

# 波浪作用下的泥沙沉降速度

天津大学 赵子丹

**提要** 本文认为泥沙在波动水流中的沉降与在静水中的沉降不同,即泥沙还受波浪紊动的举力作用而使沉降速度减慢。波浪运动由水面向下逐渐衰减,所以,波浪对泥沙沉降速度的减缓作用也由水面向下逐渐衰减。由此出发推得了相应的理论公式,计算结果与实验数据的比较在规律性上是一致的,但计算值的精度尚嫌不足。

研究悬沙运动时,泥沙沉降速度是一个重要的依据。在滨海区域,波浪通常是重要的动力因素之一。迄今为止,国内外对波浪作用下泥沙沉降速度的问题还缺乏研究。本文对元球形固体颗粒在推进波(可用微幅波理论概括的规则余波)作用下的沉降速度进行了研究。

## 一. 基本方程

现研究粒径为  $a$  的固体颗粒在波动水流中的平衡条件(图1)。设  $G$  为固体颗粒在水



图1 波动水流中固体颗粒的受力情况

中的重力,它等于固体颗粒下沉而受到的周围流体的阻力,但方向相反。显然有

$$G = C_D \frac{\rho}{2} \frac{\pi d^2}{4} \omega_0^2 \quad (1)$$

式中  $C_D$  为颗粒在静水中沉降时的阻力系数,  $\rho$  为水的密度,  $\omega_0$  为颗粒在静水中的沉降速度。

在波浪作用下,固体颗粒受有波浪的上举力  $F$ , 显然

$$F = \sigma_v \cdot \pi d^2 / 4 \quad (2)$$

式中  $\sigma_v$  为波浪紊动产生的作用于元球上的上举应力。

设固体颗粒在波动水流中的沉降速度为  $\omega$ , 该颗粒在波浪作用下沉降时的阻力系数为  $C'_D$ , 仿照式(1), 可以写出

$$D = C'_D \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \omega^2 \quad (3)$$

按照颗粒的平衡条件  $D = G - F$ , 即得

$$\omega^2 = \frac{1}{C'_D} \left( C_D \omega_0^2 - \frac{2}{\rho} \sigma_y \right) \quad (4)$$

$D > 0$  表示固体颗粒在波浪作用下仍保持下沉状态,  $D < 0$  表示固体颗粒在波浪作用下处于上升状态,  $D = 0$  表示固体颗粒在波浪作用下处于相对静止状态. 因此在公式(4)中, 如右侧括弧内部分为正, 则沉速  $\omega$  应取正值(固体颗粒下沉), 否则应取负值(固体颗粒上浮).

## 二、球体的阻力系数 $C_D$ 和 $C'_D$

阻力系数  $C_D$  是雷诺数  $Re$  的函数, 即  $C_D = f(Re)$ . 式中  $Re = \frac{\omega_0 d}{\nu}$ ,  $\nu$  为流体的运动粘性系数(其单位为  $\text{cm}^2/\text{s}$ ). 按照文献[1]的分析,  $C_D$  值可按下式确定:

$$\left. \begin{array}{ll} Re < 0.2 \text{ 时,} & C_D = 24/Re \\ Re = 0.2-10^3 \text{ 时,} & C_D = 10/Re^{1/2} \\ Re = 10^3-2.5 \times 10^5 \text{ 时,} & C_D = 0.43 \end{array} \right\} \quad (5)$$

阻力系数  $C'_D$  则是与这种运动状态相联系的雷诺数  $Re'$  的函数, 即  $C'_D = f(Re')$ . 仿照式(5), 我们写出:

$$\left. \begin{array}{ll} Re' < 0.2 \text{ 时,} & C'_D = 24/Re' \\ Re' = 0.2-10^3 \text{ 时,} & C'_D = 10/Re'^{1/2} \\ Re' = 10^3-2.5 \times 10^5 \text{ 时,} & C'_D = 0.43 \end{array} \right\} \quad (6)$$

应该承认, 按照上述规定确定  $C'_D$  的依据是不充分的. 但是, 从最终的计算结果和实验数据的比较表明, 如果按照我们的分析方法, 采用上述规定来确定  $C'_D$  值还是可行的.

## 三、波浪紊动产生的上举应力 $\sigma_y$

与粘性流体中的情况相仿, 在紊动水流中的应力张量可表示如下<sup>[2]</sup>:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} = \rho \varepsilon \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} & 2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中  $\varepsilon$  为紊动的运动粘性系数,  $A = \rho \varepsilon$  为紊动粘性系数.

只要知道波浪的轨迹速度及  $A$ , 便易于从公式(7)求出  $\sigma_y$  值. 我们规定水平坐标轴  $x$  在静水面, 取顺波向为正; 垂直轴  $y$  由静水面向下为正, 应用微幅波理论分别写出有限水深情况下余波的轨迹速度的水平分量和垂直分量为:

$$\left. \begin{array}{l} U = \frac{h}{2} \sigma \frac{\text{ch}K(H-y)}{\text{ch}KH} \cos \theta \\ V = -\frac{h}{2} \sigma \frac{\text{sh}K(H-y)}{\text{sh}KH} \sin \theta \end{array} \right\} \quad (8)$$

式中  $\theta = Kx - \sigma t$ ,  $K = 2\pi/\lambda$ ,  $\sigma = 2\pi/T$ ,  $\lambda$  为波长,  $h$  为波高,  $T$  为波浪的周期.

按文献[3], 波浪的紊动粘性系数  $A$  为

$$A = \frac{b\gamma hc}{4\pi} \frac{\text{ch} K(H-y)}{\text{ch} KH} \quad (9)$$

式中  $b = 0.0025$ ,  $\gamma$  为水的容重 ( $t/m^3$ ),  $h$  为波高 ( $m$ ),  $c$  为波速 ( $m/s$ ),  $H$  为水深 ( $m$ ),  $K = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长 ( $m$ ). 可以看出,  $A$  的量纲为 [ $t \cdot s/m^2$ ],  $b$  的量纲为 [ $s^2/m$ ].

$V$  对  $y$  的一次偏导数为

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{h}{2} \sigma K \frac{\text{ch} K(H-y)}{\text{sh} KH} \sin \theta \quad (10)$$

因为

$$\sin \bar{\theta} = \frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{2}{\pi} \quad (11)$$

故得

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = \frac{h}{\pi} \sigma K \frac{\text{ch} K(H-y)}{\text{sh} KH} \quad (12)$$

这儿  $\frac{\partial \bar{V}}{\partial y}$  是经过时间平均后的  $\frac{\partial V}{\partial y}$ . 运用式(7), (9)及(12)即得

$$\sigma_y = \frac{2brh^2}{T^2} \frac{\text{ch}^2 K(H-y)}{\text{ch} KH \text{sh} KH} \quad (13)$$

#### 四、计算公式

把公式(13)代入式(4), 并注意到  $b = 0.0025$ ,  $g = r/\rho = 9.81$ , 即得

$$\omega^2 = \frac{1}{C_D'} \left[ C_D \omega_0^2 - 0.0981 \frac{h^2 \text{ch}^2 K(H-y)}{T^2 \text{ch} KH \text{sh} KH} \right] \quad (14)$$

在水面处,  $y = 0$ ,

$$\omega^2 = \frac{1}{C_D'} \left[ C_D \omega_0^2 - 0.0981 \frac{h^2 \text{ch} KH}{T^2 \text{sh} KH} \right] \quad (14')$$

在海底处,  $y = H$ ,

$$\omega^2 = \frac{1}{C_D'} \left[ C_D \omega_0^2 - 0.0981 \frac{h^2}{T^2 \text{sh} KH \text{ch} KH} \right] \quad (14'')$$

由上述三个公式可知: 1) 在水面附近, 波浪的作用对固体颗粒的沉降速度起着显著的减小作用, 这种减小沉降速度的作用随着颗粒所处位置愈远离水面而愈减小; 2) 波浪的因素则由波高、周期及相对水深对固体颗粒的沉速起直接的影响.

#### 五、实验验证

我校王尚毅同志曾于 1962 年做过水槽中固体颗粒在波浪作用下的动水沉降实验. 实验是在宽 25cm, 长 700cm, 高 80cm 的波浪槽中进行的. 槽前设有冲击式生波机. 首

尾两端附有透水消能设置。在槽中段的观察部位贴有坐标网格。波动要素经过目测及照

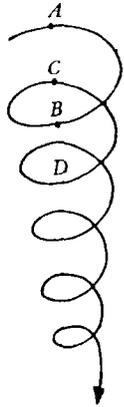
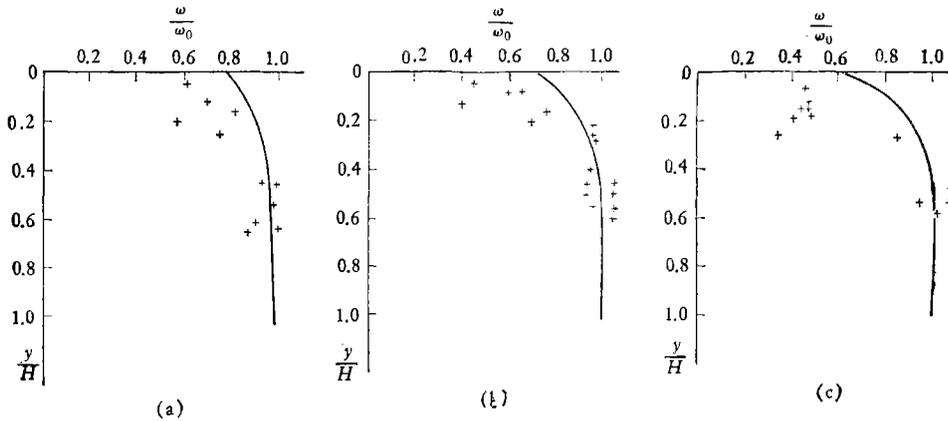


图2 固体颗粒的沉降过程曲线

相机配合进行。用电影机记录颗粒的沉降过程。实验之初，测得颗粒的静水沉速(用电影机与目测配合进行)，测记水深，然后开动生波机，进行波浪振幅及周期的记录；再次，将颗粒轻轻放入波动水流中，用电影机追记其运动轨迹，按实验资料绘出沉降过程曲线，发现颗粒是以螺旋形运动方式下降的(图2)，且螺旋形随着沉距的增加而逐渐减小，到一定深度后就以直线运动向下沉降。实验还表明，颗粒从最高位置A到第二次最高位置C与由最低位置B到第二次最低位置D所需的时间是相等的，以  $T_s$  表示之。因此，取A点高程  $y_A$  与C点高程  $y_C$  之差以  $T_s$  除之，即得在高程  $y_A + \frac{(y_C - y_A)}{2}$  处的时均沉速  $\frac{(y_C - y_A)}{T_s}$ 。用同样方法可以求得高程为  $y_B + \frac{(y_D - y_B)}{2}$  处的时均沉速  $\frac{(y_D - y_B)}{T_s}$ 。通过分析发现，波峰处的固体颗粒沉速与波谷处的大略相等。这样就可以整理出一定的波浪要素及颗粒特性条件下的沉降资料(如图3中的实验点子)，它表明了沉速比  $(\omega/\omega_0)$  与高程比  $(y/H)$  之间的函数关系。我们根据实验条件用本文的计算公式作了计算，在图3中绘出了由计算值连成的曲线。结果表明，计算值与实验值大致符合，但在静水面附近实验值普遍地比计算值小，这似乎可引入所谓的 Жуковский 举力<sup>[4]</sup>来解释(本文的推导中没有考虑这个力)。这种观点曾为文献[5]在分析重力波对水平障碍物的作用时采用过，但其力学机理还有待研究。



(a)  $\omega_0 = 4.55\text{cm/s}$     (b)  $\omega_0 = 2.90\text{cm/s}$     (c)  $\omega_0 = 2.36\text{cm/s}$   
 $d = 0.737\text{cm}$              $d = 0.473\text{cm}$              $d = 0.442\text{cm}$

图3 波浪作用下的沉速比  $(\omega/\omega_0)$  与高程比  $(y/H)$  的关系

$H = 38.4\text{cm}$ ,  $h = 4.0\text{cm}$ ,  $\lambda = 79.5\text{cm}$ .  
 $T = 0.714\text{s}$ ,  $\nu = 0.0101\text{cm}^2/\text{s}$ .

**附记** 上述实验是在  $H = 38.4\text{cm}$ ,  $\lambda = 79.5\text{cm}$ ,  $h = 4.0\text{cm}$  的情况下进行的，即实验条件是在相对水深  $(H/\lambda) \approx 0.5$ ，波陡  $(h/\lambda) \approx 1/20$  时的情况。按照文献[6]，在上述情况下微幅波理论是可用的，但在实际情况下海滨泥沙运动剧烈的区域，往往  $(H/\lambda) \ll 0.5$ ,  $(h/H) \gg 1/20$ ，此时就需要根据具

体条件应用高阶波理论、椭圆波理论或孤立波理论来表征波浪的运动。此外,在波浪破碎区域,泥沙运动极为剧烈,此时波浪运动将更为复杂。这些情况下泥沙在波动水流中的沉速问题,有待进一步的研究。

### 参 考 文 献

- [1] 沙玉清,泥沙研究, 1, 2(1956), 1—13.
- [2] Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill INC., New York (1960), 482.
- [3] Башкиров, Г. С., Динамика прибрежной зоны моря, Издат. "Морской транспорт" (1961).
- [4] 巴特勒雪夫, А. Н., 流体力学(上册), 高等教育出版社, 北京(1958), 232—245.
- [5] Лаппо, Д. Д., Силовое воздействие гравитационных волн при обтекании гидротехнических сооружений, Издат. "АН СССР", Москва (1962), 34.
- [6] Wiegel, R. L., *Oceanographical Engineering*, Prentice-Hall International, Inc., London, p. p. 11—76.

www.cnki.net