\cos(\gamma - \phi) - f_L \sin(\gamma - \phi)} \quad (4.1)$$

沿破裂面 CA 的安全系数(见图4虚线)

$$K_{CA} = \frac{f_1 [R \sin(\gamma + \mu) - W_1 + V_2 \cos \mu] + C_2 L_2}{R \cos(\gamma + \mu) - V_2 \sin \mu} \quad (4.2)$$

如果假定垂直破裂面上的摩擦角 $\gamma = \phi$, 式(4.1), (4.2)就变成文献[1]中第148页的公式。 计算时, 改变 μ 角求 K_{CA} 的最小值即做为安全系数^[7]。

国内某坝设计中发现 K_{CA} 值较大, 但安全感似不真实, 又补充了一个条件

$$\sigma_x = \frac{R \cos \gamma}{h} \leq [\sigma_{\text{抗压}}] \quad (4.3)$$

式中 h 为垂直破裂面高度, $[\]$ 为允许应力。 由于坝基软弱, 此条件成了控制因素, K_{CA}

计算失去指导意义。与第二、三节相似,考虑沿 L 滑动的安全系数 K_c , 可由式 (4.2) 中令 $K_{cA} = 1$ 求出 R 及 P_L , 代入 $K_c = (f_L N + P_L)/T$ 中, 即可与本文方法比较。表 1 中 1, 2 项为用本文方法按一层及两层基岩计算的结果。第二层用式 (1.3) $k_2 = 22.5 + 12.2 = 34.7 \text{ t/m}^2$ 考虑了第一层岩重将提高第二层基岩的抗剪强度。第 5 项广义双斜的计算是取

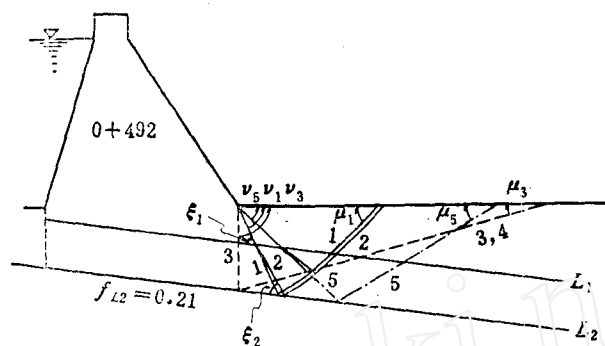


图 4 本文方法与双斜法的例子
1, 2 刚性分析(本文方法) 3, 4 刚性分析(双斜法) 5 刚性分析(广义双斜法)

消了双斜法中垂直破裂面, 代之以倾斜的破裂面, 发现安全系数降低很多。似乎可以说明, 作为刚体平衡的分析方法, 双斜法也未给出恰当的滑动机构, 从而使安全系数计算值偏高。

某坝 0 + 492 断面参数: $\phi = 5^\circ$, $\varphi_{L_2} = 12^\circ$, $d_1 = 7.55 \text{ m}$, $d_2 = 10 \text{ m}$, $w = 1.6 \text{ t/m}^3$ (浮容重), $\tau_{L_2} = 12 \text{ t/m}^2$, $C = 12.99 \text{ t/m}^2$, $\varphi = 30^\circ$ ($k_1 = 22.5 \text{ t/m}^2$, $k_2 = 34.7 \text{ t/m}^2$), $T = 1564 \text{ t}$, $f_{L_2} N = 600 \text{ t}$ 。

表 1 安全系数 K_c

	φ		$C(\text{kg/cm}^2)$	ν	ξ	μ	$K_c = (f_{L_2} N + P_{L_2})/T$
本文方法	1	30°	1.299	$66^\circ 3'$	$61^\circ 3'$	45°	1.14
	2	30°	1.299	$66^\circ 3'$	$61^\circ 3'$ $55^\circ 6'$	45°	1.36
双斜法	3	30°	1.299	90°	85°	15°	3.85
	4	30°	0	90°	85°	15°	2.00
广义双斜	5	30°	0	45°	40°	$28^\circ 18'$	1.03

河北水电学院所做某坝石膏模型试验表明, 坝趾处塑性区边界线与表面倾角为 45° 左右。作者过去曾将黄砂与白砂分层捣实装入铅直平行玻璃间当作基岩做了定性模型试验。根据弯曲了的层面线量出了破裂面角度 $\nu \approx 63^\circ$, $\mu \approx 42^\circ$ (图 5), 说明本文塑性区较接近试验结果。

五、结 语

陈宗基、潘家铮等曾指出,坝体抗滑稳定性计算应该从简单的刚体平衡分析过渡到破裂面上各点的应力及变形分析,从直线式的破裂面假定过渡到曲线式的较真实的破裂面形式,从刚体平衡过渡到弹塑性分析. 本文是朝此方向进行的一个试探性工作. 坝趾处失稳前出现塑性区已为试验证实,本文计算的塑性区范围较双斜法接近实际. 文中虽然用 Tresca 屈服准则,但在各层基岩抗剪强度指标 k_i 值选取中可以反映平均主应力的影响. 所得两组公式 (A), (B) 简单明了,易于掌握.

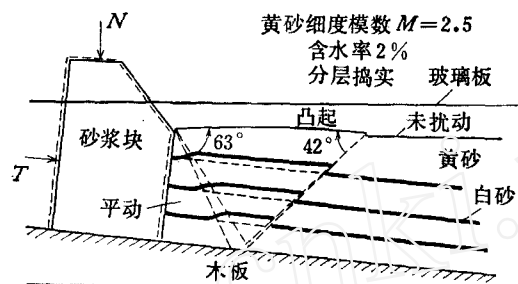


图 5 定性模型试验

参 考 文 献

- [1] 水电科学研究所,地质研究所,水利水电工程地质,科学出版社,北京(1974), 146—148.
- [2] Stagg, K. G., Zienkiewicz, O. C., *Rock Mechanics in Engineering Practice*, London (1968).
- [3] 水利水电工程应用电子计算机资料选编,水力电力出版社,北京(1977), 77—86.
- [4] Соколовский, В.В. (徐志英译),松散介质力学,地质出版社,北京(1956).
- [5] Hill, R. (王仁等译),塑性数学理论,科学出版社,北京(1966).
- [6] 王仁,北京大学学报,4(1956).
- [7] 沈珠江,水利学报,3(1962), 22—36.

A PLASTIC LIMIT EQUILIBRIUM METHOD FOR THE CALCULATION OF THE STABILITY OF A DAM ON A LAYERED ROCK

Wang Zhi-liang

(Institute of Construction Research, Ministry of Metallurgical Industry of China)

Abstract

The conventional limit equilibrium method for the calculation of the stability of a dam is the "Wedge Analysis" method, which is an analysis based on the assumption of a rigid base rock. In a series of gypsum models tests it has been observed that near the toe of the dam a plastic zone appears, while the dam slides along a thin soft layer inclined downstream. This paper presents a formula based on plasticity theory to estimate the safety factor of an isotropic base rock or a layered base rock laying on a thin soft layer (formulas (A), (B)). At the end of this paper, several examples are given for a comparison of "Wedge Analysis" method with the plasticity analysis method.