

用一般变分原理求初轧机轧制压力*

王治平

(武汉钢铁公司钢铁研究所)

提 要

本文把极限分析中的一般变分原理^[5]应用到金属压力加工领域中, 导出了一个计算初轧机轧制压力的比较简单实用的近似理论公式(28)。计算结果表明, 与文献[1]中我国实测结果符合良好; 与国外已有各公式相比, 本文公式更为合理, 计算起来也更为简便。

一、前 言

金属作用于轧辊上的压力(轧制压力), 是轧钢机最主要的参数。正确地求得轧制压力, 就能够合理地设计新的轧钢机, 就能够合理地使用现有的轧钢机, 发挥设备的潜力, 提高生产率。然而, 直到目前为止, 人们还一直在寻求比较可靠而又能够反映轧钢过程真实规律的计算公式。轧钢过程相当复杂, 影响轧制压力的因素很多。某些因素, 例如温度和速度, 对不少钢种的单向受拉屈服限 σ_T 的影响虽然已经比较清楚, 某些因素, 例如轧制过程的应力场和速度场, 虽然已经通过实验积累了一定的资料, 但是, 还有许多因素仍然不够清楚, 而且各个因素之间的相互影响和主次关系更是错综复杂。因此, 现有的为数不少的计算公式之间存在着很大的差别, 几乎都不能很好地反映轧制压力的实测结果。文献[1]的图 XIII-1 (参看本文图 5) 相当典型地表示了这一情况。图中只有 Рокотян 公式的曲线比较接近于实际。但是, 这个公式是根据 Целиков 的显著偏低的公式加上修正系数, 硬性成倍地增大了单位压力数值而得到的, 理论根据不足。因此, Чижииков^[2] 同 Целиков^[3] 曾进行过争论。1927年 Ekelund 提出的并且现在还常常使用的公式, 实际上是经验公式, Чижииков^[2] 根据不同钢种进行过研究, 说明此公式也是不能普遍应用的公式。最近 Тарновский 等^[4] 通过假设的速度场进行变分作出了上限解, 所得单位压力数值偏高。用滑移线来求解轧制压力的研究, 目前还不成熟。计算轧制压力的理论研究工作状况既然是如此, 这就不得不在设计轧钢机时采用很大的安全系数, 从而使设备笨重且利用率很低。看来, 通过分析大量的实测资料, 抓住事物的主要矛盾, 利用变分原理的调节作用, 来寻求轧制压力的合理计算方法, 是一个有实际意义的途径。文献[5]提出的极限分析中的一般变分原理具有比较强的综合调节能力, 如果从实验的某些资料出发, 选择合理的近似应力场和速度场, 有可能获致基本上反映实际轧制压力的计算公式。

* 1966年1月27日收到。

二、轧制压力的变分解

(一) 几点假设

由于轧钢过程中变形的复杂性,必须把问题作适当的简化,忽略次要因素,抓住主要矛盾。为此作出如下几点假设:①材料符合极限分析中的刚-理想塑性性质;②轧制过程中体积不可压缩;③忽略惯性力的影响(初轧机上轧制时惯性力对轧制压力影响很小^[6]);④变形是平面变形,不考虑展宽;⑤中性面位置如图 1 中虚线所示^[4],这里选择为平均位置,即在 $x = 0.577l$ 处垂直于 x 轴的截面上 $\tau_{xy} = 0$ 。

(二) 关于一般变分原理

文献[5]提出的一般变分原理,是把金属抵达塑性流动状态时应满足的全部平衡、连续、边界力和变位控制、屈服条件以及流动定理,归结为求泛函 I 的极值问题¹⁾:

$$I = \int_V \left(\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{3k^2 - f}{2k^2} - X v_i \right) dV - \nu \int_{s_\sigma} T_i v_i ds - \int_{s_\nu} \sigma_{ij} n_j v_i ds = 0$$

或

$$\nu = \text{ext} \frac{\int_V \left(\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{3k^2 - f}{2k^2} - X v_i \right) dV - \int_{s_\nu} \sigma_{ij} n_j v_i ds}{\int_{s_\sigma} T_i v_i ds}, \quad (1)$$

式中 f 为应力 σ_{ij} 的函数, $f - k^2 = 0$ 为材料的屈服条件, v_i 为位移速度张量, νT_i 为表面外力(即载荷), ν 为极限载荷乘子, T_i 为基准载荷(取 $T_i = 1$, 于是 ν 便是极限载荷), σ_{ij} 为应力张量, ε_{ij} 为应变速度张量, n_j 为边界外法线的单位向量, s_σ 为给定力的边界, s_ν 为给定速度的边界, V 为整个塑性区域。

文献[5]的定理 3 进一步提出了一个便于实用的计算步骤:如果选定的应力场 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 和基准外力成平衡, v_i 与 ε_{ij} 满足机动条件,并使 $\tilde{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} \geq 0$, 则由变分式

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left[\int_V \left(\beta \tilde{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{3k^2 - \beta^2 f}{2k^2} \right) dV \right] = 0 \quad (2)$$

确定 β 后,代入下式,便可得到极限载荷乘子

$$\nu = \frac{\int_V \beta \tilde{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{3k^2 - \beta^2 f}{2k^2} dV}{\int_{s_\sigma} T_i v_i ds}. \quad (3)$$

(三) 应力场和速度场的确定

在初轧机上轧制时,形状因素 l/H_c 一般在 0.2—0.6 之间。根据实验,其变形区的分布和轧制薄轧件时的变形区分布是不同的,也就是说,在入口截面以前和出口截面以后存在着较大的外部变形区。Целиков 是在没有外区影响下导出计算单位压力公式,然后加上外区影响的修正系数的。其他如 Губкин 公式, Тягунов 公式, Ekelund 公式等都未考虑外区的影响。我们对外区的影响是这样考虑的:假设入口截面至出口截面之间的一段(称为几何变形区)全部进入塑性,参照实验资料作出这一区间的应力场和速度场;入口

1) 公式(1)中的乘子 $(3k^2 - f)/2k^2$ 在文献[5]中本来是 $2\sigma_T^2/(\sigma_T^2 + f)$, 现在根据文献[7]改用此式。

以前和出口以后的区域(称为外区)则假设为无变形的刚性区;在交界的入口和出口截面处,假设速度场将发生间断,产生集中的塑性变形功。事实上,外区并不是刚性的,间断面上的塑性功实际上就代替了外区的影响。现在参照文献[8, 9]的资料来选择金属完全填充轧辊间隙后达到稳定流动状态时的近似的应力场和速度场。因为轧件沿 x 轴对称,所以只需考虑轧件的上半部,如图 1 中的 $Oabc$ 。

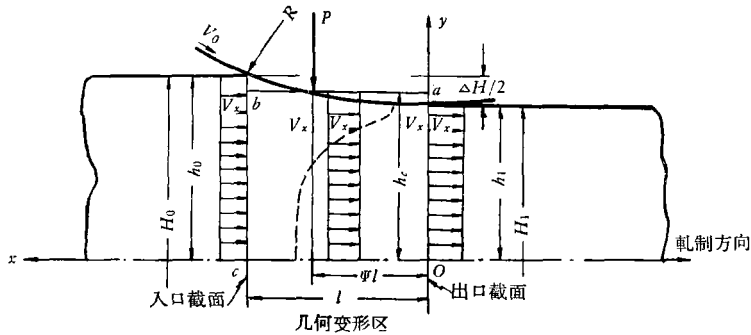


图 1 速度场

1. 应力场

首先取几何变形区的平均高度 h_c 来代替该区中变化的高度。变分解中选取的应力场要求在一定程度上符合实测反映的规律,同时也要尽可能简单以便于数学处理,此外我们还按文献[5]定理 3 的要求,让它满足下列条件:

- ① 在几何变形区内 ($0 < y < h_c$, $0 < x < l$) 的平衡条件:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0; \quad (5)$$

- ② 入口和出口截面处的平衡条件:

$$\left[\int_0^{h_c} \sigma_x dy \right]_{x=0, l} = 0; \quad (6)$$

- ③ 在水平对称面上的切力为零:

$$[\tau_{xy}]_{y=0} = 0; \quad (7)$$

- ④ 接触面上 ($y = h_c$) 的平衡条件:

$$\left[\int_0^l \sigma_y dx \right]_{y=h_c} = -1 \times l, \quad (8)$$

$$\frac{\left[\int_0^l \sigma_y x dx \right]_{y=h_c}}{\left[\int_0^l \sigma_y dx \right]_{y=h_c}} = \phi l. \quad (9)$$

方程(8)表明,接触应力 σ_y 的合力和单位基准外力 ($T_i = l$) 相等;方程(9)表明,接触应力 σ_y 的合力和单位基准外力的作用线重合, ϕl 表示外力合力至轧辊连心线的水平距离(初轧机上的轧制类似于简单轧制过程,外力合力的方向和轧辊连心线平行^[6])。美国在热轧方坯时取力臂系数 $\phi = 0.5$ ^[6], 苏联采用 $\phi = 0.43-0.68$ ^[10]。我们取 $\phi = 0.57$ 。

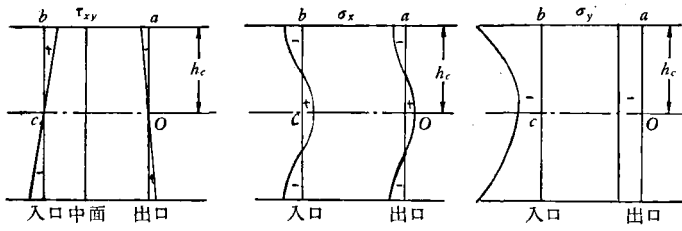


图 2 应力场

不难验证,下面我们选取的应力场是符合所有条件(4)–(9)的,并在一定程度上反映了实测应力场的分布规律:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{0.28}{h_c^2 l} x(l^2 - x^2) + a \cos \frac{\pi y}{h_c}, \\ \sigma_y &= -\frac{0.84}{h_c^2 l} xy^2 - 0.58, \\ \tau_{xy} &= \frac{0.28}{h_c^2 l} (3x^2 - l^2)y, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中系数 a 将由变分来决定。

2. 速度场

按照粘着学说^[11,12],由于存在粘着,沿轧件断面,金属质点的水平速度是不均匀的;按照刚端学说^[13,14],在变形区内,金属质点受两端刚体金属的约束,迫使断面上金属质点水平流速相等。粘着学说比较符合实际的,但是粘着的存在将使变形区内变形分布极其复杂而难于处理,刚端学说却给出比较简单明晰的图案。为了使问题简单起见,我们在变分解中假设水平速度 v_x 与 y 坐标无关,如图 1 所示。在入口截面和出口截面处 v_x 满足连续性要求(入口截面上端很小一部分不满足连续性要求,但其影响极微),而 v_y 可以间断。接触弧上的运动边界条件,实际上是轧件表面速度和轧辊圆周速度相同。满足这个条件并不困难,但会带来数学上的麻烦。因而我们根据初轧机上轧制时相对于轧件高度和轧辊直径来说压下量较小的特点,将接触弧假设成一条水平直线,而采用的速度场在接触线上有小量的间断,从而需要计算相应的间断功率。

a) 几何变形区

设

$$v_x = -v_0 \left[1 - \frac{l}{mR} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{3} \right) \right], \quad (11)$$

于是根据体积无压缩条件,有:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \varepsilon_x = -\varepsilon_y = \frac{2v_0 x}{mRl}, \quad (12)$$

$$v_y = \int \varepsilon_y dy + f(x) = -\frac{2v_0 x}{mRl} y, \quad (13)$$

其中 $f(x) = 0$, 这是因为 $(v_y)_{y=0} = 0$,

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} = -\frac{2v_0 y}{mRl}. \quad (14)$$

b) 入口前区

令式(11)中 $x = l$, 便得入口前区的 v_x 为

$$v_x = -v_0 \left[1 - \frac{2l}{3mR} \right]; \quad (15)$$

再令该区的 $v_y = 0$, 便得

$$\varepsilon_x = -\varepsilon_y = \gamma_{xy} = 0.$$

c) 出口后区

令式(11)中的 $x = 0$, 便得出口后区的 v_x 为

$$v_x = -v_0 \left[1 + \frac{l}{3mR} \right]; \quad (16)$$

再令该区的 $v_y = 0$, 便得

$$\varepsilon_x = -\varepsilon_y = \gamma_{xy} = 0.$$

式(11)~(16)中的系数 m 可由下列入口前区和出口后区的秒体积不变条件来决定:

$$-v_0 \left[1 - \frac{2l}{3mR} \right] h_0 = -v_0 \left[1 + \frac{l}{3mR} \right] h_1,$$

整理后得

$$m = \frac{l(2h_0 + h_1)}{3R\Delta h} = \frac{l(2H_0 + H_1)}{3R\Delta H}, \quad (17)$$

其中 $H_0 = 2h_0$, $H_1 = 2h_1$, $\Delta H = 2\Delta h$.

以上得到的应力场和速度场满足文献[5]定理3要求的条件 $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} \geq 0$.

(四) 间断面的塑性功率

1. 入口截面上的间断切位移为

$$\Delta v_{1y} = |v_{1y} - v_{2y}| = \frac{2v_0}{mR} y,$$

式中 $v_{1y} = 0$ 为入口前 y 方向速度分量, $v_{2y} = -2v_0 y/mR$ 由式(13)当 $x = l$ 时给出.

于是入口截面上的塑性功率为¹⁾

$$N_{B_1} = k \int_0^{h_c} \Delta v_{1y} dy = \frac{v_0 H_c^2}{4mR} k \quad (H_c = 2h_c), \quad (18)$$

其中 $k = 0.577\sigma_T$.

2. 出口截面上的间断切位移为

$$\Delta v_{2y} = |v_{3y} - v_{4y}| = 0,$$

式中 $v_{4y} = 0$ 为出口后 y 方向速度分量, $v_{3y} = 0$ 由式(13)当 $x = 0$ 时给出.

于是出口截面的塑性功率为

$$N_{B_2} = 0.$$

3. 辗压接触面被假设为水平, 它的间断切位移为

$$\Delta v_x = |v_{x1} - v_{x2}| = \frac{v_0 x^2}{mRl},$$

1) 可以注意, 这里的间断功是根据屈服条件来计算的, 这是一般变分原理的灵活使用, 它可以和上限定理结合起来, 得到的结果仍在上限和下限之间.

式中 $v_{x1} = -v_0(1 + l/3mR)$ 为轧辊出口圆周速度, $v_{x2} = -v_0 \left[1 - \frac{l}{mR} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{3} \right) \right]$ 为轧件在接触面上的水平速度.

于是该截面的塑性功率为

$$N_K = k \int_0^l \Delta v_x dx = \frac{v_0 l^2}{3mR} k. \tag{19}$$

根据上面确定的应力场、速度场和各间断面上的功率公式(18), (19), 我们可以将变分式(3)写成

$$\nu = \frac{\left[\int_V \beta \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{3k^2 - \beta^2 f}{2k^2} dV + N_B + N_K \right] B_c}{\int_{s_o} T_i \nu_i ds}, \tag{20}$$

式中 B_c 为轧件宽度, $\int_{s_o} T_i \nu_i ds$ 为单位基准载荷 $T_i = l$ 的外功率. 因为轧制过程是由转矩来实现的, 应该按转矩来计算外功率, 即 $\int_{s_o} T_i \nu_i ds = M\omega$. 这里, M 为单位基准载荷的轧制力矩: $M = l \cdot \phi l = \phi l^2$; ω 为轧辊转动速度: $\omega = \frac{v_0}{R} (1 + l/3mR)$, 其中 $v_0(1 + l/3mR)$ 表示出口截面的速度, 轧辊的圆周速度与这个速度相等.

于是式(20)便给出平均单位压力

$$p_{cp} = \frac{\left[\int_V \frac{3}{2} \beta \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \int_V \frac{\beta^3}{2k^2} \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} f dV + N_B + N_K \right]}{l^2 \phi \frac{v_0}{R} \left(1 + \frac{l}{3mR} \right)}. \tag{21}$$

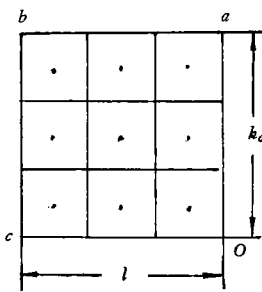


图 3

如果采用 Mises 屈服条件 $f - k^2 = 0$, 则

$$f = \frac{1}{4} (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + \tau_{xy}^2.$$

现在将选定的应力场和速度场代入式(21)分子中的第 1 和第 2 项并进行数值积分. 把几何变形区 $Oabc$ 分成网格如图 3 所示, 计算 9 个点对应的 $\bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij}$ 和 $\bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} f$, 乘上每一小块的面积 $h_c l/9$ 后再求和, 就得到:

$$\int_V \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \left(0.381 + 0.16 \frac{l^2}{H_c^2} \right) \frac{v_0 H_c l}{mR}, \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \int_V \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} f dV = & \left[\left(5.25 + 2.12 \frac{l^2}{H_c^2} \right) a^2 - \left(2.16 + 1.76 \frac{l^2}{H_c^2} \right) a + \right. \\ & \left. + 3.76 \frac{l^2}{H_c^2} + 2.14 + 1.08 \frac{l^4}{H_c^4} \right] \frac{v_0 H_c l}{36mR}. \end{aligned} \tag{23}$$

先对式(21)分子中的系数 a 求变分. 由于只有第 2 项包含有 a , 所以实质上是对式(23)进行变分, 得到

$$a = (2.16 + 1.76l^2/H_c^2) / (1.05 + 4.24l^2/H_c^2).$$

当 $l/H_c = 0.2-0.5$ 时, $a = 0.21-0.225$, a 值在此范围内对式(23)之值的影响很小, 因

此取 $a = 0.215$ 。代回式(23),得到

$$\int_v \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \left(0.053 + 0.096 \frac{l^2}{H_c^2} + 0.03 \frac{l^4}{H_c^4} \right) \frac{v_0 H_c l}{mR}. \quad (24)$$

现在对式(21)分子中的系数 β 求变分,得到

$$\beta = \left[\frac{\int_v \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} dV}{\int_v \bar{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij} f dV} \right]^{\frac{1}{2}} k = \left[\frac{0.381 + 0.16l^2/H_c^2}{0.053 + 0.096l^2/H_c^2 + 0.03l^4/H_c^4} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot k = \Phi k. \quad (25)$$

将式(18),(19),(22),(24),(25)和 ϕ 值代入式(21),注意到 $k = 0.577\sigma_T$, 经过整理后就得到

$$p_{ep} = \frac{\left[\Phi \left(0.57 \frac{H_c}{l} + 0.24 \frac{l}{H_c} \right) - \Phi^3 \left(0.0265 \frac{H_c}{l} + 0.048 \frac{l}{H_c} + 0.015 \frac{l^3}{H_c^3} \right) + \frac{H_c^2}{4l^2} + \frac{1}{3} \right] \sigma_T}{m + \frac{l}{3R}}, \quad (26)$$

式中 σ_T 为考虑速度和温度影响的屈服极限,可以根据不同的钢种从 Nadai 曲线^[6]或 Динник 曲线^[15]查得; $l = \sqrt{R\Delta H}$ 为接触弧的水平投影。

令

$$\Phi = \left[\Phi \left(0.57 \frac{H_c}{l} + 0.24 \frac{l}{H_c} \right) - \Phi^3 \left(0.0265 \frac{H_c}{l} + 0.048 \frac{l}{H_c} + 0.015 \frac{l^3}{H_c^3} \right) + \frac{H_c^2}{4l^2} + \frac{1}{3} \right], \quad (27)$$

将 Φ 和式(17)代入式(26)并考虑到轧制压力一般表达式 $P = p_{ep}F$ (其中 $F = Bcl$ 表示金属与轧辊的接触面积的水平投影),最后便得到轧制压力的计算公式

$$P = \Phi \frac{\Delta H}{H_0} RB_c \sigma_T. \quad (28)$$

式中 Φ 是 l/H_c 的单值函数,为实际应用上便利起见,已根据式(27)将 $\Phi = f(l/H_c)$ 作出曲线如图 4 所示。

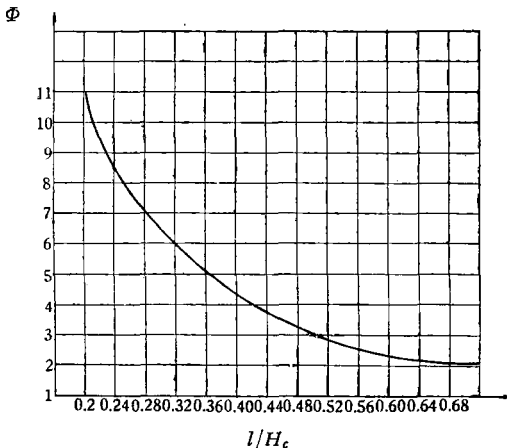


图 4 $\Phi = f(l/H_c)$ 曲线

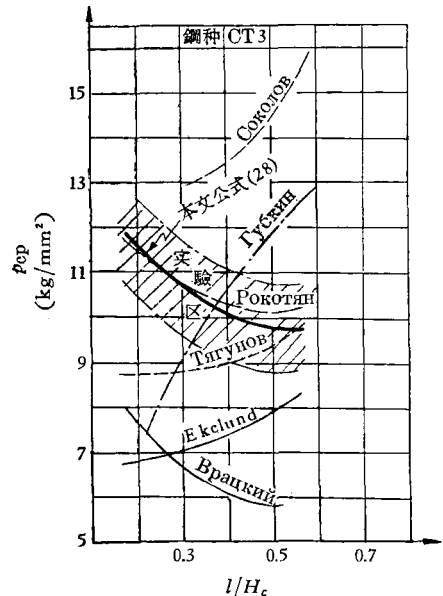


图 5 平均单位压力比较

注:除本文公式(28)所得曲线外,其他均引自文献[1]。

表1 初轧机轧制压力 $P(t)$ 理论和实测数据比较

道次	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
	实 测	本 文 公式(28)	Ekelund	Рокотян	Губкин	Тягунов	Соколов
1	899	1210	682	1157	755	880	—
2	867	865	624	885	570	802	—
3	955	1150	675	1175	780	865	1440
4	907	830	573	833	545	730	—
5	816	910	476	880	526	610	—
6	796	826	510	850	547	650	—
7	750	769	418	770	492	636	—
8	852	805	631	870	714	802	1200
9	890	944	576	950	715	720	1187
10	736	765	490	805	597	610	—
11	702	790	483	806	601	600	—
12	496	515	296	506	422	372	—

注: 本表除第②列外均引自文献 [1].

按公式(28)计算的轧制压力和文献[1]的实测结果符合良好,参看表1和图5.

公式(28)综合反映了轧制压力 P 和形状因素 l/H_c , 压缩率 $\frac{\Delta H}{H_0}$, 轧辊半径 R (表示初轧机的大小), 轧件宽度 B_c , 以及代表金属天然性质的屈服极限 σ_T 的合理关系,它适用于不同大小初轧机上轧制各种化学成分的钢种.

例 题

已知初轧机上某道次: $R = 381\text{mm}$, $H_0 = 397\text{mm}$, $H_1 = 362\text{mm}$, $\Delta H = 35\text{mm}$, $B_c = 598.5\text{mm}$, $l = 115.1\text{mm}$, $l/H_c = 0.304$, 轧制速度 $v_0 = 1.07\text{m/s}$, 轧制温度 $t = 1090^\circ\text{C}$. 求轧制压力 P 和平均单位压力 p_{cp} .

解: 平均应变率^[6]

$$u_{cp} = \frac{v_0 l}{RH_0} = \frac{1070 \times 115.1}{381 \times 397} = 0.82 \text{ 1/s.}$$

由 Nadai 曲线^[6]查得 $\sigma_T = 6\text{kg/mm}^2$. 从图4中查得,当 $l/H_c = 0.304$ 时, $\Phi = 6.35$. 代入公式(28)得

$$P = 6.35 \times \frac{35}{397} \times 381 \times 598.5 \times 6 = 765 \text{ t.}$$

实测为 736t (见表1第10道次).

平均单位压力

$$p_{cp} = \frac{P}{F} = \frac{P}{lB_c} = \frac{765000}{115.1 \times 598.5} = 11.1 \text{ kg/mm}^2.$$

本文是在大连工学院进修期间,由钱令希和钟万勰同志指导完成的,谨致谢。

参 考 文 献

- [1] 孙一康等编著, 电阻应变仪及其在轧机测定中的应用, 冶金工业出版社, 北京, 1962.
- [2] Чижииков, Ю. М., К расчету давления металла на валки, *Сталь*, 5, 1958, 428—433.
- [3] Целиков, А. И., Современное состояние теории давления металла на валки при продольной прокатке, *Сталь*, 5, 1958, 434—441.
- [4] Тарновский, И. Я., Поздеев, А. А. и др., Теория обработки металлов давлением, Металлургиздат, Москва, 1963.
- [5] 钱令希、钟万勰, 论固体力学中的极限分析并建议一个一般变分原理, *力学学报*, 6, 4, 1963.
- [6] Целиков, А. И., Теория расчета усилий в прокатных станах, Металлургиздат, Москва, 1962 (戴周渊等译, 轧钢机的力参数计算理论, 中国工业出版社, 北京, 1965).
- [7] 王 仁等, 对“论固体力学中的极限分析并建议一个一般变分原理”一文的讨论, *力学学报*, 8, 1, 1965.
- [8] Старченко, Д. И., Зона застоя, эпюры продольных деформаций и напряжений при прокатке, Сб. «Теория прокатки» (Материалы конференции по теоретическим вопросам прокатки), Металлургиздат, Москва, 1962, 604—611.
- [9] Полухин, П. И., Воронцов, В. К., Рутман, Г. Г., Исследование напряженного и деформированного состояния при прокатке, *Изв. вузов. черная металлургия*, 3, 1963.
- [10] Рокотян, Е. С., Исследование типового блуминга 1000 конструкции ЦКБММ ЦНИИГМАШ прокатные станы 73, Машгиз, Москва, 1955, 158—175.
- [11] Orowan, E., The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling, *Proc. Inst. Mech. Engr.*, 150, 4, 1943, 140—167.
- [12] Чекмарев, А. П., О некоторых вопросах теории прокатки, Сб. «Теория прокатки», Металлургиздат, Москва, 1962, 31—56.
- [13] Павлов, И. М., К теории жестких концов, *Сталь*, 1, 1952.
- [14] Павлов, И. М., О теории жестких концов и других теоретических вопросах прокатки, Сб. «Теория прокатки», Металлургиздат, Москва, 1962, 447—451.
- [15] Динник, А. А., Истинные пределы текучести стали при горячей прокатке, Сб. «Теория прокатки», Металлургиздат, Москва, 1962, 157—173.

THE CALCULATION OF ROLLING PRESSURE OF BLOOMING MILL BY THE GENERALIZED VARIATIONAL PRINCIPLE OF LIMIT ANALYSIS

WANG ZHI-PING

(Wuhan Iron and Steel Research Association)

ABSTRACT

In applying the generalized variational principle of limit analysis in solid mechanics proposed by Reference [5], a simple formula (28) of rolling pressure of blooming mill is derived for practical use in rolling engineering. Comparison with the experimental data obtained in this country shows that the agreement seems to be quite satisfactory, the results being more accurate than those from many foreign formulas, and the calculation very straightforward.