

平面曲轴八缸 V 型内燃机二阶往复 惯性力二轴平衡法分析

山东工学院 刘先志

提要 前文[1]曾引用“四轴概念”分析平面曲轴 8 缸 V 型内燃机二阶往复惯性力的平衡方案,得出了一些结果;但除夹角 $\gamma = 60^\circ$ 一例之外,其余均须用四根轴才能达到平衡,因而本文把已得出的结果再作简化。简化工作分为两部分,一部分是为较小夹角的,例如专为区间 $0 \leq \gamma \leq \pi/3$ 的;一部分是为较大夹角区间 $\pi/3 \leq \gamma \leq \pi$ 的。

本文的二轴平衡法并非径用二轴概念入手进行分析,而是利用理论力学力系变换原理由四轴平衡体系^[1,2]简化出二轴平衡体系。后者可称为“四轴平衡”的“二轴当量”,因为它们的平衡效应是相等的;文中有时叫做“二轴平衡当量”。

一、夹角在区间 $0 \leq \gamma \leq \pi/3$ 内的二轴平衡当量

本节系对于较小小夹角机型进行平衡系统的简化,可取图 1 所示的安排作为讨论的具体对象。文[1]里的两个关系 $\varphi_1 - \varphi_4 = -\gamma$ 和 $\varphi_2 - \varphi_3 = 3\gamma$ 启示我们,简化可基于下列几个原则来进行。

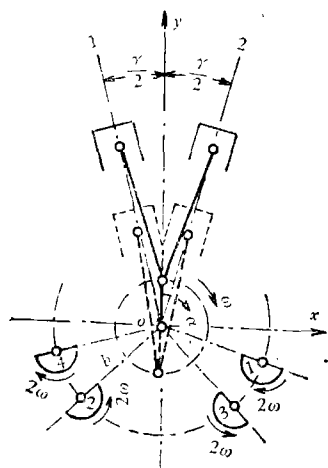


图 1 简化原“四轴平衡”的安排
夹角小于 $\pi/3$

- i) 简化后不可产生附加力矩和他种惯性力;
- ii) 把同向旋转的两个重块合并,把四轴简化成两轴;
- iii) 严守理论力学所提出的力移置规则,根据有利于使二轴当量平衡系统仍不产生合力矩的原则把合并后的两重块移位。

合并移置设想可有下列几种:

- (i) 重块 1 和 4 合并,重块 2 和 3 合并;
- (ii) 由于重块 1 和 4 合并后的合力比重块 2 和 3 的合力大些,所以应当把它移置到对曲轴中心线有较小的力臂的位置;同理应把重块 2 和 3 的合力移置到对曲轴中心线有较大力臂的位置,以期有可能达到对于曲轴中心线不产生附加力矩的目的;

(iii) 我们可以尝试,把重块 1 和 4 移到原重块 2 的位置上,把重块 2 和 3 移置到原重块 1 的位置上;或把重块 1 和 4 移置到原重块 3 的位置,而把重块 2 和 3 移置到原重块 4 的位置;可以看出,这两种移置设想是等效的。

例如,若用 (iii) 里的第一种移置设想,就产生图 2 所示的二轴当量的一般形式,并且也未产生附加力矩。下边叙述移置的详细过程。

把重块 1 移置到重块 2 上,会对曲轴中心线产生力矩(以与曲轴转向相同为正,反向

为负) $M_1 = Fb + Fb \sin \gamma$; 把重块 4 移到重块 2 上, 则有附加力矩 $M_4 = -Fb + Fb \cos \gamma$; 把重块 2 移到重块 1 上, 则有 $M_2 = -Fb - Fb \sin \gamma$; 对于移重块 3 到重块 1 上, 则有 $M_3 = Fb - Fb \cos \gamma$, 其中 F 是每个重块以 2ω 旋转时的离心力, b 是重块所在地点的径距^[1,2]. 于是对于坐标原点可得

$$\sum_{i=1}^4 M_i = 0 \quad (1)$$

这样把 4 个重块移置后, 可得两个合力

$$P_1 = 2F \cos \frac{\gamma}{2}, \quad P_2 = 2F \cos \frac{3\gamma}{2} \quad (2)$$

$$(0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3})$$

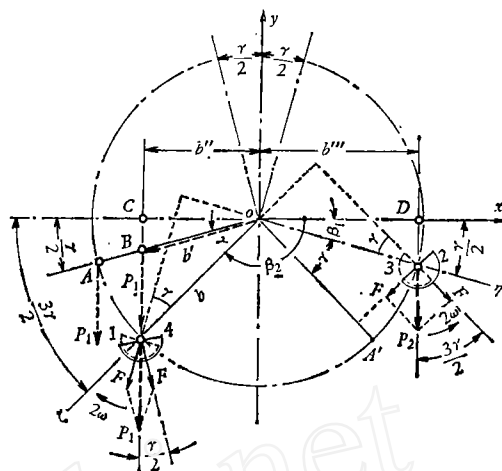


图 2 对于区间 $0 \leq \gamma \leq \pi/3$, 四轴平衡重块移置合并参用图

更因 $x\delta\eta = \gamma/2$, $C\delta\zeta = 3\gamma/2$, 所以 P_1 和 P_2 对曲轴中心线的力矩是

$$M_{P_2} = P_2 b \cos \frac{\gamma}{2} = 2Fb \cos \frac{3\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}, \quad M_{P_1} = -P_1 b \cos \frac{3\gamma}{2} = -2Fb \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{3\gamma}{2} \quad (3)$$

由是已经证明, 上述移置过程绝未违反理论力学中所规定的移置原则。

基于图1, 把平衡重块移置合并后, 虽然式(3)已经说明, 合力对坐标原点不产生附加力矩, 但不可认为变换已经完结, 因为一般而论, 合力 P_1 和 P_2 并不总是垂直于 x 轴. 据此, 我们应作这样的设想: 设 P_1 和 P_2 各向前(或后退)转一 φ 角, 再把 P_1 和 P_2 分解成其坐标轴分量, 并引进不等径距 b_1 和 b_2 , 则对于坐标原点不产生附加力矩的一般条件是

$P_1 \sin \varphi \cdot b_1 \sin(\pi - \beta_2) = P_2 \sin \varphi \cdot b_2 \sin \beta_1$, $P_1 \cos \varphi \cdot b_1 \cos(\pi - \beta_2) = P_2 \sin \varphi \cdot b_2 \cos \beta_1$ 从而先得 $\tan \beta_1 + \tan \beta_2 = 0$, 又从而得出不产生附加力矩的条件 $\sin(\beta_1 + \beta_2) = 0$, 其解自是

$$\beta_1 + \beta_2 = k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

但是, 对于本节涉及的区间 $0 \leq \gamma \leq \pi/3$, 应当引用 $\beta_1 + \beta_2 = \pm\pi$; 这等于说, 先把 P_1 移置到点 A (或把 P_2 移置到点 A'), 再把已在点 A 处的 P_1 移置到点 B , 于是得到一个顺时针力矩和一个反时针力矩

$${}_A M_{P_1} = P_1 b \left(\cos \frac{\gamma}{2} - \cos \frac{3\gamma}{2} \right), \quad {}_B M_{P_1} = -P_1 (b - b') \cos \frac{\gamma}{2} \quad (5)$$

于是从 $P_1 (b - b') \cos \frac{\gamma}{2} = P_1 b \left(\cos \frac{\gamma}{2} - \cos \frac{3\gamma}{2} \right)$ 导得 P_1 的新径距

$$b' = b \frac{\cos 3\gamma/2}{\cos \gamma/2} \quad (0 \leq \gamma \leq \pi/3) \quad (6)$$

因而看出, 也可直接把 P_1 和 P_2 从原来的作用点各自移置到点 C 和点 D , 从而得到新的关系

$$b'' = -b \cos 3\gamma/2, \quad b''' = b \cos \gamma/2 \quad (0 \leq \gamma \leq \pi/3) \quad (7)$$

这是一种特殊的当量系统. 在这个试探推导过程中, 点 A 只是过渡地被利用了一下。

二、夹角在区间 $\pi/3 \leq \gamma \leq \pi$ 内的二轴平衡当量

本节的简化步骤与前节的基本雷同, 惟对有关的三角函数须稍加注意, 以免导出错误的结论. 为此可自图 3 出发, 经过同样的步骤把原来的四个重块移置并合并后, 即得图 4.

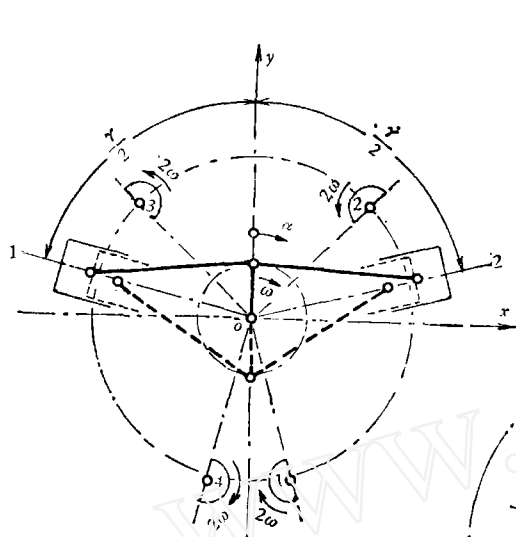


图 3 简化夹角大于 $\pi/3$ 的 V 型内燃机

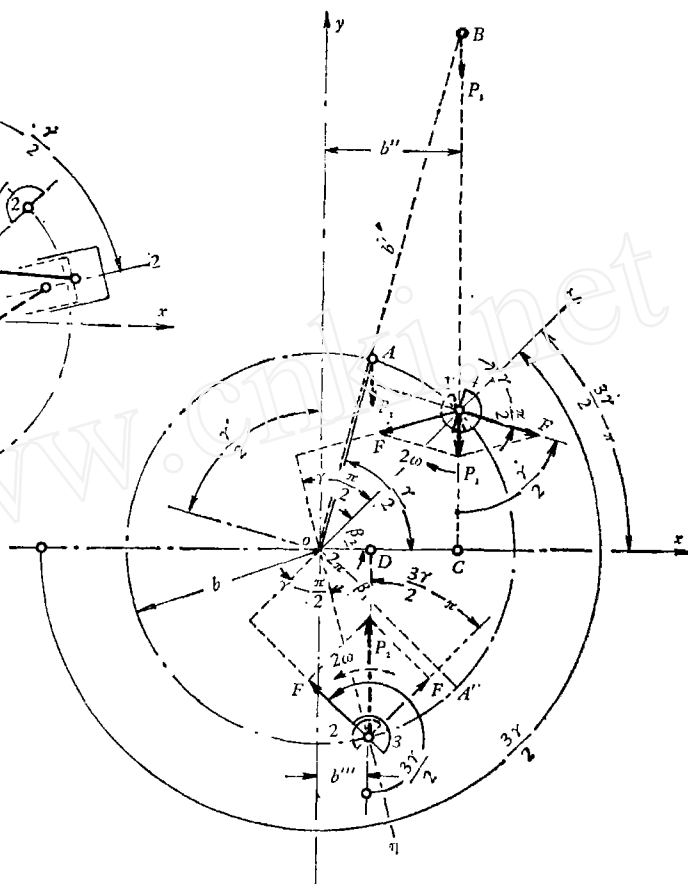


图 4 对于区间 $\pi/3 \leq \gamma \leq \pi$, 四轴平衡重块的移置合并参照图

参照图 3, 若把重块 1 移到原重块 2 的位置, 则有对曲轴中心线的一个力矩(顺时针) $M_1 = Fb + Fb \cos(\gamma - \pi/2)$; 把重块 4 移到原来的重块 2 处, 则产生力矩(反时针) $M_4 = -Fb - Fb \sin(\gamma - \pi/2)$; 把重块 2 移到原重块 1 上, 则产生力矩(反时针) $M_2 = -Fb - Fb \cos(\gamma - \pi/2)$; 把重块 3 移到重块 1 上, 则有力矩(顺时针) $M_3 = Fb + Fb \sin(\gamma - \pi/2)$. 于是, 移置 4 个重块之后对坐标原点的总力矩是

$$\sum_{i=1}^4 M_i \equiv 0 \quad (8)$$

在移置之后, 可得两个合力

$$P_1 = 2F \cos \gamma/2, \quad P_2 = 2F \cos 3\gamma/2 \quad (\pi/3 \leq \gamma \leq \pi) \quad (9)$$

更因 $x\delta\eta = \gamma/2, x\delta\zeta = 3\gamma/2 - \pi$, 所以应有

$$\left. \begin{aligned} M_{P_1} &= -P_1 b \cos \frac{\gamma}{2} = -2Fb \cos \frac{3\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \\ M_{P_2} &= P_2 b \cos \frac{3\gamma}{2} = 2Fb \cos \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{3\gamma}{2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

从而得

$$M_{P_1} + M_{P_2} \equiv 0 \quad (11)$$

于是可见, 本节中的移置过程毫不违反理论力学的移置要求。

跟前节一样, 设 P_1 和 P_2 各向前转一 φ 角, 再把 P_1 和 P_2 分解为其坐标轴向分力, 并为一般情况而引进不同径距 b_1 和 b_2 , 则对于坐标原点不产生附加力矩的一般要求是

$$P_1 \sin \varphi \cdot b_1 \sin \beta_2 = P_2 \sin \varphi \cdot b_2 \sin (2\pi - \beta_1)$$

$$P_1 \cos \varphi \cdot b_1 \cos \beta_2 = P_2 \cos \varphi \cdot b_2 \cos (2\pi - \beta_1)$$

从而依次求得 $\tan \beta_1 + \tan \beta_2 = 0$ 和 $\sin (\beta_1 + \beta_2) = 0$, 其解为

$$\beta_1 + \beta_2 = k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

但对于区间 $\pi/3 \leq \gamma \leq \pi$ 来说, 只应使用

$$\beta_1 + \beta_2 = \pi \quad (\pi/3 \leq \gamma \leq \pi) \quad (12)$$

上式说明, 先把 P_1 移置到点 A (或把 P_2 移置到点 A'), 再把已在点 A 处的 P_1 移置到点 B 上, 使得正、反向力矩

$$\left. \begin{aligned} {}_A M_{P_1} &= -P_1 b \cos \frac{\gamma}{2} + P_1 b \cos \left(\frac{3\gamma}{2} - \pi \right) \\ {}_B M_{P_1} &= P_1 b \cos \frac{\gamma}{2} - P_1 b' \cos \frac{\gamma}{2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

把上两式合并, 则得

$$b' = -b \frac{\cos 3\gamma/2}{\cos \gamma/2} \quad (\pi/3 \leq \gamma \leq \pi) \quad (14)$$

因而看到, 本来也可径直把 P_1 和 P_2 的作用点各自移到点 C 和点 D , 从而得到新的关系

$$b'' = -b \cos 3\gamma/2, \quad b''' = b \cos \gamma/2 \quad (\pi/3 \leq \gamma \leq \pi) \quad (15)$$

一如前节, 当 P_1 先移到点 A , 再移到点 B 后, 可得

$$P_1 b' = P_2 b \quad (\beta_2 \rightarrow -\beta_1) \quad (16)$$

意即, 只要式 (16) 成立, 便可得其下列公式所表达的等价公式:

$$\beta_2 \rightarrow -\beta_1 = \beta \quad (P_1/P_2 = b/b' = -b'''/b'', \quad 0 \leq \beta \leq \pi) \quad (17)$$

与前节有所不同, 此处的解应是 $\beta_1 + \beta_2 = 0$ 。

三、夹角 $\gamma = 60^\circ$ 这个特殊情况的讨论

在文 [1] 的图 5 里, 若使 $\alpha = 0$, 就得

$$2P = 2\sqrt{3} \lambda m_h r \omega^2 \quad (18)$$

若平分 $2P$, 就可用 $b_1 = b_2$; 不把 $2P$ 平时, 则 $b_1 \neq b_2$, 并且从不产生力矩的条件

$$P_1 b_1 \cos \beta_1 = P_2 b_2 \cos \beta_2, \quad P_1 b_1 \sin \beta_1 = P_2 b_2 \sin \beta_2, \quad P_1 + P_2 = 2P, \quad P_1 \neq P_2 \neq P$$

导得

$$\left. \begin{aligned} \tan \beta_1 &= \tan \beta_2 \text{ [亦即 } \sin(\beta_1 - \beta_2) = 0 \text{]} \\ \text{其解是 } \beta_1 &= \beta_2 \pm \pi \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \beta_i \leq \pi) \quad (19)$$

这样就可得如图 5 所示的平衡装置,意即,任何直径的两端处各装上一根平衡轴就可以达到平衡,但它们须以角速 2ω 同向旋转,其关系式为

$$b_{1i}/|-b_{2i}| = P_2/P_1 \leq 1, P_1 + P_2 = 2P \quad (0 \leq \beta_i \leq \pi) \quad (20)$$

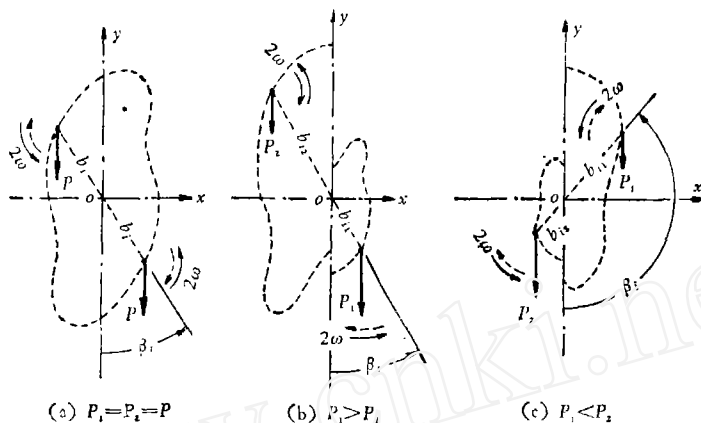


图 5 夹角 $\gamma = 60^\circ$ 缸 V 型内燃机特殊二轴平衡装置示意

再从本文的图 2 和图 4 进行讨论,首先自式 (6), (7), (14) 和 (15) 导出下列极值:

$$\left. \begin{aligned} b' \Big|_{\gamma=\pi/3} &= \pm b \frac{\cos 3\gamma/2}{\cos \gamma/2} \Big|_{\gamma=\pi/3} = 0 \\ b'' \Big|_{\gamma=\pi/3} &= -b \cos 3\gamma/2 \Big|_{\gamma=\pi/3} = 0 \\ b''' \Big|_{\gamma=\pi/3} &= b \cos \gamma/2 \Big|_{\gamma=\pi/3} = b\sqrt{3}/2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

意即,图 2 和图 4 都蜕化成在坐标原点上具有 $-y$ 方向的一个单力,同时再参照文 [1] 的图 9,便有

$$P' = 2F \cos \gamma/2 \Big|_{\gamma=\pi/3} = \sqrt{3} F \quad (22)$$

若不考虑这个合力,而径用原来的两个力 F 及其朝向,即得如图 6 的原点上的两个力;如

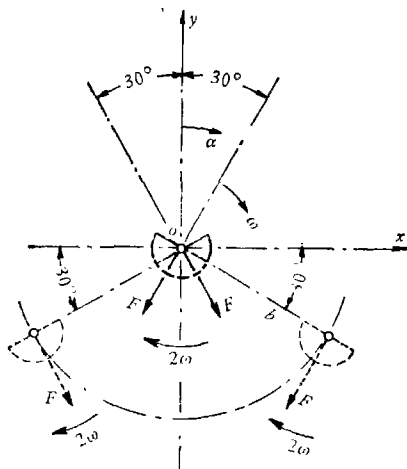


图 6 对于 $\gamma = \pi/3$ 一例,由“二轴平衡”系统返回“四轴概念”的平衡系统

图所示,把一个力移置到 $\delta_1 = -30^\circ$ 的径距等于 b 的地方,另一个力移置到 $\delta_2 = -150^\circ$ 的等径距处,这就又返回到文 [1] 图 5 的二轴平衡装置,因为两次移置的力矩互相抵消了。这就说明,当 $\gamma = \pi/3$ 时,前边所论证的“四轴概念”和“二轴概念”的互化性是个潜在事实,从而看出,所取“当量”一词确是名实两符的。

四、二轴平衡当量中的一些公式的讨论

根据二轴平衡概念,我们用重块移置法推出了二轴平衡所需要的重块的位置,其中主要的关系是

$$P_1 b_1 \cos \beta_1 = P_2 b_2 \cos \beta_2 \quad \begin{pmatrix} \beta_1 + \beta_2 = \pm \pi, & 0 \leq \gamma \leq \pi/3 \\ \beta_1 + \beta_2 = 0, & \pi/3 \leq \gamma \leq \pi \end{pmatrix} \quad (23)$$

在上式里

$$\beta_1 \equiv \delta_1, \quad \beta_2 \equiv \delta_2 \quad (0 \leq \gamma \leq \pi) \quad (24)$$

再根据文 [1], 即得

$$\delta_1 = -\gamma/2, \quad \delta_2 = -(\pi - 3\gamma/2) \quad (b_1 = b_2 = b, 0 \leq \gamma \leq \pi) \quad (25)$$

从而又可导出角度 β_1 和 β_2 与力臂 b_1 和 b_2 的比值

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{2\pi - 3\gamma}{\gamma} \quad (b_1 = b_2 = b, 0 \leq \gamma \leq \pi) \quad (26)$$

$$b_1/b_2 = P_2/P_1 = \pm \cos \frac{3\gamma}{2} / \cos \frac{\gamma}{2} \quad \begin{pmatrix} 0 \leq \gamma \leq \pi/3, & \beta_1 = \beta_2 = \beta \\ \pi/3 \leq \gamma \leq \pi, & \end{pmatrix} \quad (27)$$

利用上列诸式和式 (6), (7), (14), (15) 以及极值关系

$$\left. \frac{\cos 3\gamma/2}{\cos \gamma/2} \right|_{\gamma=\pi} = 3 \left. \frac{\sin 3\gamma/2}{\sin \gamma/2} \right|_{\gamma=\pi} = -3 \quad (28)$$

进行数字计算,可得表 1, 从而可绘制图 7 里的依夹角 γ 变化的各个比值曲线。

表 1 各种比值依夹角 γ 的变化

$\gamma [^\circ]$	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
$\frac{\gamma}{2} [^\circ]$	0	7.5	15	22.5	30	37.5	45	52.5	60	67.5	75	82.5	90
$\frac{3\gamma}{2} [^\circ]$	0	22.5	45	67.5	90	112.5	135	157.5	180	202.5	225	247.5	270
$\frac{b'''}{b} = \cos \frac{\gamma}{2}$	1	0.989	0.966	0.924	0.866	0.793	0.707	0.607	0.5	0.383	0.258	0.130	0
$\frac{b''}{b} = -\cos \frac{3\gamma}{2}$	-1	-0.924	-0.706	-0.385	0	0.385	0.706	0.924	1	0.924	0.706	0.385	0
$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b'}{b} = -\frac{\cos \frac{3\gamma}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}}$	-1	-0.933	-0.731	-0.417	0	0.486	1	1.52	2	2.41	2.73	2.96	3
$\frac{b_1}{b_2}$	-1	-1.07	-1.37	-2.40	$\mp \infty$	2.06	1	0.657	0.5	0.41	0.37	0.34	0.33
$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{2\pi - 3\gamma}{\gamma}$	∞	21	9	5	3	1.8	1	0.428	0	-0.333	-0.6	-0.818	-1

此外,尚可自式(6),(7),(14)和(15)导得一个新关系

$$b'b''' + bb'' = 0 \quad (29)$$

在其中若只考虑 b'' 的绝对值,则得 $b'/b = |b''|/b'''$, 这就易于看出,这是两个相似三角形的相应边长的熟悉组合.

从图 7 我们初步找出下列值得注意的一些结果. b_2/b_1 曲线就是 b'/b 曲线,这是由于为了叙述的便利在过程中对符号有所更改所致. 在我们的论述中,可以绘成多个曲线,但其中 b_2/b_1 最为重要,因为它是设计时两平衡轴所在地点的径距比值;其他曲线则提供对于了解全局须知的一些变化过程.

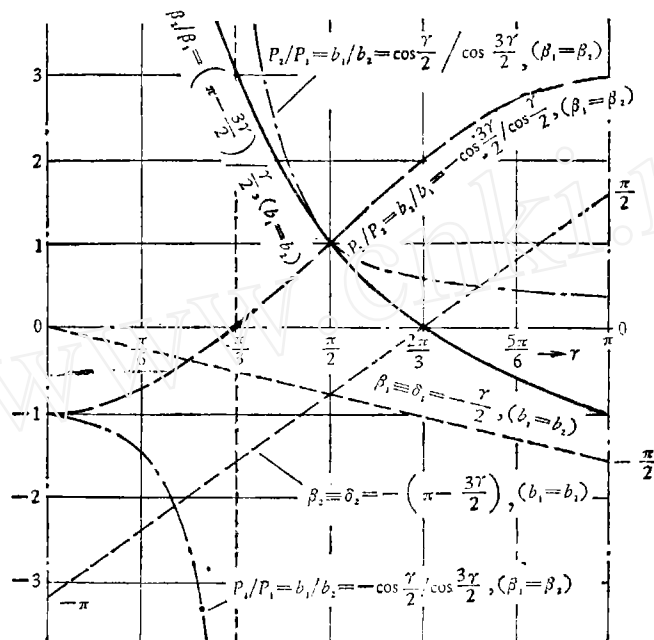


图 7 径距比值和角度比值依夹角 γ 变化的曲线

1) 当 $\gamma = 0$ 时, $P_1 = P_2$, 所以 $b' = -b$, 因而 $b'/b = -1$, 在曲线上正是这样, 参见文[2] 的图 2.

2) 当 $\gamma = 30^\circ$ 时, 见图 2; 此处因 $b' < b$, 所以 $b/b' > -1$, 既符合图也符合逻辑.

3) 当 $\gamma = 60^\circ$ 时, $-b'' = b \cos 3\gamma/2 = 0$, $b''' = b \cos \gamma/2 = \sqrt{3} b/2$; 当 $b'' = 0$ 时, $b' = 0$, 于是 $b/b' = \pm \infty$.

4) 当 $\gamma = 90^\circ$ 时, $\beta_1 = \beta_2$, $b_1 = b_2 = b$, 所以 $b' = b$; 但因 $P_2 = 2F \cos 3\gamma/2 < 0$, 从而 $b/b' = 1$, 曲线上正是这样.

5) 当 $\gamma = 120^\circ$ 时, $b' > b$, 因而当重块 2 和 3 合并之后, 须使其径线转到 $x > 0$ 的半轴上; 这时要想得到力矩平衡, 又须把重块 1 和 + 的合力沿 $x > 0$ 轴向右移动, 因而 $0 < b/b' < 1$, 图 2 正是如此.

6) 当 $\gamma = 150^\circ$ 时, 则须把较小的 P 在其径线上向外移动, 得到 $b' > b$, 从而 $b/b' < 1$.

7) 当 $\gamma = \pi$ 时, 则 $b'' = 0, b''' = 0$; 但自 $b'/b = -\cos \frac{3\gamma}{2} / \cos \frac{\gamma}{2}$ 并参考式 (28) 而导出 $\left. \frac{b}{b'} \right|_{\gamma=\pi} = \frac{1}{3}$, 曲线上正是如此。

对于比例 β_1/β_2 的曲线, 看来我们只需提及 $\gamma = 0^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ 这三点上的情况。

i) 当 $\gamma = 0$ 时, 可参看文 [2] 的图 2。此处 $\beta_1 \rightarrow -0, \beta_2 = -\pi$, 自然 $\beta_2/\beta_1 = \infty$ 。

ii) 当 $\gamma = 120^\circ$ 时, 可参看文 [2] 的图 3。此处 $\beta_1 \neq 0, \beta_2 = 0$, 从而 $(\beta_2/\beta_1)_{\gamma=2\pi/3} = 0$ 。

iii) 当 $\gamma = \pi$ 时, 参看文 [2] 的图 4。此处 $\beta_1 = -\pi/2, \beta_2 = +\pi/2$, 从而 $(\beta_2/\beta_1)_{\gamma=\pi} = -1$ 。

有一点我们须着重提及, 就是, 在区间 $0 < \gamma < 2\pi/3$ 内, 比值 b_1/b_2 作了剧烈的变化, 这种急剧波动, 从比值 b_2/b_1 曲线也能清晰看到。这种波动对平衡装置是不利的, 因为一般而论, 我们希望径距 b_i 都能划一, 以利于推动装置, 并且使发动机结构比较紧凑。严重的情况是

$$(b_1/b_2)_{\gamma=\pi/3} = \pm \infty \quad (30)$$

它给平衡装置造成很大的困难, 在此应当回忆式 (21) 和图 6。另外, 平衡安装虽然困难, 但其物理意义仍可理解: 在极端情况, 一个力趋于零值, 另一个力位于坐标原点, 其径距为零; 为了能使一个零值的力与之维持力矩平衡, 其径距自然须 $\pm \infty$, 但这个奇异点可命名为“假奇异”(pseudo-singular), 因为我们曾用力的移置法把它摆脱了(见图 6); 结果是, 二轴当量才能不把 $\gamma = \pi/3$ 这一重要的机型排除在外, 从而二轴当量和“四轴平衡”一样, 它们的有效区间毫无缺陷的是 $0 \leq \gamma \leq \pi$ 。

图 8 里的三条曲线是第一、二两节移置法中的部分结果。第一节区间是 $0 \leq \gamma \leq \pi/3$, 第二节的是 $\pi/3 \leq \gamma \leq \pi$ 。此外, 关于 B, C, D 诸点如何依夹角 γ 而移动, 对于了解全局是必要的, 可见图 9 和图 10。

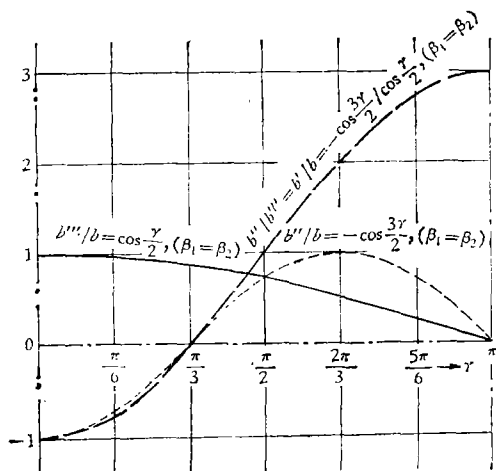


图 8 比值 $b'/b, b''/b$ 和 b'''/b 依夹角 γ 的变化

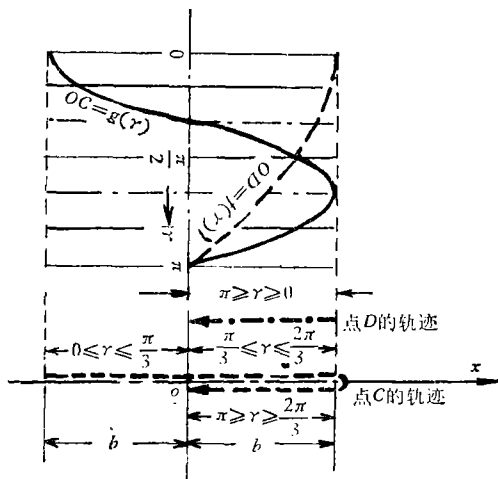


图 9 点 C 和点 D 的轨迹

图 9 示出点 C 和点 D 依夹角 γ 的移动路途, 它们都沿着 x 轴移动, 其区间是 $0 \leq \gamma \leq \pi$, 从而看出, 两者的速度一定不同, 因为路程长度不同。

图 10 显示, P_2 的端线被径距 b 的圆的右下径线 -30° 截成两部分, 右部的 P_2 是向下, 左部的 P_2 向上. 右部分的 P_2 与 $x \leq 0$ 一边的 P_1 合作使不产生力矩, P_2 的左部分则与 $x \geq 0$ 一边的 P_1 合作来抵消力矩. 图中也看见, 当 $\gamma = \pi/3$ 时, $P_2 \rightarrow 0$, P_1 达到了坐标原点, 此外, 尚可看出, $P_1|_{\substack{\gamma=0 \\ x=-b, y=0}} = P_2|_{\substack{\gamma=0 \\ x=b, y=0}}, P_1|_{\substack{\gamma=\pi \\ y=3b, x=0}} = P_2|_{\substack{\gamma=\pi \\ y=-b, x=0}} = 0$, 这都符合文 [2] 的图 2 和图 4.

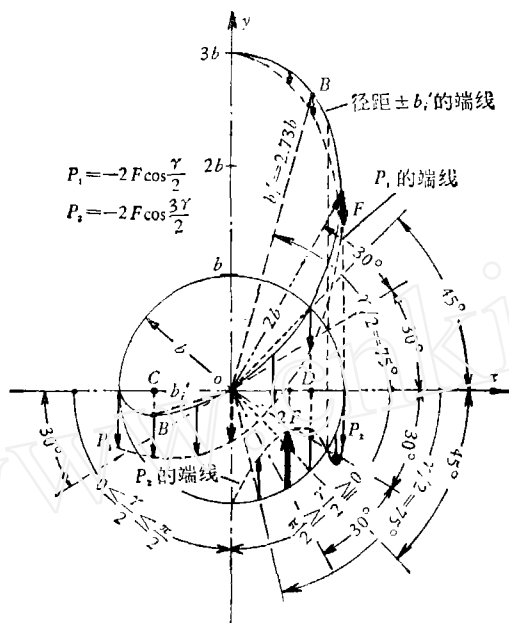


图 10 径距 b_1 的端线; P_1 和 P_2 的端线; 点 B 的移动轨迹 $\beta_1 = \beta_2$

五、“四轴概念”和“二轴概念”平衡效应的比较

在文 [1] 和 [2] 里, 我们曾利用所谓的“四轴概念”以求平衡掉平面曲轴 8 缸 V 型内燃机的二阶往复惯性力, 而在本文中系利用平衡重块的合并和移位来简化出“二轴平衡”方案, 意即, 把四个平衡重块合并成两个平衡重块, 其离心力是

$$|P_1| = 4\lambda m_h r \omega^2 \cos \gamma/2, \quad |P_2| = 4\lambda m_h r \omega^2 \cos 3\gamma/2 \quad (31)$$

其中 m_h 是单缸中履行往复运动的质量, 从而可视为, 这个结果意味着“二轴概念”. 其实, 若不通过移置, 而径直利用平面曲轴左右四缸排的二阶往复惯性力

$$P_1 = -4\lambda m_h r \omega^2 \cos 2(\alpha + \gamma/2), \quad P_2 = -4\lambda m_h r \omega^2 \cos 2(\alpha - \gamma/2) \quad (32)$$

作为矢量而求其几何合力, 也可得式 (31). 这是由四轴平衡系统通过简化而得出的二轴平衡系统, 所以应称之为“二轴概念”. 本节就要把这两个概念所导出的结果作一个扼要的比较.

A) 前面的分析显示, 在“四轴平衡”方案的基础上进行简化, 确已找到了二轴平衡所需要的两轴的具体位置, 图 7 里的曲线给出了它们依夹角的变化, 这对设计是有用的.

B) “四轴概念”的效应

i) 缺点: 除 $\gamma = 60^\circ$ 用两根平衡轴, $\gamma = \pi$ 勿需平衡之外, 其余均需用四轴以求平

衡. 轴数嫌太多, 安装占较大地位.

ii) 优点: 部件比较小, 因而局部应力较小, 易于制造和安装, 能从它导出“二轴平衡”方案. 这样看来, “四轴概念”里也确实蕴藏着“二轴概念”的效应; 此外, 径距划一使机器结构比较紧凑. 平衡轴装置对曲轴中心形成对称, 因而安装与曲轴转向无关.

C) “二轴概念”的效应

i) 缺点: 二平衡轴及其不等重块对于曲轴中心形成不对称情况, 因而使安装与曲轴的旋转方向有关, 从而造成一定的不便.

当 b_1 过小时对安装造成困难, 当 b_1 过大时能使整个机器出现畸形, 也给传动造成困难, 造成牙轮的增加, 若用链条就产生噪音. 自图 7 能看清, 在 $\gamma = 60^\circ$ 的附近, b_1 和 b_2 相差太大, 给安装形成困难. 平衡重块大小不一, 部件较大, 局部应力从而也高, 若想从“二轴概念”倒推出“四轴概念”的效应, 那是比较困难的.

ii) 优点: 轴数较少, 可能稍微节省, 但也使人将信将疑, 因为上面所列举的缺点哪能不使轴数较少的优点难以保证呢? 总之, 当 b_1 和 b_2 相差太大时, 引用关系 $b_1/b_2 = f_1(\gamma)$ 会有安装和推动的困难.

如果设计安排允许的话, 依照图 9 所突出示明的, 可以把两平衡轴都放置在 x 轴上; 当两轴挨的远近适宜, 可能简化推动机构, 但也不能说这就是最好的装置, 因为这可能带来别的不便.

最后似应这样说, 我们的任务侧重于把几种平衡设想的性质基本弄清, 至于孰得孰失, 何去何从, 则留给各制造厂有丰富经验的同志去决定其取舍.

参 考 文 献

- [1] 刘先志, 力学, 3 (1976).
- [2] 刘先志, 力学, 4 (1976).