

$$P_{cr} = \left[\frac{2k\sigma_y - P_{cr}(1 + 2\beta)}{2k\sigma_y - P_{cr}} \right]^3 \times \frac{2Ek^3}{1 - \mu^2} \left[1 + \frac{\mu}{3} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^2 \right] \quad (27)$$

双面呈现屈服层:

$$P_{cr} \left(\frac{2k\sigma_y - P_{cr}}{P_{cr}} - \frac{P_{cr}}{2k\sigma_y} - 4\beta \right)^3 = \frac{2}{\left[1 + \frac{\mu}{3} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^2 \right]^2} \left(\frac{1 - \mu^2}{E} \right)^2 \left(\frac{\sigma_y}{k} \right)^3 \quad (28)$$

在式(27)和(28)中,当 $l \rightarrow \infty$ 时, $\frac{\mu}{3} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^2 \rightarrow 0$,因而上式分别变成式(10)和(12),即可不考虑边界条件的影响。

根据算例的数据,并假定该容器两端可视为铰支联结,这时如按公式(27)计算,当 $l = 2R$ 时,得 $P_{cr} = 28.9$ 公斤/厘米²,当 $l = R$ 时,得 $P_{cr} = 33.4$ 公斤/厘米²,后者比忽略支承的影响所得的承载能力提高了26%。

参 考 文 献

- [1] Лейтер, С. Д., Устойчивость сжатых стальных стержней, Москва (1954), 87—127.
- [2] Faupel, J. H., Engineering Design, John & Sons, Inc. (1964), 48, 391—410.
- [3] 铁摩辛柯, S., 弹性稳定理论, 科学出版社(1958), 55—66, 214—222.
- [4] 柏拉希, F., 金属结构的屈曲强度, 科学出版社(1965), 26—45.

岩石变形的特性及其时间因素 (续)

地质科学研究院地质力学研究所 金汉平

2. 由于电子计算机的发展,在整理岩石蠕变试验资料中应用了数值计算技术,因而也就克服了过去用图解法的严重缺点和限制。过去,对于较复杂的试验条件和蠕变方程,很难由试验资料推求其中的蠕变参数(尤其是参数多于2个时),现在可以用数值方法进行更合理的计算,因而也就避免了图解法中的人为误差,可以对不同的蠕变方程进行回归分析,从中可以判断何种方程与试验资料符合最好。

在这个基础上进行比较的结果,使我们理由认为在线性蠕变方程中,幂律能更满意地符合试验资料。我们对野外蠕变试验所作的参数推算及回归分析的结果说明了这一点,上面谈到的文献[13,15]中的分析结果也说明了这一点,勒康特对不同温度、围岩下的试验成果也推荐幂律。

用幂律描述蠕变过程,则应变与时间的

曲线没有渐近线,这一点在地质力学上是有重大意义的,下节还要谈到这一点。

3. 关于岩石蠕变中的三个阶段,有的试验中全观测到了,有的却连第二个阶段也没有观测到。这里有一个观测时间长短的问题,还有一个测量精度的问题。上面没有谈到应力大小对蠕变、应变的影响,因而是在线性蠕变的范围内谈问题。实际上,对许多岩石来说,蠕变是非线性的,因而在试验中所加应力 σ 的大小决定了应变速率 $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ 的大小,因而也就确定了一定时间后所能观测到的应变量 ϵ 。通常用下述这类经验式来联系这些变量^[2]:

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n \quad (9)$$

$$\epsilon = At\sigma^n \quad (10)$$

近似地
式中 A, n 为常数。室温下各种岩石的 n 值一般都大于1,有的高达3.3^[2]。所以当应力 σ 很小时 $\dot{\epsilon}$ 也很小,时间短了或仪器精度不

够就测不到应变值,而并不是岩石没有变形。如有足够时间等待,仪器的精度和稳定性也很好,即使应力很小(相对于岩石的瞬时强度而言)也能测到蠕变变形的全过程。所以,从地质力学的角度看问题,岩石并不存在“初始刚度”,在模型表达方式中的固体摩擦元件也只能在短时间内起作用。事实上,在应力不大的情况下,花岗岩、玄武岩这类岩石试验中都观测到定常态的蠕变。从野外地质现象看,也只有出现定常态的蠕变才可能使岩层产生大的变形(位移)。何弗(Höfer)在一些钾矿中测量了矿柱侧向变形,测到应变速率从63天到10年之间为常数,达到每年为4%。

然而,迄今的岩石试验中,应变速率的范围为 10^{-1} — 10^{-8} /秒,地质年代中岩石的应变速率大约为 10^{-13} — 10^{-16} /秒,两者差许多个数量级。因此,更重要的是观测低应力、低应变速率的岩石蠕变变形,这是目前在试验中很难办到的。

在工程观测中发现,现场岩石表现了不同程度的短暂、定常态和第三阶段的蠕变全过程。尤其是微地震的研究表明,现场岩石破坏之前有一个加速运动的期间,这个期间(即第三阶段蠕变)并不像室内试验中所观测的那样短,而是从几个小时到几个星期^[17]。

本文所谈的内容大部分是在室温和室压下的研究结果。至于温度和围压对岩石强度的影响,曾做过许多研究,一般认为随着围压和应变速率的增加,岩石极限强度增加,而随着温度的增加,强度有所降低。同时高温高围压使岩石呈现高度的塑性变形。但由于这些高温、高围压试验中应变值的变化太小,没有提供足够的资料来说明岩石的蠕变特性。近来的研究者特别强调应变速率 $\dot{\epsilon}$ 的控制,为了考查上地幔的岩石特性,特别着重研究低 $\dot{\epsilon}$ 与 σ 的关系,并用由不可逆热动力学得到的方程描述试验资料,并认为高温和高围压的影响只改变曲线的位置而不改变曲线的形状^[16]。这已属于非线性蠕变的领域,并由

于现象复杂,不易用应变率、应力差、温度和压力等项作简单的表达,有待进一步的研究。

四、关于岩石“基本强度”的讨论

通常所说的岩石强度实际上是一种瞬时强度,如果加荷很慢、应变速率很小,则岩石强度也就很小。一个圆柱形花岗岩试件在几分钟内能支撑2600公斤/厘米²的压力。那么几千年、几百万年内这个试件能支持多大的压力?所以,岩石强度是受时间因素决定的,也就是由应变速率决定的。虽然有的文献常常讨论所谓的“长期强度”和“临界应变率”,但这两个指标仍然是试验时间的函数,从极限意义上说,“长期强度”是加荷时间无限长的情况下岩石破坏的应力(差)值,因而也就没有应变率的“临界值”。所以,在地质年代里,通常意义下的岩石“基本强度”概念是值得怀疑的。李四光同志曾谈到:“在长时期(起码几万年到几百万年)受到应力作用的条件下,岩石的强度究竟怎样,还是一个离解决很远很远的问题。”^[17]看来,这个问题已引起了地质工作者的重视和争论^[18]。其中,格里罗伯(Grenoble)学派(例如Gignoux, 1948)倾向于相信,只要有足够的时间,任何岩石在任何应力下能够流动。

文献[9,19]报道了长达13年的花岗岩试件梁的弯曲蠕变资料。两根尺寸为 $215 \times 12.3 \times 6.8$ 厘米的梁,其简支点的距离为210厘米,一根不加荷(在自重下的最大弯曲应力为12.8公斤/厘米²),另一根中心加荷22.06公斤(最大弯曲应力为24.8公斤/厘米²)。两根梁的挠度在13年内一直在缓慢地增加,在3—4年的时间内两个试件的表面就形成了波长为25—45厘米的小褶皱,而褶皱的平均幅度往后一直在逐年增加。因此,试验者认为试件经受着粘滞流或(屈服应力很小的)塑性流,即使存在有屈服应力,也会小于上述的弯曲应力值12.8公斤/厘米²,因此提出:“使岩石流动所需的外力不一定很大,换句话说,无

论作用于岩石使之变形的的外力多么小,随着时间的流逝,它将无限期地流动直至破坏.这种破坏可以发生也可以不发生.”这样的资料及其分析是较有说服力的.

上节谈到用幂函数描述蠕变试验资料能得出最满意的结果,其物理意义也就是变形随着时间不断增加,产生所谓的流动,当变形达到使岩石失去粘着力度的程度即产生“破坏”.从这个意义上讲,推荐蠕变的幂律也就是否定岩石的“基本强度”或“真强度”.

我们曾在野外进行过大型的蠕变试验,即在圆形断面(直径为1.4米)的竖井内加上固定的均匀内压力 P ,在不同的时间 t 测量半径 r 的变化 Δr ,得出如图3一类的曲线(只以页岩为例,灰岩和凝灰岩的曲线未绘出.)为了作比较,采用波英庭-汤姆生模型和贝格模型来描述岩石蠕变,根据从弹性理论的解答推算粘弹性体应力、应变的原则^[20,21],经过简单的积分变换可分别得到下述表达式:

$$\Delta r = Pr \left[\frac{G_1 + G_2}{2G_1G_2} - \frac{1}{2G_2} e^{-\frac{G_2}{\eta_2}t} \right] \quad (11)$$

$$\Delta r = Pr \left[\frac{G_1 + G_2}{2G_1G_2} + \frac{1}{2\eta_3}t - \frac{1}{2G_2} e^{-\frac{G_2}{\eta_2}t} \right] \quad (12)$$

此外,还采用式(8)的幂函数作蠕变核,利用文献[22]的解答,可得下述表达式:

$$\Delta r = Pr \left[\frac{1+\nu}{E} + \frac{3\delta t^{1-\alpha}}{2E(1-\alpha)} \right] \quad (13)$$

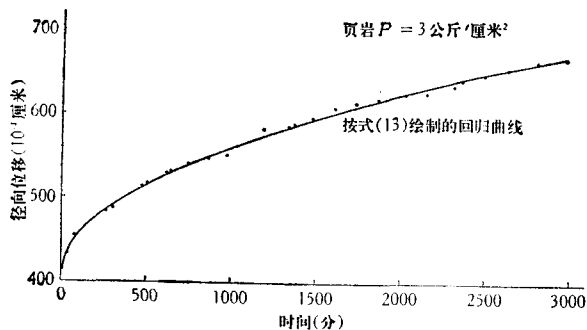


图3 下寒武纪灰质页岩夹泥质页岩的竖井蠕变曲线
图中●为实验资料,曲线按式(13)绘出.

以式(11)一(13)作回归曲线的表达式,采用麦夸脱迭代法,按最小二乘意义求出曲线拟合中的非线性参数¹⁾,最后以所求出之参数值对式(11)一(13)进行回归分析,结果见表3.由表3可以看出,指数蠕变律(11)的拟合程度最差,指数律加上定常态蠕变项的式(12)就给出较好的结果,而幂律对试验资料的拟合程度最好.虽然试验中所加的压力很小,同样出现了第二阶段的蠕变,说明野外岩体的屈服应力极其微小,这一结果有力地证实了前面的分析,在一定程度上说明了地质力学中关于岩石强度的观点.

上面这些引证,充分说明了岩石变形中时间因素所起的作用,因而在地质年代里小的地应力可以引起地层的大变形,造成岩石的屈服或破坏.

有的文献根据卫星观测资料提出上地幔应力差为 10^2 巴(1巴=1.02公斤/厘米²).而地球物理方面的论证也认为靠近地表存在小的均衡异常,表明在发生明显的调整(代偿)之前要求最小的荷重为 10^2 巴,也就是说在深度不大的情况下,岩石的屈服应力为100公斤/厘米²左右^[23].这里没有谈到均衡代偿所要求的时间,而这个时间与所需的最小应力差是密切相关的.但总的内容是说明小应力的长期作用下岩石是会发生流动的.

为了说明岩石蠕变对地壳(或岩层)变形的影响,下面作一个粗略的估算.在弹性稳定理论中,薄板失稳的临界压应力 σ_{cr} 为^[24]

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \cdot \frac{h^2}{b^2} \quad (14)$$

式中 k 为数字因数; E, μ 为弹性模数和波桑比; b, h 为板的宽度和厚度.当取岩层的 $\frac{h}{b} = 0.01, k=4, E = 1.5 \times 10^5$

公斤/厘米², $\mu = 0.3$ 时,岩层屈曲所要求的水平地应力为 $\sigma_{cr} = 55$ 公斤/厘

1) 参看1974年中国科学院计算技术研究所的文章《曲线拟合与经验公式》.

表 3

回归方程	页岩(内压力为 3.0 公斤/厘米 ²)			
	参 数	剩余平方和	剩余标准差	相 关 指 数
式(11)	$G_1 = 0.187710 \times 10^4$ $G_2 = 0.3044861 \times 10^4$ $\eta_2 = 0.4612811 \times 10^7$	0.1624787×10^{-4}	0.7951763×10^{-3}	0.9889539
式(12)	$G_1 = 0.1892345 \times 10^4$ $G_2 = 0.8343705 \times 10^4$ $\eta_2 = 0.3561686 \times 10^7$ $\eta_3 = 0.156527 \times 10^8$	0.8873365×10^{-5}	0.5841947×10^{-3}	0.9934904
式(13)	$E = 0.5106812 \times 10^4$ $\delta = 0.5088007 \times 10^{-2}$ $\alpha = 0.4998192$	0.5887309×10^{-5}	0.4758518×10^{-3}	0.9956863
回归方程	灰岩(内压力为 2.5 公斤/厘米 ²)			
	参 数	剩余平方和	剩余标准差	相 关 指 数
式(11)	$G_1 = 0.2208491 \times 10^4$ $G_2 = 0.2846172 \times 10^4$ $\eta_2 = 0.8272474 \times 10^7$	0.5238243×10^{-4}	0.1509138×10^{-2}	0.8866553
式(12)	$G_1 = 2242931 \times 10^4$ $G_2 = 1989169 \times 10^4$ $\eta_2 = 0.6659317 \times 10^7$ $\eta_3 = 0.9925975 \times 10^{10}$	0.1899752×10^{-5}	0.2873985×10^{-3}	0.995893
式(13)	$E = 0.5885001 \times 10^4$ $\delta = 0.7109615 \times 10^{-3}$ $\alpha = 0.1728987$	0.1814726×10^{-5}	0.2808935×10^{-3}	0.9960733
回归方程	凝灰岩(内压力为 1.5 公斤/厘米 ²)			
	参 数	剩余平方和	剩余标准差	相 关 指 数
式(11)	$G_1 = 0.4839410 \times 10^3$ $G_2 = 0.3948302 \times 10^3$ $\eta_2 = 0.6264180 \times 10^7$	0.9150948×10^{-4}	0.1876058×10^{-2}	0.9899171
式(12)	$G_1 = 0.5065051 \times 10^3$ $G_2 = 0.3454966 \times 10^4$ $\eta_2 = 0.3615091 \times 10^7$ $\eta_3 = 0.1030332 \times 10^8$	0.6249511×10^{-4}	0.1550374×10^{-2}	0.9931140
式(13)	$E = 0.1308760 \times 10^4$ $\delta = 0.5878558 \times 10^{-3}$ $\alpha = 0.2957700$	0.6239485×10^{-4}	0.1549129×10^{-2}	0.9931250

注: 表中 G_1, G_2, E 的单位为 公斤/厘米²; η_2, η_3 的单位为 分·公斤/厘米²; δ 的单位为 分^($\alpha-1$); α 为无量纲数。

米²左右.如采用式(8)的幂函数作蠕变核,根据所谓的伏尔泰拉(Volterra)原理,可得蠕变算符如下^[15]:

$$\frac{1 - \bar{\nu}^2}{\bar{E}} = \frac{5 - 4\nu}{4E} + \frac{(1 - 2\nu)^2}{4E} \times \exp[-\omega\delta\Gamma(1 - \alpha)t^{1-\alpha}] + \frac{3\delta t^{1-\alpha}}{4E(1 - \alpha)} \quad (15)$$

式中 $\bar{\nu}^2$, $\bar{E}$ 为代替 ν^2 , E 的时间算符; $\omega = (1 - \alpha)^{1-\alpha}$. 若 $t = 10^{10}$ 小时(约 100 万年);则上式第二项可忽略.根据表 3 及文献[15,25]所列参数,如取地壳岩石的 $\alpha = 0.5$, $\delta = 0.0001$, E 和 ν 仍用上述数值,则得

$$\frac{1 - \bar{\nu}^2}{\bar{E}} = \frac{3.8}{6 \times 10^5} + \frac{60}{6 \times 10^5} \approx \frac{64}{6 \times 10^5}$$

从而 $\sigma_{cr} = 3$ 公斤/厘米². 这就是说,当水平地应力仅为 3 公斤/厘米² 时,只要持续作用 100 万年,地壳也会失去稳定,形成大的褶皱(横向位移),在特定的边界条件下造成各种构造形迹.虽然这儿是用线性蠕变的方法,参数估计也不准,所算临界水平应力是粗糙的,可能出入很大,但说明了在地质年代里岩层和地壳的屈服点是很低的,谈不上有什么“基本强度”.这也正是我们为什么要强调岩石变形中的时间影响和研究岩石蠕变现象的原因所在.

五、尚待深入研究的问题

1. 关于岩石蠕变的机制曾有过许多讨论,提出了诸如位错、双晶、重结晶、断裂等机制.但至今还没有把某一种机制和蠕变的某一阶段、蠕变方程中的某一项确立关系.有的作者特别提出断裂在岩石变形中的重要作用,从而又引入了断裂力学的概念.此外,天然岩体中存在各种结构面,对岩体变形起到控制作用,其变形机制与岩石试件是不相同的.因此,应当对野外岩体进行实地试验和观测.

2. 目前,高温、高围压条件下的岩石强度

和变形的试验尚没有提供可靠的岩石蠕变资料.为了可靠地分析地壳变形,对地壳下部和上地幔的岩石力学特性作出试验估计,应当研究不同温度、不同围压下岩石的变形和强度.近年来发展起来的研究高温、高围压下岩石应变率与应力的关系的方法是值得注意的.

3. 应当从地质力学出发研究岩石断裂机制,并通过宏观和微观的方法进行断裂带力学性质的鉴定,研究不同力学性质断裂带的标志.

4. 本文对岩石“基本强度”的问题只是一个初步的讨论,对这个问题的较清楚的认识还需要长期的试验研究.

参 考 文 献

- [1] 李四光,地质力学之基础与方法(1947).
- [2] Robertson, E. C., Viscoelasticity of Rocks, State of Stress in the Earth's Crust (Proceedings of the International Conference, 1963, Santa Monica, California) (1964).
- [3] J. 塔罗勃,岩石力学,中国工业出版社(1964).
- [4] 李四光,地质力学概论,科学出版社,(1964).
- [5] Griggs, D., Creep of rocks, *The Journal of Geology*, **47**, 3 (1939).
- [6] Lomnitz, C., Creep measurement in igneous rocks, *The Journal of Geology*, **64**, 5 (1956).
- [7] 袁龙蔚,流变学概论,上海科技出版社(1961).
- [8] Berstle, K. H. and Ko, H. Y., Analysis of time-dependent deformations of openings in salt media, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, **9**, 2 (1972).
- [9] Naotiti Kumagai, Hidebumi Itô, Creep of granite observed in a laboratory for 10 years, pro. of the 5th International Congress on Rheology, vol. 2.
- [10] Michael Langer, M., Die Bestimmung Rheologischer Stoffkonstanten in Gebirgskörpern, Pro. of the 2nd Congr. of the Intern. Soc. for Rock Mechanics, Vol. I (1970).
- [11] 松岛昭吾,花岗岩の变形と破坏について(その三),地震,第2辑 **12**, 2 (1959).
- [12] Parachkevov, R., Les déformations et la résistance de rockes sous l'action d'une charge de longue durée, Proc. 2nd Congr. Intern. Soc. for Rock Mech., Vol. 4 (1970).
- [13] Cruden, D. M., The form of the creep law for rock under uniaxial compression, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, (下转第 56 页)

减小误差的办法是：(1) 提高前置放大器的输入电阻。(2) 标定时，尽量使 $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon} \rightarrow 1$ 。(3) 根据实际选用的 $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon}$ 值以及 ε_s , R_g , k 和 R_i 值对实验数据进行修正。

四、结束语

本报告仅是有关工作的初步总结。在快速动态应变（或冲击应变）测量中很多深入的工作我们并没有做。在这个技术领域中有待进一步研究的工作是：

- 1) 对应变计的动态响应，特别是塑性动态响应进行实验研究。这需要发展某些新型的应变测量技术（如绕射栅式或干涉计式应变仪），对电阻应变计的动态性能进行鉴定。
- 2) 研制短片长、大拉伸应变计。这对动态大应变的测试是十分需要的。
- 3) 对各类粘结剂在动态测量中的性能进行实验研究。研制一种用于动态大应变测量的、粘结强度高、粘贴和固化工艺简单的粘

结剂。

4) 为提高测量精度，扩大测量范围，需研制品质较高的高输入阻抗，低噪音宽带放大器。

5) 为便于现场测试，应当解决宽频带多点记录设备和数信分析、处理设备。

参考文献

- [1] 孙一康等编，电阻应变仪及其在轧机测量中的应用，冶金工业出版社。
 - [2] Murray, W. M., Stein, P. K., Strain Gage Techniques, Ch. VIII: Dynamic strain measurement.
 - [3] Dally, J. W., Riley, W. F., Experimental Stress Analysis.
 - [4] Oi, K., Transient response of bonded strain gages, *Experimental Mechanics*, **6**, 9(1966), 463—469.
 - [5] Bickle, L. W., The response of strain gages to longitudinally sweeping strain pulses, *Experimental Mechanics*, **10**, 8 (1970), 333—337.
 - [6] Sharpe Jr., W. N., Dynamic plastic response of foil gages, *Experimental Mechanics*, **10**, 10 (1970), 408—414.
-
- (上接第 43 页)
- 8, 2 (1971).
- [14] Obert, L. and Duvall, W.L., Rock Mechanics and the Design of Structure in Rock (196).
 - [15] Ержанов, Ж. С., Теория ползучести горных пород и ее приложения (1964).
 - [16] Heard, H.C., Effect of large changes in strain rate in the experimental deformation of Yule marble, *The Journal of Geology*, **71**, 2 (1963).
 - [17] 李四光, 关于《旋卷构造及其他有关中国西北部大地构造体系复合问题》一文的讨论, 旋扭构造, 科学出版社 (1974).
 - [18] de Sitter, L.U. The strain of rock in mountain-building processes, *American Journal of Science*, **250**, 10 (1956).
 - [19] 熊谷直一、伊藤英文, 花ユウ岩大型ヒームの長期たわみ実験の 13 年間の実験結果および湿度変化に対する修正, 材料, **20**, 209 (1971).
 - [20] 门福录, 黄土地基中应力分布问题之初步研究, 中国科学院土木建筑研究所研究报告第 13 号, “黄土基本性质的研究”, 科学出版社 (1961).
 - [21] 朱伯芳, 在混合边界条件下非均质粘弹性体的应力与位移, 力学学报, 1 (1962).
 - [22] Ержанов, Ж. С., Наследственная ползучесть горных пород и ее влияние на распределение напряжений вблизи закрепленного шахтного ствола, *Вестник Академии Наук Казахской ССР*, 7 (1959).
 - [23] Birch, F., Megageological Considerations in Rock Mechanics, State of Stress in the Earth's crust, 1964.
 - [24] S. 铁摩辛柯, 弹性稳定理论, 科学出版社 (1958).
 - [25] Saginov, A. S., Erzhanov, ZH. S., Vekslen, Yu. A., Kriechdehung und Zerstörung der Berggesteine in den Bedingungen des Volumendruckes, Pro. of the 2nd Congr. of the Intern. Soc. for Rock Mechanics, Vol. 1 (1970).