

实验技术与实验方法

应力强度因子 K_I 的光弹性测定法

浙江大学 杨槐堂

断裂力学研究有裂纹构件的强度。因此,必须研究裂纹尖端附近的应力场。对于线弹性材料,裂纹尖端附近的应力场主要由应力强度因子所控制。当应力强度因子 K_I 达到临界值——材料的断裂韧性 K_{Ic} 时,裂纹就迅速扩展,构件发生脆性破坏。所以,应力强度因子是线弹性断裂力学中的一个主要参数,确定任意构件的应力强度因子也就成为断裂力学中的重要课题之一^[1]。

应力强度因子与构件的几何形状、载荷形式以及裂纹的形状和取向有关,采用理论分析的方法只能解决一些几何形状比较简单的问题。目前,虽然已广泛采用有限元法进行计算,但是,寻求实验方法来确定应力强度因子,无论对于现实问题的求解,或者对于理论分析的验证,都是非常迫切的。

采用光学干涉法或全息摄影法来测定应力强度因子只适用于平面问题,而用光弹性法,特别是应力冻结模型的三维光弹性法来测定应力强度因子,也许是一种比较有前途的实验方法。正确测量时,平面问题的误差可在 5% 以内,三维问题的误差可小于 7%^[2]。

一、基本原理

对于一裂纹板,在 x, y 和 r, θ 坐标系内(图 1),按线弹性理论,裂纹尖端附近的应力场可表达如下^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \sigma_0 \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

应力表达式中包含有两个参数 K_I 和 σ_0 。 K_I 与应力场分布规律无关,而仅与裂纹尖端的应力强度有关; σ_0 与远场应力有关,对于单向均匀拉伸的无限板,其大小等于远场拉应力。

按量纲分析,应力强度因子 K_I 与应力 σ 成正比,与长度的特征量——裂纹长度 a 的平方根成正比。对于任意形状的裂纹体,应力强度因子 K_I 可表达如下:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2)$$

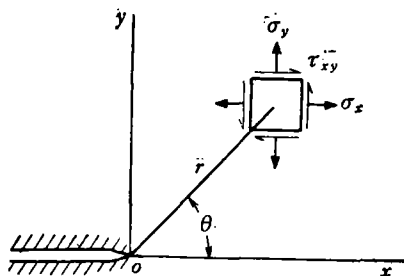


图 1

Y 称为应力强度因子的形状系数, 与裂纹体的几何形状有关; σ 为垂直于裂纹方向的名义应力, 可按材料力学理论计算。

按材料力学理论, 任一点的主应力差值

$$\sigma_1 - \sigma_2 = [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2}$$

于是, 由式 (1) 得到

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta + \sigma_0 \sin \frac{3\theta}{2} \right)^2 + \left(\sigma_0 \cos \frac{3\theta}{2} \right)^2 \quad (3)$$

根据光弹性试验, 任一点的主应力差值与该点的等差线级数 N 之间具有如下关系:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = Nf/t \quad (4)$$

式中 f 为光弹性材料的条纹值 ($\text{kg}/\text{mm} \cdot \text{级}$); t 为模型厚度或切片厚度 (mm)。

由式 (3), (4), 可得到光弹性法测定应力强度因子的基本关系式

$$\left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta + \sigma_0 \sin \frac{3\theta}{2} \right)^2 + \left(\sigma_0 \cos \frac{3\theta}{2} \right)^2 = \left(\frac{Nf}{t} \right)^2 \quad (5)$$

二、光弹性数据的量测范围

应力强度因子是反映裂纹尖端附近应力场的一个参数, 所以量测区域也必须在裂纹尖端附近, 也就是在方程 (1) 描述的奇异应力场占支配的区域, 否则, 将受到边界的影响。

其次, 在光弹性量测时还需考虑裂纹尖端局部效应的影响。这种局部效应包含两个方面:

1. 在制作裂纹过程中不可避免地产生一定大小的曲率半径, 引起裂纹尖端的“钝化”, 而改变了尖端附近的应力状态。通常, 由于“钝化”引起的影响范围在 $r/a < 0.05$ 的区域内, 如果在这一区域内量取数据, 将导致错误。

2. 由于裂纹尖端的应力很大, 特别是在应力冻结时, 要考虑到光弹性材料的非线性的影响, 所以也不能在非常接近于裂纹尖端的区域内量取数据。

考虑上述影响因素, 我们在三点弯曲裂纹试件的试验中, 取 $r/a = 0.05 \sim 0.20$ 区域内的光弹性数据进行计算, 可以得到较满意的结果。

从裂纹附近的等差线图还可以发现 (图 3), $\theta = 90^\circ$ 的条纹最易辨别, 量测精度较高。因此, 测定 K_I 时通常宜在 $\theta = 90^\circ$ 的线上量取数据。在此情况下, 由式 (5), 应力强度因子的基本关系式简化成下式:

$$\frac{K_I^2}{2\pi y} + \frac{K_I \sigma_0}{\sqrt{\pi y}} + \sigma_0^2 = \left(\frac{Nf}{t} \right)^2 \quad (6)$$

上式中包含了两个未知量 K_I 和 σ_0 。所以, 必须测取两组以上的数据, 求解方程组才能得到应力强度因子 K_I 。

当 σ_0 已知时¹⁾, 计算应力强度因子 K_I 的公式如下:

$$K_I = (\pi y)^{1/2} \left\{ \left[2 \left(\frac{Nf}{t} \right)^2 - \sigma_0^2 \right]^{1/2} - \sigma_0 \right\} \quad (7)$$

按式 (2), 计算形状系数 Y 的公式为

$$Y = \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\pi a}} = \left(\frac{y}{a} \right)^{1/2} \left\{ \left[2 \left(\frac{Nf}{t\sigma} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 \right]^{1/2} - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right) \right\} \quad (8)$$

三、三点弯曲裂纹试件的实验结果

三点弯曲裂纹试件是测定断裂韧度的标准试件之一。试件的形状和支承情况见图 2。试件宽度 $w = 20\text{mm}$, 厚度 $t = 2.6\text{mm}$ 。取 $a/w = 0.194, 0.334$ 和 0.464 三种不同的裂纹深度进行光弹性测定。

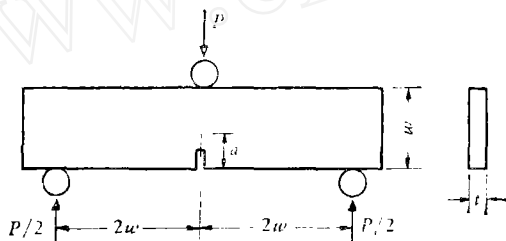


图 2 三点弯曲裂纹试件

模型采用环氧树脂光弹性塑料制作, 材料条纹值 $f = 1.64 \text{ kg/mm} \cdot \text{级}$ 。

裂纹由人工制作, 先用锯条锯出一个较宽的缺口, 然后用有锯口的刀片 (厚度约 0.1mm) 锯成一条所需要深度的裂纹。为了免除边缘效应的影响, 裂纹制成后需立即进行测量。

测量得到的等差线如图 3 所示。为了提高量测精度, 需将裂纹尖端附近的等差线放大 10 倍左右, 然后精细地量取每一等差线相应的坐标值。量测结果见表 1。

对于梁的弯曲情况, 取 $\sigma_0/\sigma = 1 - 2(a/w)$, 然后按式 (8) 计算, 求得 K_I 的实验值。

三点弯曲裂纹试件应力强度因子的计算值按下式求得:

$$\frac{K_I}{\sigma \sqrt{a}} = 1.93 - 3.07 \left(\frac{a}{w} \right) + 14.53 \left(\frac{a}{w} \right)^2 - 25.11 \left(\frac{a}{w} \right)^3 + 25.80 \left(\frac{a}{w} \right)^4 \quad (9)$$

式中

$$\sigma = \frac{3PS}{2tw^2}, \text{ 跨度 } S = 4w$$

1) 按式 (5), 当 $\theta = 0^\circ$ 时, $\sigma_0 = (Nf/t)^2$, 有可能成为实验测定 σ_0 的一种方法。

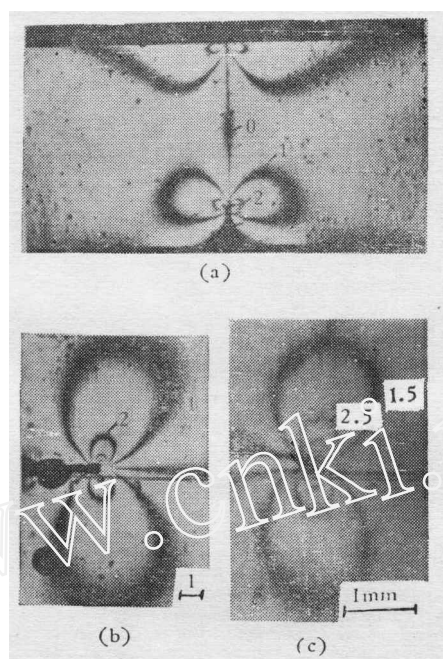


图 3 裂纹尖端附近的等差线

(a) $\frac{a}{w} = 0.194$, $P = 7.0 \text{ kg}$ (b) $\frac{a}{w} = 0.334$, $P = 5.0 \text{ kg}$ (c) $\frac{a}{w} = 0.464$, $P = 3.5 \text{ kg}$

实验值与计算值比较指出, 对于 $a/w = 0.334$ 和 0.464 的两试件, 误差均在 4% 以内. 表 2 列出了忽略 σ_0 时的结果, 可以看出, 当不计及 σ_0 时, K_I 的实验值会偏高, 甚至会得到错误的结果.

表 1

a/w		0.194				0.334				0.464		
N		2.5	3.0	3.5	4.0	2.0	2.5	3.0	3.5	1.5	2.0	2.5
y/a		0.183	0.115	0.081	0.057	0.162	0.103	0.065	0.049	0.155	0.083	0.054
Nt/σ		1.95	2.34	2.73	3.12	2.19	2.74	3.28	3.83	2.34	3.12	3.90
σ_0/σ		0.61	0.61	0.61	0.61	0.33	0.33	0.33	0.33	0.076	0.076	0.076
$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{a}}$	按式(8)	1.58	1.58	1.62	1.59	1.97	2.00	1.95	1.98	2.27	2.35	2.25
	实验值(平均)	1.59				1.98				2.29		
	计算值(按式(9))	1.73				1.91				2.31		
误差 %		-8				+3.7				-0.9		

表 2

a/w		0.194	0.334	0.464
K_I 实验值 K_I 理论值	计及 σ_0 时	0.92	1.04	0.99
	忽略 σ_0 时	1.14	1.13	1.01

参 考 文 献

- [1] 中国科学院力学研究所十二室断裂力学研究组, 力学, 2 (1974).
 [2] Smith, C. W., *Experimental Mechanics*, 13, 1 (1973), 539—544.
 [3] Irwin, G. R., *Proc. SESA*, 16, 1 (1958), 93—96.

www.cnki.net